

**INFLUENCE DU DEGRE DE SIMPLIFICATION DU  
MODELE DE L'HYDRODYNAMIQUE DIPHASIQUE  
SUR LE COMPORTEMENT DYNAMIQUE SIMULE  
D'UN GENERATEUR DE VAPEUR**

**VOLUME I**

**THÈSE No 311 (1978)**

**PRÉSENTÉE AU DÉPARTEMENT DE MÉCANIQUE**

**ÉCOLE POLYTECHNIQUE FÉDÉRALE DE LAUSANNE**

**POUR L'OBTENTION DU GRADE DE DOCTEUR ÈS SCIENCES TECHNIQUES**

**PAR**

**JEAN-FRANCOIS DUPONT**

**Ingénieur-physicien EPFL  
originaire de Puidoux et Vevey**

**acceptée sur proposition du jury:**

**Prof. P. Suter, rapporteur  
Prof. G. Sarlos, corapporteur  
M. D. M. Le Febve, corapporteur**



Table des matières

<u>VOLUME 1</u>	<u>page</u>
Nomenclature, indices, abréviations	5
Liste des tables	10
Liste des figures	13
Remerciements	15
1. Résumé	16
1.1 Objectifs	16
1.2 Méthode	16
1.3 Modèle de référence	16
1.4 Modèles simplifiés	17
1.5 Expériences numériques	18
1.6 Résultats et conclusions	18
2. Introduction	26
3. Modélisation d'un écoulement diphasique dans un générateur de vapeur	27
3.1 Généralités	27
3.1.1 Système physique considéré	27
3.1.2 Modèles mathématiques et réalité physique Cas de l'écoulement monophasique	31
3.1.3 Principales hypothèses et restrictions	40
3.2 Modèle de référence	42
3.2.1 Hydrodynamique diphasique	42

	<u>page</u>
3.2.1.1 Equations de conservation	44
3.2.1.2 Equations d'état	56
3.2.1.3 Définitions et relations thermodynamiques	57
3.2.1.4 Equations constitutives externes: frictions, transfert de chaleur, glissement	57
3.2.1.5 Bilan équations-inconnues	89
3.2.1.6 Survol des modèles de la littérature	91
3.2.1.7 Forme mathématique du modèle de référence adaptée à la résolution numérique	96
3.3.2 Fluide primaire et paroi	122
3.2.2.1 Fluide primaire	131
3.2.2.2 Paroi et conduction thermique	132
3.3 Modèles simplifiés	133
3.3.1 Simplification de l'hydrodynamique diphasique	133
3.3.1.1 Modèle à 2 équations différentielles	134
3.3.1.2 Modèle à 1 équation différentielle	136
3.3.2 Simplification du glissement	139
3.3.3 Simplification du transfert de chaleur	140
3.3.4 Simplification de la paroi	142
3.4 Résolution numérique	145
3.4.1 Principe	146
3.4.2 Remarques sur le choix de la méthode	153
3.4.3 Conditions aux limites	159



4. Expériences numériques	160
4.1 Conditions générales des expériences numériques	161
4.1.1 Modèles comparés	161
4.1.2 Transitoires examinés	163
4.1.3 Caractéristiques du générateur de vapeur simulé	164
4.1.4 Etats stationnaires initiaux	167
4.1.5 Variables examinées	170
4.2 Programme des expériences numériques	173
4.3 Influence du modèle de l'hydrodynamique di- phasique	179
4.3.1 Aspects théoriques	179
4.3.2 Expériences numériques no. 1 à 10	184
4.4 Influence du modèle de glissement	195
4.4.1 Aspects théoriques	195
4.4.2 Expériences numériques no. 11 à 15	196
4.5 Influence du modèle du transfert de chaleur	199
4.5.1 Aspects théoriques	199
4.5.2 Expériences numériques no. 16 à 18	200
4.6 Influence du modèle de la paroi	203
4.6.1 Aspects théoriques	203
4.6.2 Expériences numériques no. 19 à 23	213
4.7 Influence du pas de discrétisation spatiale	218
4.8 Temps de calcul	222
5. Conclusions	225
Références	234

VOLUME 2

page

Annexe:	Illustrations des expériences numériques	
Appendice 1:	Discrétisation spatiale du modèle de référence	A1-1
Appendice 2:	Méthode d'intégration numérique des équations différentielles	A2-1
Appendice 3:	Approximation numérique des dérivées partielles $D_{\rho p}$ et $D_{\rho i}$	A3-1
Appendice 4:	Corrélations pour le transfert de chaleur	A4-1
Appendice 5:	Approximations polynomiales des propriétés thermophysiques du sodium liquide	A5-1
Appendice 6:	Profils spatiaux des principaux états stationnaires numériques	A6-1

Nomenclature - indices - abréviations

A	section de passage perpendiculaire à l'écoulement	(m <sup>2</sup> )
a	coefficient, constante	
C <sub>1</sub>	constante géométrique, représente le rapport: surf. échange chal/vol fluide au primaire	(1/m)
C <sub>2</sub>	idem C <sub>1</sub> au secondaire	
C <sub>p</sub>	chaleur spécifique à p constant	(J/kg °K)
C <sub>v</sub>	chaleur spécifique à volume constant	(J/kg °K)
C <sub>1p</sub>	constante géométrique, représente le rapport: surf. échange chal. côté 1/vol. paroi	(1/m)
C <sub>p2</sub>	selon le contexte: 1°) surf. éch. chal. côté 2/vol paroi 2°) chaleur spécifique fluide secondaire	(1/m) (J/kg °K)
C <sub>p1</sub>	chaleur spécifique à p constant du fluide primaire	(J/kg °K)
C <sub>pp</sub>	chaleur spécifique à p constant de la paroi	(J/kg °K)
D	diamètre	(m)
D <sub>h</sub>	diamètre hydraulique	(m)
D <sub>ρi</sub>	par déf.: $\frac{\partial}{\partial i} \rho(p, i)$	(kg s <sup>2</sup> /m <sup>5</sup> )
D <sub>ρp</sub>	par déf.: $\frac{\partial}{\partial p} \rho(p, i)$	(s <sup>2</sup> /m <sup>2</sup> )
e	énergie interne spécifique	(J/kg)
G	flux massique (G = $\dot{m}/A = \rho v$ )	(kg/s m <sup>2</sup> )
G <sub>xx</sub>	expression numérique du gradient spatial de la grandeur xx: G correspond à une différence finie centrale G <sup>+</sup> correspond à une différence finie en avant G <sup>-</sup> correspond à une différence finie en arrière	

$g$	accélération due à la gravitation terrestre( $m/s^2$ )	
$I_B$	indice du dernier noeud de l'espace discrétisé avant le début de l'évaporation	(-)
$I_{NB}$	idem, avant le début de l'ébullition nucléée	(-)
$I_{DNB} \cdot I_C$	idem, avant la crise de l'ébullition	(-)
$I_S$	idem, avant la fin de l'évaporation	(-)
$i$	enthalpie spécifique	(J/kg)
$L$	longueur active des tubes	(m)
$M$	masse	(kg)
$\dot{m}$	débit massique	(kg/s)
$N_p$	indice du dernier noeud de l'espace discrétisé	(-)
$Nu$	nombre de Nusselt = $\alpha_{TR} D_h / \lambda$	(-)
$P$	périmètre	(m)
$Pe$	nombre de Peclet = $Re \cdot Pr$	(-)
$Pr$	nombre de Prandtl = $\mu C_p / \lambda$	(-)
$P$	pression	( $N/m^2$ )
$\dot{Q}$	flux de chaleur surfacique local	( $W/m^2$ )
$\dot{Q}_Z$	flux de chaleur surfacique moyen dans une zone	( $W/m^2$ )
$\dot{Q}_{1p}$	$\dot{Q}$ du fluide primaire à la paroi relatif à la surface de paroi côté primaire	( $W/m^2$ )

$\dot{Q}_{p2}$	$\dot{Q}$ de la paroi au fluide secondaire relatif à la surface de paroi côté secondaire	(w/m <sup>2</sup> )
$\dot{q}$	densité de puissance reçue par un fluide par transfert de chaleur	(w/m <sup>3</sup> )
R	constante des gaz parfaits	(J/kg °K)
Re	nombre de Reynold = $\dot{m} D_h / A \mu$	(-)
$R_{1p}$	résistance thermique globale entre le fluide primaire et le milieu de la paroi, relative à la surface de paroi côté primaire	(m <sup>2</sup> °K/w)
$R_{p2}$	idem entre le milieu de la paroi et le fluide secondaire	(m <sup>2</sup> °K/w)
$\left. \begin{matrix} R_1 \\ R_2 \\ R_{1p} \\ R_{p2} \end{matrix} \right\}$	voir tables 12 et 13	
$r_1$	rayon des tubes côté fluide primaire	(m)
$r_2$	rayon des tubes côté fluide secondaire	(m)
T	température	(°C) ou (°K)
t	variable indépendante temps	(s)
V	volume	(m <sup>3</sup> )
v	vitesse	(m/s)
$\left. \begin{matrix} v_{m1} \\ v_{m2} \\ v_{m3} \end{matrix} \right\}$	vitesses moyennes, voir table 4	(m/s)
X	titre ou qualité de vapeur la définition utilisée, sauf indication contraire, est: $X = \dot{m}_g / \dot{m}_{tot}$	(-)

$X_{rug}$	coefficient de rugosité , paramètre du diagramme de MOODY /13/	(-)
$X_{tt}$	paramètre de Martinelli-Nelson, eq. (41 i)	(-)
$z$	variable indépendante de l'espace	(m)
$z_B$	abscisse du point de début de l'évaporation	(m)
$z_C$	abscisse du point de crise de l'ébullition	(m)
$z_{DNB}$		
$z_{NB}$	abscisse du point de début de l'ébullition nucléée	(m)
$z_S$	abscisse du point de fin de l'évaporation	(m)

Symboles grecs

$\alpha$	taux de vide	(-)
$\alpha_{TR}$	coefficient de transfert de chaleur	(w/m <sup>2</sup> °K)
$\theta$	angle entre l'écoulement et l'accélération terrestre	(°)
$\kappa$	exposant adiabatique = $C_p/C_v$	
$\lambda$	coefficient de conductibilité thermique	(w/m °K)
$\mu$	viscosité dynamique	(kg/m s)
$\xi$	coefficient de friction	(-)
$\pi$	3.1416	
$\rho$	densité de masse	(kg/m <sup>3</sup> )
$\tau$	terme de friction dans l'équation de conservation de quant. de mouvement = $\frac{\partial p}{\partial z} f_r$	(N/m <sup>3</sup> )
$\Delta z$	pas de discrétisation spatiale	(m)
$\Delta t$	pas pour l'intégration numérique dans le temps	(s)

indices inférieurs

g	phase gazeuse
l	phase liquide
p	paroi
s	saturation (valeur à...)
1	fluide primaire
2	fluide secondaire
1p	dans le sens 1 + p
p2	dans le sens p + 2
n	indice du noeud de l'espace discrétisé
E	à l'équilibre thermique
NE	hors équilibre thermique

indices supérieurs

+	aval ou en avant
-	amont ou en arrière

Abréviations

DNB	crise de l'ébullition ( <u>d</u> eparture from <u>n</u> ucleate <u>b</u> oiling)
DO	idem ( <u>d</u> ry- <u>o</u> ut)
PDO	après la crise de l'ébullition (post <u>d</u> ry- <u>o</u> ut)
LMFBR	centrale nucléaire avec un réacteur à neutrons rapides refroidi avec du sodium liquide ( <u>l</u> iquid <u>m</u> etal <u>f</u> ast <u>b</u> reeder <u>r</u> eactor)
MSG	désigne le prototype de générateur de vapeur de type modulaire de la firme Atomic International ( <u>m</u> odular <u>s</u> team <u>g</u> enerator)

Liste des tables

	page
Table 1 Equations de conservation pour l'écoulement dynamique d'un fluide diphasique (cas mono-dimensionnel)	46
Table 2 Variables principales caractérisant un écoulement diphasique mono-dimensionnel	47
Table 3 Forme compacte des équations de conservation d'un écoulement diphasique	50
Table 4 Grandeurs globales pour l'ensemble des deux phases (variables de mélange) du fluide secondaire	51
Table 5 Bilan des équations pour l'écoulement d'un fluide diphasique - Modèle à fluides mélangés	90
Table 6 Sélection d'ouvrages de la littérature consacrés à la simulation numérique du comportement dynamique de générateurs de vapeur	92
Table 7 Comparaison entre enthalpie, énergie cinétique et énergie potentielle	105
Table 8 Equations de conservation sous la forme d'un système différentiel explicite en $\frac{\partial}{\partial t} i$ , $\frac{\partial}{\partial t} p$ et $\frac{\partial}{\partial t} \dot{m}$	108
Table 9 Système algébrique explicite couplé au système différentiel des équations de conservation	111



	page
Table 10	Système algébrique explicite couplé au système différentiel des équations de conservation
	Cas des zones monophasiques 114
Table 11	Variables principales pour le fluide pri- maire et la paroi 124
Table 12	Transfert de chaleur fluide primaire → paroi 125
Table 13	Transfert de chaleur paroi → fluide secondaire 126
Table 14	Equations pour le fluide primaire 127
Table 15	Equations pour la paroi 128
Table 16	Constantes géométriques apparaissant dans les bilans thermiques 129
Table 17	Modèles comparés 162
Table 18	Caractéristiques principales du générateur de vapeur considéré pour les expériences numériques 166
Table 19	Etats stationnaires initiaux 168
Table 20	Variables examinées standard 171
Table 21	Termes des équations de conservation 172
Table 22	Expériences numériques sur l'influence: 176

	page
a) de l'hydrodynamique diphasique	176
b) du glissement	177
c) du transfert de chaleur	177
d) du modèle de la paroi	178
e) du pas de discrétisation spatiale	178
Table 23 Effet thermique de peau. Solution analytique...	206
Table 24 Influence des simplifications du modèle sur le temps de calcul	223
Table 25 Validité des modèles simplifiés	232

Liste des figures

	page
Fig. 1 Tube moyen d'un générateur de vapeur	28
Fig. 2 Représentation schématique du tube moyen d'un générateur de vapeur	29
Fig. 3 Classification des modèles mathématiques	39
Fig. 4 Régimes d'écoulement diphasique	43
Fig. 5 Flux de chaleur en fonction de la température de la surface chauffante pour de l'eau au repos à 1 atm.	67
Fig. 6 Les différents régimes de transfert de chaleur de la courbe d'évaporation	67
Fig. 7 Les différents types d'écoulement et régimes de transfert de chaleur pour un tube vertical de générateur de vapeur	70
Fig. 8 Profil axial dans un tube de générateur de vapeur du coefficient de transfert de chaleur en fonction du flux de chaleur	81
Fig. 9 Carte des régimes de transfert de chaleur en fonction du titre de vapeur et du flux de chaleur	81
Fig. 10 Conditions pour le début de l'ébullition nucléée	85
Fig. 11 Taux de vide $\alpha$ en fonction de la qualité de vapeur $X$ pour un mélange saturé d'eau et de vapeur, d'après MARTINELLI et NELSON	88

Fig. 12	Schéma de principe pour l'intégration numérique d'un système différentiel or- dinaire	151
Fig. 13	Le prototype de générateur de vapeur de la firme Atomic-International	165

Figures des expériences numériques

table et figures dans l'ANNEXE (volume 3)

### REMERCIEMENTS

Je remercie Monsieur le Professeur P. Suter d'avoir accepté de diriger cette thèse et d'avoir avec méthode et clarté donné les impulsions essentielles à l'accomplissement des travaux , en particulier dans le choix et l'orientation des efforts principaux. Mes remerciements vont ensuite à Monsieur le Professeur G. Sarlos, corapporteur, qui à encouragé et rendu possible cette recherche dans son département des études à l'EIR-Würenlingen. Je remercie aussi Monsieur le Professeur H. Gränicher, directeur de l'EIR, pour avoir autorisé et inclus ces travaux dans le programme de l'institut. Je remercie particulièrement Monsieur D.M. Le Febve, corapporteur, dont la grande expérience en dynamique des chaudières auprès de la firme Sulzer a permis une confrontation très enrichissante avec cette étude. Mes remerciements vont encore à mes amis, collègues et collaborateurs de l'EIR en particulier à MM. G. Cina, M. Dang, H. Weber et P. Jacquemoud pour toutes les idées échangées : à ce dernier va une reconnaissance particulière pour son aide directe dans la réalisation des expériences numériques. Je remercie enfin Mesdames I. Brunner et A. Ernst pour leur dévouement dans la rédaction de ce rapport.

## 1. RESUME

### 1.1. Objectifs

L'analyse du comportement dynamique d'un générateur de vapeur nécessite un modèle mathématique complexe, un grand effort numérique et conduit, même avec les ordinateurs actuels, à des temps de calcul élevés. En pratique des simplifications sont alors nécessaires pour limiter la taille des programmes numériques et les temps de calcul.

L'objectif de ce travail est d'examiner quelques simplifications importantes du modèle physique, d'en évaluer l'influence sur les résultats en fonction du type de transitoire à simuler et de tirer des indications pratiques permettant de choisir et de justifier un modèle adapté au problème posé.

### 1.2. Méthode

Elle consiste successivement :

- à établir un modèle de référence aussi peu simplifié que possible sur la base des connaissances actuelles,
- à en déduire différents modèles simplifiés,
- à comparer les modèles simplifiés avec le modèle de référence, comparaison basée sur des considérations théoriques et surtout sur des expériences numériques,
- à conclure sur les limites de validité des différentes simplifications.

### 1.3. Modèle de référence

Le modèle de référence de l'hydrodynamique diphasique tient compte :

- des trois équations de conservation de masse, de l'énergie et de la quantité de mouvement complètes et mono-dimensionnelles,
- du glissement entre les vitesses des phases liquide et vapeur (corrélation de BANKOFF-JONES),
- de quatre modes différents de transfert de chaleur entre la paroi et le fluide diphasique (convection forcée liquide, ébullition nucléée, ébullition en film et convection forcée en vapeur sèche).

La paroi est simulée par une température moyenne sur son épaisseur, température déterminée par une équation différentielle de conservation de l'énergie qui tient compte de la capacité et de l'inertie thermique.

Quant au fluide primaire on considère un fluide quasi-incompressible ( $\partial \dot{m} / \partial z = 0$ ), le débit étant une fonction du temps seulement, uniforme dans l'espace. Les températures sont déterminées par une équation différentielle de conservation de l'énergie.

Le modèle tient compte des trois zones économiseur, évaporateur et surchauffeur d'un générateur de vapeur et du déplacement des limites entre ces zones.

Le modèle de l'hydrodynamique diphasique est le modèle le plus complet que l'on puisse envisager pour l'analyse sur la base des connaissances physiques actuelles. Grâce à la prise en compte des trois équations de conservation sous leur forme différentielle complète, il permet de suivre la propagation d'ondes de pression et de vitesse. Ce modèle représente cependant déjà une certaine simplification de la réalité, par le fait du traitement monodimensionnel et homogène du mélange liquide-vapeur. Un modèle plus complexe supposerait des équations de conservations écrites séparément pour chaque phase, soit  $2 \times 3 = 6$  équations de conservations : ce modèle, dit "à fluides séparés" fait intervenir des termes de transfert de masse, d'énergie et de quantité de mouvement entre les phases qui échappent actuellement à une description mathématique à cause de la complexité de la structure de l'écoulement mutuel des deux phases, en particulier de la géométrie de l'interface.

Il n'a pas été trouvé dans la littérature de méthode directement applicable pour résoudre dans sa généralité le modèle de référence adopté ici. Sa résolution numérique a donc constitué un objectif intermédiaire de la présente étude.

#### 1.4. Modèles simplifiés

L'accent principal a été mis sur des simplifications de l'hydrodynamique diphasique qui consistent à réduire le nombre d'équations différentielles à intégrer dans le temps en introduisant des hypothèses de quasi-stationnarité. En introduisant  $\partial \dot{m} / \partial t = 0$  (quasi-stationnarité du débit) on néglige l'inertie du fluide et on obtient un modèle dit "à deux équations différentielles", l'équation différentielle de conservation de la quantité de mouvement devenant algébrique.

En introduisant de plus  $\partial p / \partial t = 0$  (quasi-stationnarité de la pression) on transforme encore l'équation de conservation de masse en une équation algébrique : on obtient ainsi un modèle à "une équation différentielle" pour lequel seule la variable enthalpie ( $i$ ) est encore différentielle.

Les autres simplifications du modèle de l'écoulement diphasique concernent le glissement et le transfert de chaleur. La simplification du glissement consiste à le supprimer en admettant l'égalité des vitesses des phases liquide et vapeur. Pour le transfert de chaleur un premier degré de simplification consiste à ne plus tenir compte que de deux régimes différents : la convection forcée et l'ébullition nucléée, la fin de celle-ci (crise de l'ébullition) étant de plus supposée apparaître pour un titre de vapeur donné. Le deuxième degré de simplification examiné consiste à ne tenir compte que d'un seul régime : la convection forcée.

La dernière simplification envisagée concerne la paroi séparant les fluides primaire et secondaire. Elle consiste à en négliger l'inertie et la capacité thermique ce qui permet de faire l'économie de l'équation différentielle de la paroi, remplacée par une équation algébrique quasi-stationnaire.

### 1.5. Expériences numériques

Les considérations théoriques sur l'effet des diverses simplifications sont limitées par l'absence d'une solution analytique générale (modèle mathématique non-linéaire) et ont été complétées par des expériences numériques permettant d'observer directement sur les résultats les différences de performances entre modèle de référence et modèles simplifiés. Un programme de calcul numérique digital ALEMBIC-4 a été développé, qui contient le modèle de référence et en option les diverses simplifications. Les expériences numériques consistent alors à calculer avec les différentes options du modèle le comportement dynamique du générateur de vapeur résultant de perturbations des conditions aux limites et à comparer les résultats. Les conditions aux limites perturbées sont pour le fluide secondaire : la température d'entrée, le débit d'entrée et la pression de sortie, alors que pour le fluide primaire ce sont : la température d'entrée et le débit. Une seule condition aux limites est perturbée à la fois; les perturbations ont la forme de sauts ou de rampes.

### 1.6. Résultats et conclusions

#### Simplifications de l'hydrodynamique diphasique

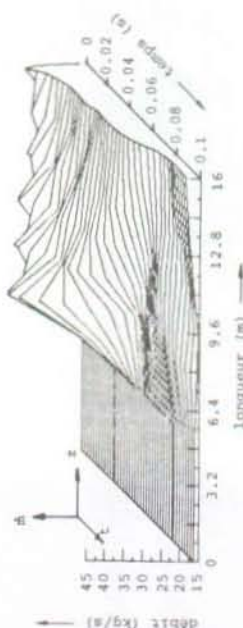
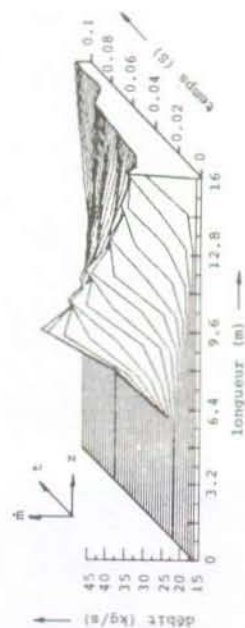
Seul le modèle de référence à 3 équations différentielles peut reproduire les effets soniques, à savoir la propagation d'ondes de pression et de vitesse (ou de débit). Les modèles à deux ou une équation différentielle, en négligeant les termes en  $\partial \dot{m} / \partial t$ , ou en plus les termes en  $\partial p / \partial t$ , suppriment ces effets. La fig. 1b (reproduite ci-après) résume ce résultat en montrant l'évolution des profils spatiaux de la pression ( $p$ ) et du débit massique ( $\dot{m}$ ) dans le fluide diphasique après un saut



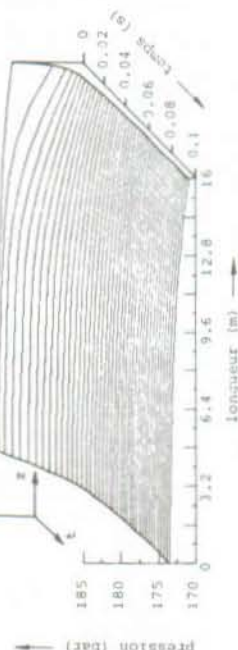
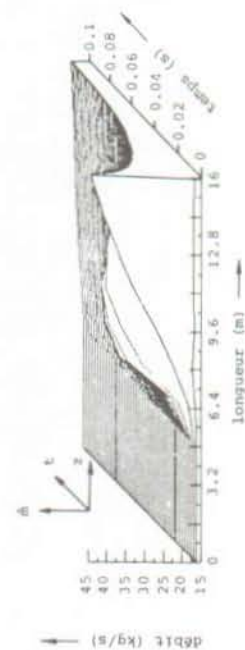
SAUT DE LA PRESSION DE VAPEUR DE 178.9 A 170 BAR (-8.9BAR)

évolution des profils spatiaux de la pression et du débit

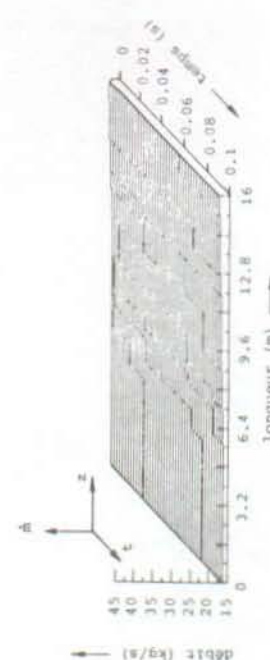
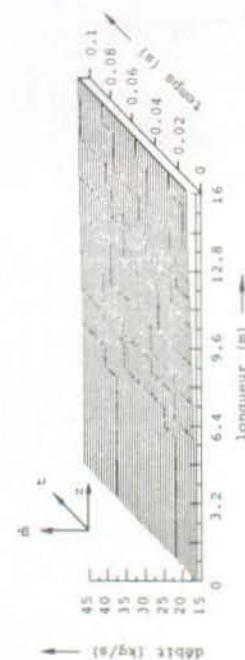
hydrodynamique diphasique  
à 3 équations différentielles  
( $i, p, \dot{m}$ )



hydrodynamique diphasique  
à 2 équations différentielles  
( $i, p$ )



hydrodynamique diphasique  
à 1 équation différentielle  
( $i$ )



négalif de la pression de sortie de la vapeur et en comparant les résultats obtenus avec les modèles à trois, deux et une équation différentielle.

Par contre, pour des transitoires thermiques où seules les températures évoluent dynamiquement, les variables "soniques" ne faisant que suivre d'une manière quasi-stationnaire, aucune différence n'apparaît entre les trois modèles. C'est ce qu'illustre la fig. 12b (reproduite ci-après), en montrant l'évolution du profit spatial du débit massique, après un saut négatif de la température d'entrée du fluide primaire obtenue avec les modèles à trois et à une équation différentielle.

La différence entre transitoires thermiques et transitoires soniques est illustrée par la comparaison des fig. 2c et 13c (reproduites ci-après) qui montrent le comportement dynamique des différents termes de l'équation de conservation de quantité de mouvement, après un saut de la pression de vapeur (transitoire sonique, fig. 2c) et après un saut de la température d'entrée du fluide primaire (transitoire thermique, fig. 13c). On constate que le terme de variation du débit  $\partial \dot{m} / \partial t$  très important, voire dominant dans le transitoire sonique, disparaît pratiquement dans le transitoire thermique. L'examen des autres équations de conservation montre le même effet pour le terme en dérivée de pression  $\partial p / \partial t$ .

Les transitoires thermiques sont caractérisés par le fait qu'ils ne font intervenir que des perturbations des conditions aux limites de température (eau d'alimentation ou fluide primaire) ou des perturbations suffisamment lentes des conditions aux limites de pression ou de débit. Dans ce dernier cas on parle de perturbations soniques quasi-stationnaires. Plus précisément une perturbation sonique est quasi-stationnaire sous les conditions suivantes :

$$dp_{CL} / dt \cdot \Delta t_s \ll \Delta p_{stat}$$

$$d\dot{m}_{CL} / dt \cdot \Delta t_s \ll \dot{m}_{stat}$$

avec :  $dp_{CL}/dt$ ,  $d\dot{m}_{CL}/dt$  = taux de variation des conditions aux limites de pression et de débit respectivement,

$\Delta t_s$  = temps de propagation sonique du générateur de vapeur,

$\Delta p_{stat}$  = chute de pression totale entre l'entrée et la sortie du générateur de vapeur en régime stationnaire,

$\dot{m}_{stat}$  = débit en régime stationnaire

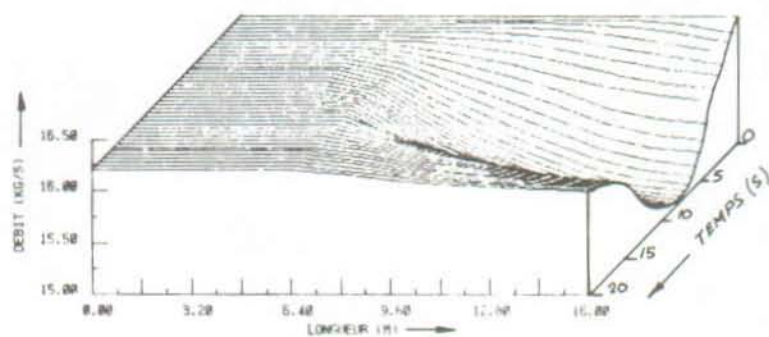
EXPERIENCE NUMERIQUE N°10

FIG. 12b

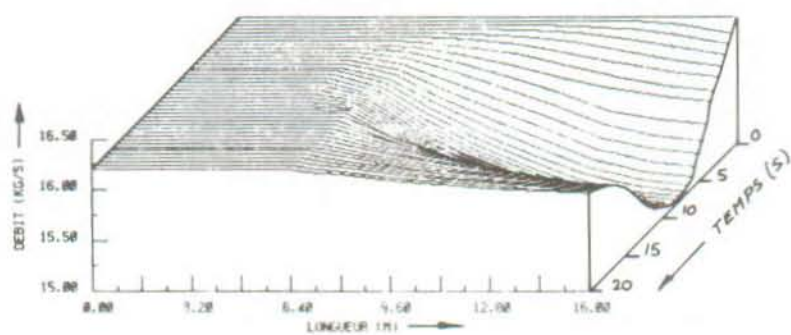
SAUT NEGATIF DE LA TEMPERATURE D'ENTREE DU FLUIDE  
PRIMAIRE DE 466 A 430 °C (-36 °C)

influence du modèle de l'hydrodynamique diphasique  
sur l'évolution du profil spatial du débit

modèle à 3 eq. diff./noeud



modèle à 1 eq. diff./noeud



comportement des termes de l'équation de conservation de quantité de mouvement

$$\underbrace{\frac{\partial \dot{m}}{\partial t}}_{CQ1} + \underbrace{A \frac{\partial}{\partial z} (\rho v^2)}_{CQ2} + \underbrace{A \frac{\partial p}{\partial z}}_{CQ3} + \underbrace{A \rho g \cos \theta}_{CQ4} + \underbrace{A \frac{\partial p_{fr}}{\partial z}}_{CQ5} = 0$$

FIG. 13c

EXPERIENCE NUMERIQUE N° 10

REPONSES A UN SAUT NEGATIF DE LA TEMPERATURE D'ENTREE DU FLUIDE

PRIMAIRE DE 466 A 430 °C (-36 °C)

— noeud 10 z = 14,4 m  
- - - - - noeud 7 z = 9,6 m

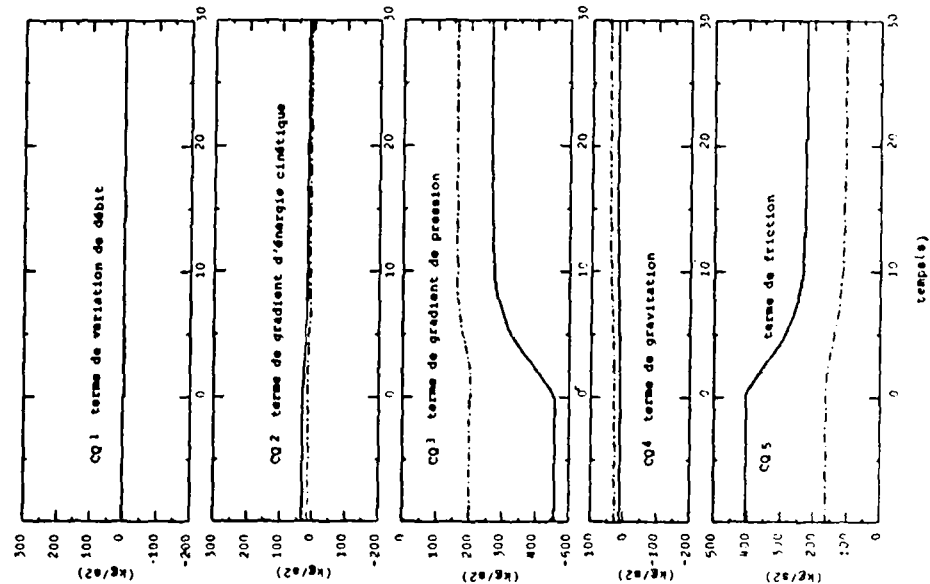
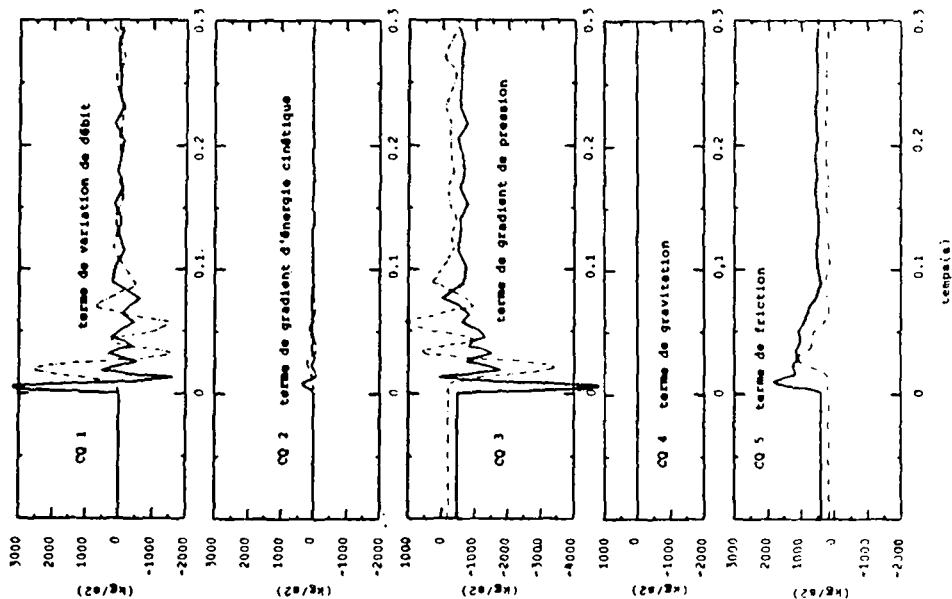


FIG. 2c

EXPERIENCE NUMERIQUE N° 1

REPONSES A UN SAUT NEGATIF DE LA PRESSION DE VAPEUR DE

178,9 A 170 BAR (-8,9 BAR)



Les expériences numériques montrent que l'ordre de grandeur des inégalités ci-dessus est d'environ 5 fois.

Le modèle de l'hydrodynamique diphasique peut donc être simplifié jusqu'à ne plus comporter qu'une équation différentielle (enthalpie) pour les transitoires thermiques ou soniques quasi-stationnaires avec cette réserve que, en cas de variation de la pression, même lente, le fait de négliger le terme en dérivée de pression  $\partial p / \partial t$  dans l'équation de conservation de masse fausse le bilan de masse : la variation de masse  $\Delta M$  de fluide diphasique à l'intérieur du générateur de vapeur n'est plus identique avec l'intégrale sur la durée du transitoire de l'écart entre débit massique d'entrée et de sortie  $\int \Delta \dot{m} dt$ . Ceci peut se corriger en introduisant la dérivée de la pression  $\partial p / \partial t$  comme condition aux limites fonction du temps dans le modèle à une équation différentielle.

#### Simplification du glissement

Le glissement n'étant qu'une relation à caractère stationnaire entre les vitesses des phases liquide et vapeur, il n'a pas d'influence directe sur le caractère dynamique du modèle de l'écoulement diphasique. Il ne se manifeste qu'indirectement par des modifications des états stationnaires, en particulier du profil des vitesses. Les expériences numériques montrent que supprimer le glissement ne modifie pratiquement pas les résultats.

#### Simplification du transfert de chaleur

Les mêmes conclusions que pour le glissement s'appliquent en principe au transfert de chaleur avec cette différence que l'influence d'une simulation plus ou moins précise des différents modes de transfert de chaleur sur les états stationnaires, en particulier sur les profils de température, peut être considérable. Les difficultés principales d'une simulation précise sont, d'une part, le manque de corrélations applicables à tous les états hydro-thermodynamiques traversés au cours d'un transitoire et d'autre part les variations intenses et brusques du coefficient de transfert entre paroi et écoulement diphasique le long des tubes. Ceci conduit à des profils très irréguliers difficilement représentables dans un espace numérique discret dès que l'on veut réduire le nombre de noeuds de l'espace considérés et limiter le temps de calcul. Ces difficultés se présentent quel que soit le type de transitoire, étant présentes déjà en régime stationnaire. Alors qu'une discrétisation grossière de l'espace peut suffire pour les variables soniques telles que pression et débit lors de transitoires lents ou thermiques, une discrétisation plus fine reste nécessaire pour la simulation des profils de température et de flux de chaleur pour tous les types de transitoires. Les expériences numériques réalisées ici montrent cependant qu'un transfert de chaleur

simplifié et un nombre de noeuds restreint peuvent quand-même conduire à des résultats comparables. La validité des simplifications dans ce domaine reste cependant à examiner de cas en cas.

#### Simplifications du traitement de la paroi

Négliger la capacité thermique de la paroi en admettant que sa température prend à chaque instant une valeur d'équilibre quasi-stationnaire entre les températures des fluides primaire et secondaire revient à négliger la différence qui apparaît en régime dynamique entre la puissance thermique reçue d'un fluide et la puissance thermique cédée à l'autre fluide par la paroi, différence qui représente le taux de variation de l'énergie thermique contenue dans la paroi. Ceci conduit au critère suivant : la capacité thermique de la paroi peut être négligée pour des transitoires impliquant des variations suffisamment lentes de la température de paroi, c.à.d. des transitoires tels que :

$$\rho_p C_{pp} V_p \left| \frac{dT_p}{dt} \right| \ll |P_{th}|$$

taux de variation      puissance thermique du géné-  
de l'énergie ther-      rateur de vapeur  
mique contenue dans  
la paroi

Ce critère s'applique, à la différence des précédents, à posteriori puisque le taux de variation de la température de paroi  $dT_p/dt$  est un résultat de calcul qui n'est pas connu à priori.

Les expériences numériques montrent que l'ordre de grandeur de l'inégalité est d'environ 100 fois.

A côté de sa capacité thermique, la paroi se manifeste par un profil radial de température dont le modèle de référence envisagé ici (modèle à une couche) ne permet de rendre compte que si ce profil reste voisin de sa forme stationnaire. En présence de déformations dynamiques du profil radial, un modèle numérique multi-couche (avec autant d'équations différentielles à résoudre que de couches) est nécessaire pour les reproduire et simuler correctement les flux instantanés de chaleur sur les surfaces de la paroi. Des déformations importantes du profil radial de température sont à prévoir lorsqu'une variation brusque de température de surface apparaît, variation qui ne peut se propager instantanément à l'intérieur de métal de part sa conductibilité thermique limitée et son inertie thermique. Cet "effet de peau" ne dépend pas que de l'épaisseur de la paroi, mais aussi du rapport entre les conductibilités thermiques du métal et du fluide, ainsi que de la vitesse de variation de la température de surface. L'effet de peau peut

particulièrement se manifester dans un générateur de vapeur à cause de :

1. la grande conductibilité thermique du fluide diphasique en régime d'ébullition nucléée et de
2. la possibilité de générer des variations brusques de la température du fluide diphasique en variant la pression de vapeur et par conséquent la température de saturation.

Dans cette étude, l'effet de peau a été évalué sur la base d'une solution analytique de la réponse dynamique du profil de température d'une plaque à une perturbation de la température de surface. On constate que l'effet sur la valeur instantanée du flux de chaleur entre la paroi et le fluide diphasique peut être important lors de variations brusques de la pression de vapeur. Il devient négligeable si l'amplitude de la variation de la température du fluide  $T_f$  introduite pendant le temps de pénétration  $\Delta t_p$  d'une perturbation de température dans l'épaisseur de la paroi reste faible par rapport à l'écart de température entre les deux faces de la paroi, soit :

$$\left| \frac{dT_f}{dt} \cdot \Delta t_p \right| \ll |T_{p1} - T_{p2}|$$

le temps de pénétration étant donné par :

$$\Delta t_p = \frac{e^2 \rho_p C_{pp}}{4\lambda_p}$$

Les expériences numériques montrent que l'ordre de grandeur de l'inégalité ci-dessus doit être d'environ 50 à 100 fois.

En conclusion, le modèle de l'hydrodynamique diphasique peut être fortement simplifié dans le traitement des équations de conservation pour les transitoires habituellement présents dans un générateur de vapeur, à savoir des transitoires thermiques ou soniques quasi-stationnaires. Une représentation précise du transfert de chaleur et de ses différents modes reste l'élément le plus complexe et le plus coûteux en temps de calcul de la modélisation d'un générateur de vapeur chauffé par un fluide primaire, ceci quel que soit le type de transitoire.

## 2. INTRODUCTION

---

Deux expressions-clés du titre de cette étude méritent ici un bref commentaire : "écoulements diphasiques" et "simplification du modèle".

Les écoulements diphasiques jouent un rôle très important dans la production d'énergie, puisque la grande majorité des centrales thermiques - fossiles ou nucléaires - utilise un cycle à vapeur. L'analyse de leur comportement dynamique est un élément nécessaire de leur dimensionnement dont l'importance va grandissant, parce que la part croissante des centrales thermiques dans la production d'électricité les oblige progressivement à participer au réglage du réseau, tâche jusqu'ici laissée aux centrales hydroélectriques beaucoup plus souples. De plus, les exigences très sévères de la sécurité nucléaire obligent à prévoir par l'analyse, non seulement toutes les situations dynamiques pouvant résulter du fonctionnement opérationnel normal, mais encore celles résultant d'accidents même très hypothétiques.

Ces diverses nécessités ont conduit à un effort considérable de développement de modèles mathématiques devant décrire l'ensemble des processus physiques impliqués. Ces modèles mathématiques, grâce aux ordinateurs modernes, permettent de simuler par le calcul la plupart des situations dynamiques et de concevoir et de dimensionner en conséquence les installations et leurs systèmes de contrôle et de sécurité.

La notion de "simplification" est indissociable de celle de "modèle". Les meilleurs modèles contiennent toujours des simplifications **inhérentes à la représentation mathématique**, par exemple la notion de continuum pour un fluide. A cela s'ajoutent les simplifications imposées par la taille et la vitesse de calcul limitées des ordinateurs, sans parler des approximations introduites par les procédés numériques. C'est alors un des problèmes majeurs de l'ingénieur que de concilier les impératifs contradictoires de rapidité et de qualité de l'analyse.

Cette étude se veut une contribution à ce problème de l'ingénieur en présentant une analyse de la sensibilité d'un modèle de référence vis-à-vis d'une gamme de simplifications et une évaluation des limites de validité de ces simplifications.



### 3. Modélisation de l'écoulement diphasique dans un générateur de vapeur

---

#### 3.1 Généralités

##### 3.1.1 Système physique considéré

On considère le système illustré en fig. 1: un fluide primaire, supposé avoir été chauffé par une source non considérée ici (le réacteur), circule de manière forcée le long de tubes contenant un fluide secondaire diphasique auquel il cède sa chaleur par transfert. Le fluide secondaire, en fonctionnement normal, pénètre dans les tubes à l'état liquide, s'échauffe, s'évapore puis quitte finalement le générateur de vapeur sous forme de vapeur surchauffée. La géométrie des tubes peut être très diverse: tubes rectilignes, tubes en hélice, tubes en U, etc. Pour l'analyse, le générateur de vapeur est représenté par un tube moyen selon un schéma donné en fig. 2. Ce schéma peut s'appliquer en principe à n'importe quelle géométrie à condition d'adapter en conséquence les facteurs géométriques intervenant dans les équations.

L'état du système est caractérisé par l'ensemble des variables hydro-thermodynamiques des fluides primaire et secondaire (pression, débit, température, enthalpie, qualité de vapeur, etc.) et par la température des parois (tubes). Certaines variables aux extrémités du générateur de vapeur sont déterminées par le couplage de celui-ci avec le reste du cycle thermodynamique. Ces variables définissent les conditions aux limites. On prendra ici (voir 3.4.3 p.159):

au primaire:      la pression d'entrée  
                    le débit d'entrée  
                    la température d'entrée

Fig. 1 Tube moyen d'un générateur de vapeur.

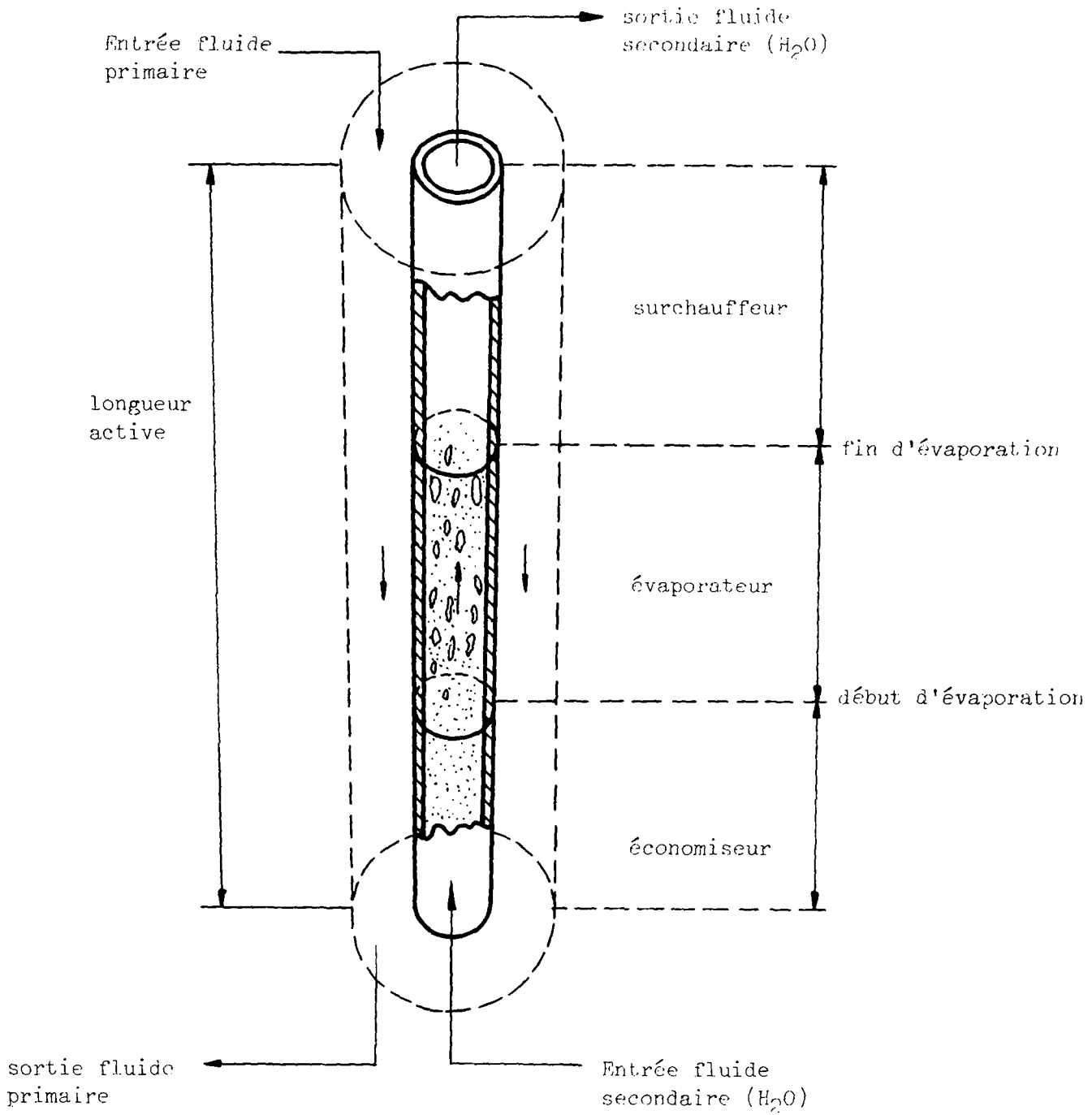
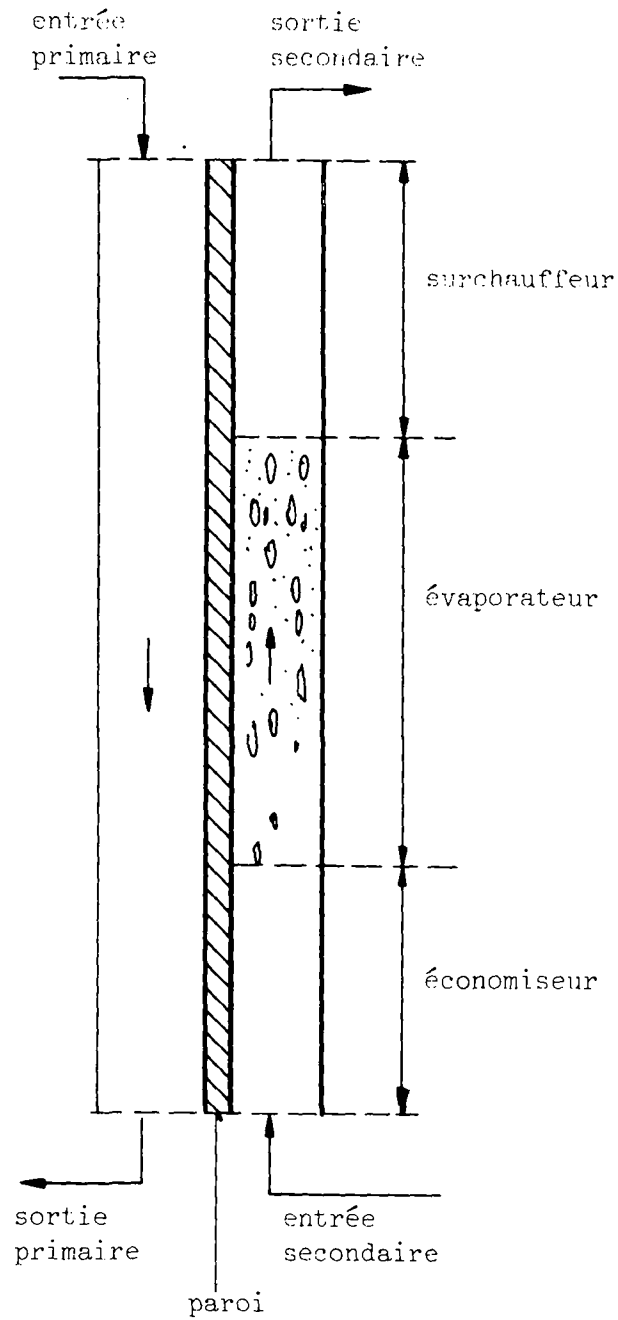


Fig. 2 Représentation schématique du tube moyen d'un générateur de vapeur.



au secondaire : le débit d'entrée  
l'enthalpie d'entrée  
la pression de sortie

Le problème que l'on se propose de résoudre consiste à déterminer l'évolution de l'état du système en connaissant l'évolution des conditions aux limites et l'état initial du système. Concernant les conditions aux limites, on envisage en principe de considérer n'importe quelle évolution représentative des transitoires qui peuvent se présenter lors du fonctionnement normal ou anormal d'un cycle à vapeur.

Concernant la nature des fluides, la technologie appliquée ou en développement aujourd'hui pour les centrales nucléaires de puissance fait appel aux fluides suivants:

fluide primaire:

- eau pressurisée (réacteur à eau légère du type PWR, réacteurs à eau lourde)
- gaz:  $\text{CO}_2$ , He (réacteurs refroidis au gaz)
- sodium liquide (réacteurs rapides type LMFBR)
- sel liquide (réacteurs à sel fondu)

fluide secondaire:

- eau (tous les réacteurs ayant un cycle secondaire à vapeur, la totalité des réacteurs en exploitation aujourd'hui à l'exception des BWR où l'évaporation se fait directement dans le coeur)
- fluides dits "exotiques": isobutane, propane, propylène, fréon, ammoniaque, etc (partiellement étudiés pour des cycles à condensation à basse température (bottom cycles), en particulier dans le but d'augmenter le rendement des cycles à gaz).

Dans ce rapport, les bases théoriques seront présentées d'une manière indépendante de la nature des fluides. Les équations d'états et les diverses corrélations empiriques qui spécifient la nature des fluides seront mises sous une forme suffisamment générale pour être applicables aux différents fluides particuliers envisageables. Par commodité de langage, on utilisera souvent les termes d'eau et de vapeur pour décrire le fluide diphasique.

Les résultats présentés (chap.4) concernent un générateur de vapeur du type sodium liquide-eau: ceci, parce que le développement des modèles et les premiers essais numériques se sont faits dans le cadre d'une étude de centrale nucléaire du type LMFBR (Liquid Metal Fast Breeder Ractor = réacteur rapide surrégénérateur refroidi au sodium liquide).

### 3.1.2 Modèle mathématique et réalité physique.

#### Cas de l'écoulement monophasique

Le modèle mathématique décrivant la dynamique de l'écoulement d'un fluide est composé d'équations de plusieurs types complétées par des conditions aux limites et des conditions initiales.

Un premier type d'équations résulte de l'application des lois fondamentales de conservation (masse, énergie et quantité de mouvement). Un deuxième type d'équations, dites équations constitutives caractérisent les propriétés physiques et thermodynamiques du fluide lui-même (équation d'état, chaleur spécifique, viscosité, etc.). Le reste des équations est fourni par les relations générales de la thermodynamique (relations entre enthalpie, énergie, tempéra-

ture, etc.) et les définitions des grandeurs particulières à un fluide (taux de vide, qualité de vapeur par ex.).

Une condition nécessaire pour permettre le calcul d'une solution est que l'on ait autant d'équations que d'inconnues, cette condition n'étant toutefois pas à priori suffisante pour assurer l'existence et l'unicité de cette solution.

De plus, lorsque le modèle doit conduire à des résultats numériques, des simplifications sont inévitables (voir en 3.1.3 un résumé des hypothèses principales) et un travail important de transformations mathématiques est nécessaire. Par exemple, les équations de conservation que l'on écrit au départ pour des variables instantanées locales doivent être moyennées dans le temps (moyenne statistique) et dans l'espace (moyenne sur la section de passage dans les écoulements mono-dimensionnels) pour obtenir des équations pratiquement utilisables: ces équations transformées font alors intervenir des variables d'ingénieurs ("engineering variables" BOURE/11/) qui seules sont pratiquement accessibles à l'analyse et aux investigations expérimentales. Ce traitement se fait au prix d'une perte d'information: on renonce au détail des processus microscopiques pour obtenir une connaissance des effets globaux. En particulier, les transferts de quantité de mouvement et d'énergie entre les parois et le fluide ne peuvent plus être exprimés par les lois de conservation et doivent être évalués par des corrélations expérimentales. Ces corrélations sont désignées par équations constitutives externes pour les distinguer des vraies équations constitutives qui décrivent l'état du fluide et ses propriétés thermo-dynamiques et que l'on désigne alors par équations constitutives intrinsèques. A titre d'illustration, on donne ici le modèle mathématique décrivant l'écoulement mono-dimensionnel d'un fluide monophasique:

Equations de conservation:

masse:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho v}{\partial z} = 0 \quad (1)$$

quantité de mouvement:

$$\frac{\partial \rho v}{\partial t} + \frac{\partial p}{\partial z} + \tau + \rho g \cos \theta + \frac{\partial}{\partial z} \rho v^2 = 0 \quad (2)$$

$g$  = accélération terrestre

$\theta$  = angle de l'écoulement avec la verticale

énergie:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t} \left( \rho \left( e + \frac{v^2}{2} + gz \cos \theta \right) \right) \\ & + \frac{\partial}{\partial z} \left( \rho v \left( i + \frac{v^2}{2} + gz \cos \theta \right) \right) = \dot{q} \end{aligned} \quad (3)$$

Equations constitutives intrinsèques:

Equations d'état:

$$\rho = \rho(p, i) \quad (4)$$

$$T = T(p, i) \quad (5)$$

$$\mu = \mu(p, i) \quad (6)$$

$$\lambda = \lambda(p, i) \quad (7)$$

pour un gaz parfait on a par exemple:

$$\rho = p/RT \quad \text{et} \quad T = i/C_p$$

pour (5) et (4) respectivement

Equations constitutives externes:

Le terme de friction  $\tau$  dans l'équation de conservation de quantité de mouvement (2) peut s'exprimer par:

$$\tau = - \frac{1}{A} \iint_S \operatorname{div} (\sigma \cdot n_z) dS \quad (8)$$

où

$S$  = section de passage du fluide perpendiculaire à l'écoulement

$A$  = surface de  $S$ ,  $A = \iint_S \cdot dS$

$\sigma$  = tenseur des contraintes visqueuses

$n_z$  = vecteur unité sur l'axe  $z$

$dS$  = élément de surface de  $S$

Le terme prépondérant dans le tenseur  $\sigma$  est du type  $\frac{\partial}{\partial r} v_z$  (voir par exemple LANDAU et LIFSCHITZ /4/ ou SUTER /12/)

avec  $v_z$  = projection sur l'axe  $z$  de la vitesse et

$r$  = coordonnée radiale du système cylindro-polaire.

Or, le traitement mono-dimensionnel ayant fait disparaître cette vitesse locale  $v_z(r)$  des équations de conservation au profit de la vitesse moyenne  $v$ , l'équation (8) est inutilisable. Elle est remplacée habituellement par une relation expérimentale du type:

$$\tau = \xi \frac{\rho v^2}{2D_H} \quad (9)$$

avec  $\xi = \xi(Re) =$  coefficient de friction (10)

la fonction  $\xi(Re)$  étant donnée par exemple par MOODY /13/



De même pour l'expression du terme source de chaleur  $\dot{q}$  qui apparaît dans le bilan d'énergie (3). Du point de vue de la réalité physique, il dépend du profil radial de température et des conditions aux limites (température de surface de la paroi). Ce profil de température étant également perdu par le traitement mono-dimensionnel, on est réduit à appliquer une équation constitutive externe du type:

$$\dot{q} = \alpha_{TR} \cdot \frac{P}{A} \cdot (T_p - T) \quad (11)$$

avec  $\alpha_{TR}$  = coefficient de transfert de chaleur:  
peut dépendre de tous les paramètres du fluide et de la géométrie; il est déterminé par l'expérience

P = périmètre de la surface limitant l'écoulement

A = surface de la section de passage

$T_p$  = température de la surface de la paroi en contact avec le fluide (à considérer ici comme condition aux limites)

T = température du fluide

#### Relations thermodynamiques et définitions:

$$e = i - P/\rho \quad (12)$$

$$Re = \frac{\rho v D_h}{\mu} \quad (13)$$

Finalement, pour l'écoulement mono-dimensionnel d'un fluide monophasique, on a les 11 variables inconnues suivantes:

$\rho$  = densité ( $\text{kg/m}^3$ )  
 $v$  = vitesse ( $\text{m/s}$ )  
 $p$  = pression ( $\text{N/m}^2$ )  
 $e$  = énergie interne spécifique ( $\text{J/kg}$ )  
 $i$  = enthalpie spécifique ( $\text{J/kg}$ )  
 $T$  = température ( $^{\circ}\text{K}$ )  
 $\mu$  = viscosité dynamique ( $\text{kg/m s}$ )  
 $\lambda$  = conductibilité thermique ( $\text{W/m s}$ )  
 $\tau$  = terme de friction dans le bilan de quantité de mouvement ( $\text{N/m}^3$ )  
 $\dot{q}$  = source de chaleur par unité de volume du fluide ( $\text{W/m}^3$ )  
 $Re$  = nb. de Reynold -  
avec  
 $z$  = variable indépendante de l'espace  
 $t$  = variable indépendante du temps

A ces 11 inconnues correspondent :

3 équations de conservation (aux dérivées partielles et non linéaires)

{  
(1)  
(2)  
(3)

4 équations constitutives intrinsèques

{  
(4)  
(5)  
(6)  
(7)

2 équations constitutives externes

{  
(9)  
(11)

2 relations thermodynamiques et définitions

{  
(12)  
(13)

soit en tout 11 équations.

On peut donc envisager de résoudre, même si un important travail numérique reste encore à faire à cause de la non-linéarité des équations différentielles. On trouvera en particulier une application de ce modèle au comportement de cycles à turbine à gaz chez TIBERINI /14/ et DUPONT et all. /15/, /16/.

Ces considérations sur la modélisation mathématique d'un écoulement d'un fluide monophasique permettent de mettre en évidence quelques caractéristiques générales. Ces caractéristiques, valables aussi pour un fluide diphasique, peuvent être résumées comme suit:

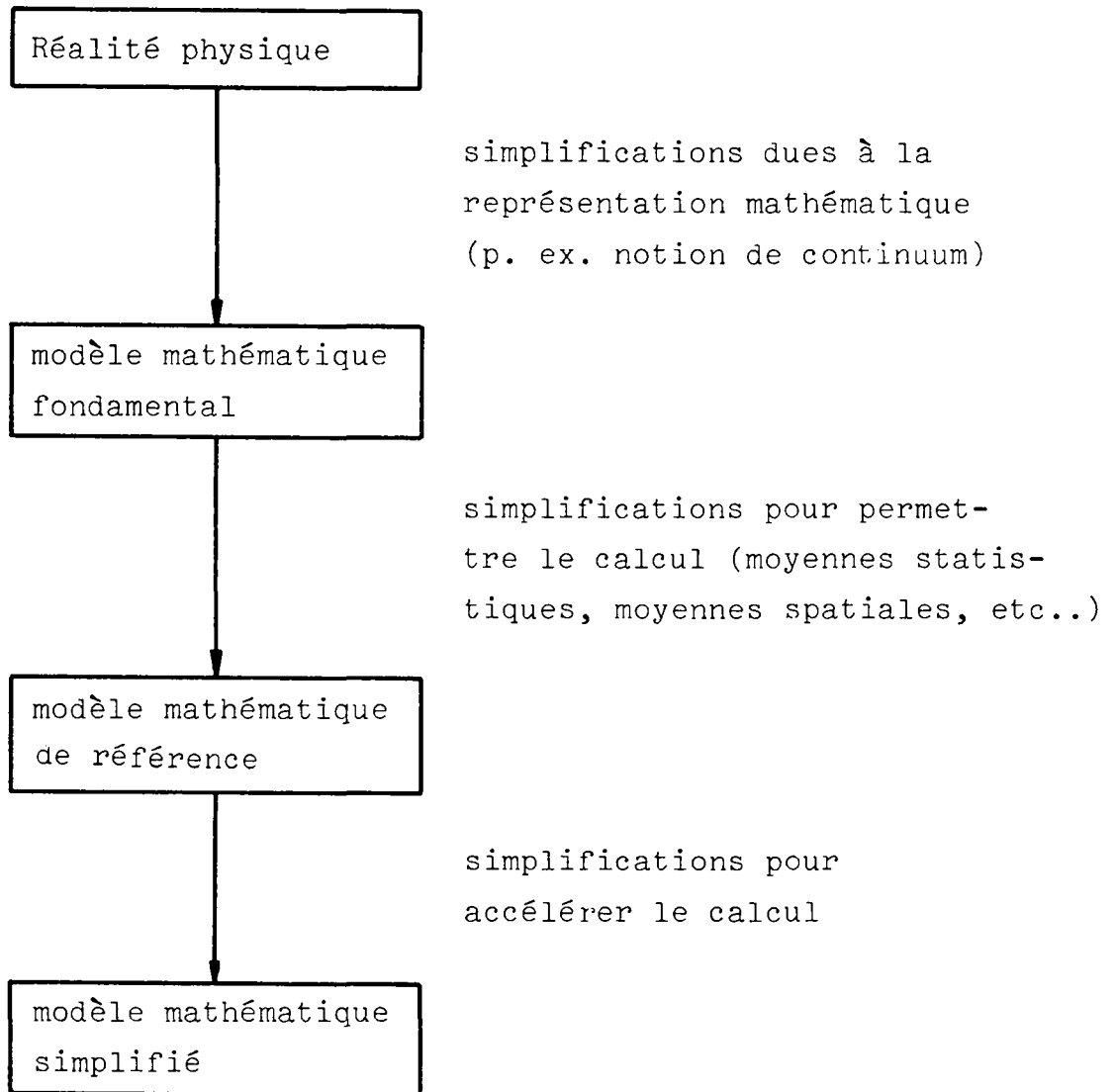
- 1) le modèle "absolument complet", décrivant toute la réalité physique, n'existe pas.
- 2) le modèle le plus complet que les connaissances actuelles permettent d'écrire ne permet pas de calculer (ainsi la formulation de  $\tau$  et  $\dot{q}$  basée sur une analyse bi-voire tri-dimensionnelle n'a pas encore pu être résolue en régime dynamique quelconque): on désignera ce modèle par modèle mathématique fondamental.
- 3) le modèle le plus complet avec lequel le calcul devient possible (par exemple le modèle ci-dessus pour l'écoulement d'un fluide monophasique), modèle qu'on désignera par modèle mathématique de référence, est donc en fait une simplification notable de la réalité. Mentionnons encore dans ce contexte une hypothèse implicite qu'il a fallu faire pour obtenir le modèle ci-dessus, à savoir l'hypothèse que si  $\langle f \rangle$  et  $\langle g \rangle$  sont les moyennes des grandeurs  $f$  et  $g$  alors  $\langle fg \rangle = \langle f \rangle \langle g \rangle$ , la moyenne du produit est le produit des moyennes: ceci aussi bien pour les moyennes statistiques (dues aux turbulences)

que pour les moyennes spatiales (modèle 1-D) et que pour leurs combinaisons (voir par exemple REOCREUX/17/). Tout en étant conscient des imperfections du modèle mathématique de référence, il faut reconnaître que:

- a. c'est un outil déjà très précis, peut-être même dans certain cas trop précis, pour évaluer le comportement des grandeurs macroscopiques qui importent pour l'ingénieur. De plus, c'est le seul à disposition.
  - b. c'est un modèle déjà assez complexe pour nécessiter un traitement numérique laborieux et surtout pouvant conduire à des temps de calcul élevés. Il y a donc souvent nécessité d'introduire des simplifications supplémentaires pour accélérer l'analyse, avec comme corollaire la nécessité de tester la validité et les limites de ces simplifications.
- 4) un modèle mathématique simplifié contient, par rapport au modèle de référence, des simplifications supplémentaires destinées à accélérer le calcul.

Ces réflexions peuvent être résumées selon le schéma de la fig. 3. Il faudrait encore signaler ici les approximations supplémentaires dues au traitement numérique, liées essentiellement au fait que les variables indépendantes continues  $z$  et  $t$ , sont remplacées par des ensembles de valeurs discrètes (discrétisation de l'espace et du temps). Le numéricien insiste cependant sur la différence essentielle entre "une simplification" qui représente toujours un écart non nul par rapport à la réalité première et une "approximation" dont le degré de précision peut être choisi arbitrairement.

Fig. 3 CLASSIFICATION DES MODELES MATHEMATIQUES



Le chapitre 3.2 a pour but d'exposer, sur la base des connaissances actuelles, un modèle mathématique de référence pour la dynamique de l'écoulement d'un fluide diphasique subissant un préchauffage, une évaporation et une surchauffe. Ceci se fera en décrivant brièvement les simplifications essentielles introduites par rapport à un modèle mathématique fondamental.

### 3.1.3 Hypothèses et restrictions

On rassemble et résume ici les principales hypothèses et restrictions à la base du modèle mathématique de référence. Il ne s'agit ici que d'hypothèses physiques, les hypothèses concernant le traitement numérique seront traitées dans le chapitre consacré à la méthode de résolution (chap.3.4).

H1-tube moyen: tous les tubes du générateur de vapeur sont supposés avoir un comportement identique. Un seul tube, dit "tube moyen", est donc analysé.

H2-hydrodynamique mono-dimensionnelle: la seule dimension de l'espace considérée pour l'hydrodynamique des fluides primaire et secondaire est celle correspondant à leur direction d'écoulement.

H3-température de paroi: une seule température moyenne est considérée dans le sens de l'épaisseur du tube. On admet qu'elle est représentative de la température au milieu de l'épaisseur. Dans les cas où il sera nécessaire de connaître une température de surface (par exemple pour l'utilisation de certaines corrélations de transfert de chaleur en régime d'ébullition) on la déduira du flux thermique en supposant que le gradient (radial) de température le suit sans inertie.

H4-géométrie: on considère des tubes verticaux rectilignes ou hélicoïdaux . Le fluide primaire circule de haut en bas à l'extérieur des tubes. Le fluide secondaire circule à contre-courant.

H5-fluide primaire: le fluide primaire est celui qui cède de la chaleur. Là où des constantes géométriques apparaîtront, on admettra qu'il circule à l'extérieur des tubes. Il est supposé être monophasique et fera l'objet d'un traitement quasi-incompressible (densité variable mais débit uniforme dans l'espace).

H6-fluide secondaire: c'est le fluide qui reçoit la chaleur et s'évapore. Dans l'économiseur (portion du générateur de vapeur située entre l'entrée et le point de début d'évaporation), le fluide étant entièrement sous forme liquide, on fera un traitement quasi-incompressible.

H7-équilibre thermodynamique: on admet que les définitions habituelles des grandeurs thermodynamiques ainsi que les équations d'état restent valables en régime dynamique.

H8-validité des relations expérimentales: de même, on admet que les corrélations empiriques, basées essentiellement sur des expériences stationnaires (écoulements permanents) restent applicables en régime dynamique. Ceci concerne en particulier les frictions, les transferts de chaleur et le glissement des vitesses des phases.

H9-équilibre thermique: l'hypothèse de l'équilibre thermodynamique concerne un équilibre à l'intérieur de chaque phase isolément. L'hypothèse de l'équilibre thermique va plus loin en postulant que lorsque deux phases coexistent,

elles sont en équilibre thermique entre elles, c'est-à-dire qu'elles ont la même température.

H10-pression de chaque phase: on admet que les pressions des deux phases liquides et gazeuses sont localement identiques.

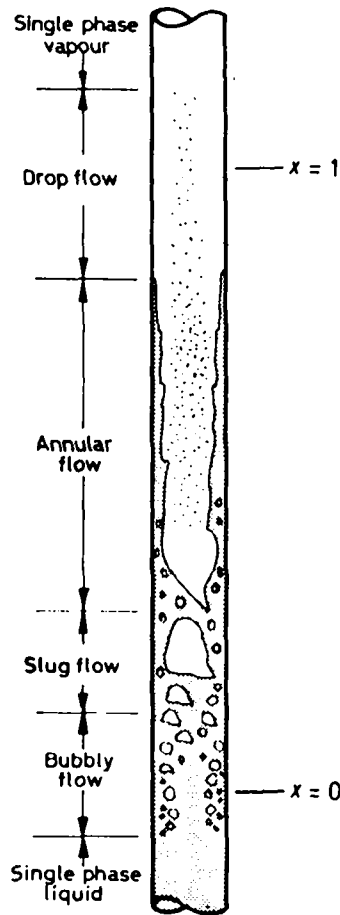
### 3.2 Modèle mathématique de référence

#### 3.2.1 Hydrodynamique diphasique

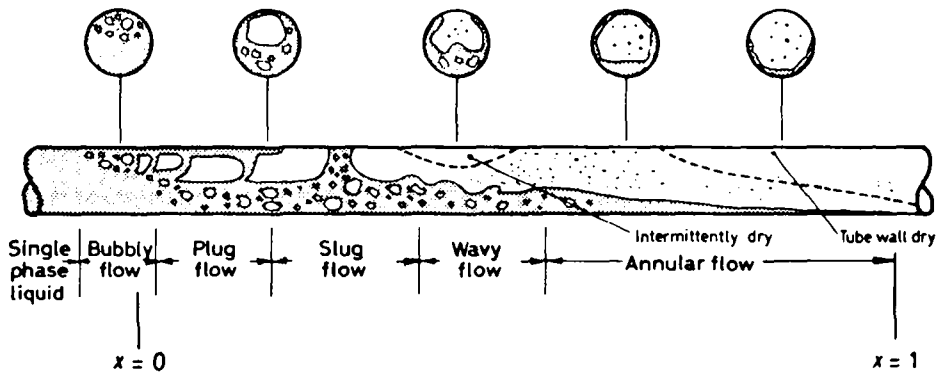
Un écoulement diphasique présente beaucoup d'analogie formelle avec un écoulement monophasique, en particulier toutes les difficultés mentionnées en 3.1.2 se retrouvent. En plus s'ajoutent les difficultés inhérentes à la présence des deux phases dont l'interaction dynamique paraît, encore aujourd'hui, difficile à mettre en équations, que ce soit l'interaction thermodynamique (processus d'évaporation ou de condensation hors équilibre) ou l'interaction mécanique (la configuration spatiale de chaque phase est difficile à saisir, on en est réduit à des descriptions qualitatives des formes de l'écoulement semblables à celle de la fig. 4). Une conséquence immédiate est que les termes de friction ( $\tau$ ) et de transfert de chaleur ( $\dot{q}$ ) seront encore plus complexes à évaluer macroscopiquement, la réalité physique microscopique se laissant plus difficilement globaliser. Les corrélations expérimentales, surtout celles concernant le transfert de chaleur, peuvent dépendre fortement de tellement de



Fig. 4 Régimes d'écoulement diphasique (selon COLLIER /10/, p.11 et 14).



Flow Patterns in a Vertical Evaporator Tube



Flow Patterns in a Horizontal Tube Evaporator

paramètres qu'une investigation systématique de toutes les situations diphasiques possibles n'est pas encore réalisée. Et pourtant, selon COLLIER /10/ qui cite GOUZE, le nombre de publications croît de manière exponentielle et a déjà atteint 10 000 en 1970. De plus, les extrapolations nécessaires hors des domaines mesurés offrent peu de garantie quant à leur précision, faute d'un support analytique.

### 3.2.1.1. Equations de conservation

Intuitivement, les équations générales de conservation diphasiques peuvent se déduire des équations monophasiques en substituant aux variables monophasiques des variables diphasiques de la manière suivante:

variable monophasique		variables diphasiques
densité	$\rho$	$\alpha \rho_g + (1 - \alpha) \rho_l$
quantité de mouvement	$\rho v$	$\alpha \rho_g v_g + (1 - \alpha) \rho_l v_l$
densité d'enthalpie	$\rho i$	$\alpha \rho_g i_g + (1 - \alpha) \rho_l i_l$
courant d'enthalpie	$\rho v i$	$\alpha \rho_g v_g i_g + (1 - \alpha) \rho_l v_l i_l$
etc	$g =$ indice de la phase gazeuse (vapeur) $l =$ indice de la phase liquide	

On remplace donc une variable monophasique par la somme des variables phasiques équivalentes, pondérées par  $\alpha$  pour la phase gazeuse et  $(1 - \alpha)$  pour la phase vapeur.  $\alpha$  est un taux de présence et la vapeur appelé coefficient ou taux de vide. Il y a deux façons de le définir:

- 1°) définition spatiale:  $\alpha$  est la fraction du volume gazeux dans un volume double-phase

$$\alpha = \frac{V_g}{V_g + V_l}$$

avec  $V_g$  = volume occupé par le gaz  
 $V_l$  = volume occupé par le liquide

- 2°) définition statistique:  $\alpha$  est la probabilité que le point de l'espace  $\vec{r}$  au temps  $t$  soit entouré de vapeur.

Si on considère la variable aléatoire  $X_g(\vec{r}, t)$  définie par:

$$X_g(\vec{r}, t) = \begin{cases} 1 & \text{si le point au temps } t \text{ est entouré de gaz} \\ 0 & \text{s'il est entouré de liquide} \end{cases}$$

alors  $\alpha = \bar{X}_g$  = moyenne de  $X_g$   
moyenne théorique qui serait à prendre par exemple sur un grand nombre d'expériences identiques.

La première définition correspond à un taux de vide macroscopique que l'on peut obtenir en moyennant dans l'espace celui de la seconde définition appelé taux de vide local instantané (DELHAYE/22/, p. 43).

Le  $\alpha$  de la première définition est celui pratiquement utilisable pour le traitement mono-dimensionnel et résulte donc d'une double moyenne statistique et spatiale.

Le passage des variables monophasiques aux variables diphasiques (somme des variables phasiques) conduit aux équations de conservations telles qu'elles sont données dans la table 1. On les trouve sous la même forme (éventuellement aux termes d'énergies cinétique et potentielle dans l'équation

Table 1 Equations de conservation pour l'écoulement dynamique d'un fluide diphasique (cas mono-dimensionnel)

Conservation de la masse

$$\frac{\partial}{\partial t} \left\{ \alpha \rho_g + (1-\alpha) \rho_l \right\} + \frac{\partial}{\partial z} \left\{ \alpha \rho_g v_g + (1-\alpha) \rho_l v_l \right\} = 0 \quad (14)$$

Conservation de l'énergie

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t} \left\{ \alpha \left( \rho_g e_g + \frac{1}{2} \rho_g v_g^2 + \rho_g g z \cos \theta \right) \right. \\ & \quad \left. + (1-\alpha) \left( \rho_l e_l + \frac{1}{2} \rho_l v_l^2 + \rho_l g z \cos \theta \right) \right\} \\ & + \frac{\partial}{\partial z} \left\{ \alpha \left( \rho_g v_g i_g + \frac{1}{2} \rho_g v_g^3 + \rho_g v_g g z \cos \theta \right) \right. \\ & \quad \left. + (1-\alpha) \left( \rho_l v_l i_l + \frac{1}{2} \rho_l v_l^3 + \rho_l v_l g z \cos \theta \right) \right\} = \dot{q} \end{aligned} \quad (15)$$

Conservation de la quantité de mouvement

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t} \left\{ \alpha \rho_g v_g + (1-\alpha) \rho_l v_l \right\} \\ & + \frac{\partial}{\partial z} \left\{ \alpha \rho_g v_g^2 + (1-\alpha) \rho_l v_l^2 + p \right\} \\ & + \left\{ \alpha \rho_g + (1-\alpha) \rho_l \right\} g \cos \theta + \tau = 0 \end{aligned} \quad (16)$$

avec:

$\theta$  = angle de la direction d'écoulement avec la verticale

$g$  = accélération terrestre ( $9.81 \text{ m/s}^2$ )

$\tau = \frac{\partial p_{fr}}{\partial z}$  = terme de friction

$\dot{q}$  = source de chaleur par unité de volume

Table 2 Variables principales caractérisant un écoulement  
diphasique mono-dimensionnel

Variables liées à l'ensemble des 2 phases:

$p$	pression	(N/m <sup>2</sup> )
$\alpha$	taux de vide (fraction volumique de vapeur)	( - )
$X$	qualité (titre) de vapeur	( - )
$\dot{q}$	densité de source de chaleur (par transfert)	(w/m <sup>3</sup> )
$\tau = \frac{\partial p_{fr}}{\partial z}$	terme de friction par viscosité	(N/m <sup>3</sup> )
$T_s$	température de saturation	(°C)

Variables liées à chaque phase:

phase liquide (l)	phase gazeuse (g)		
$i_l$	$i_g$	enthalpie spécifique	(J/kg)
$e_l$	$e_g$	énergie interne spéc.	(J/kg)
$\rho_l$	$\rho_g$	densité massique	(kg/m <sup>3</sup> )
$v_l$	$v_g$	vitesse	(m/s)
$T_l$	$T_g$	température	(°C)

Variables indépendantes:

- $z$  = variable de l'espace  
 $t$  = variable temps

d'énergie près) chez BJØRLO et all./3/p. 16, FISCHER et HAEFELE/19/p. 508, TONG/20/p. 207 et ZUBER et DOUGHERTY/21/p. 1094.

La façon rigoureuse de les obtenir consiste à procéder comme suit:

- écrire les équations générales de conservation sous forme intégrale pour un volume quelconque
- par application du théorème de la dérivée Lagrangienne et du théorème d'Ostrogradsky et en considérant que les équations ci-dessus doivent être valables pour un volume quelconque, obtenir des équations instantanées locales aux dérivées partielles
- en moyennant les équations statistiquement et sur une section de passage perpendiculaire à l'écoulement, obtenir les équations aux dérivées partielles mono-dimensionnelles, de la table 1, valable pour le cas d'une section constante.

Ce traitement n'a été que récemment entrepris d'une manière complète. Mais le résultat semble bien établi, surtout en ce qui concerne les équations de la table 1 qui portent sur la somme des deux phases. Citons DELHAYE /22/, WUNDT /23/ et ISHII /24/.

Si on fait un compte des inconnues apparaissant dans les 3 équations de la table 1, on dénombre 12 variables auxquelles on ajoutera 4 variables qui, si elle n'apparaissent pas explicitement dans les équations de conservation telles que nous les avons écrites, vont cependant être d'un usage courant, à savoir: les températures de chaque phase  $T_l$  et  $T_g$ , la température de saturation  $T_S$  et le titre de vapeur  $X$  ( $X$  appelé aussi qualité de vapeur représente pour un fluide

au repos la fraction massique de vapeur  $M_g/M_{\text{tot}}$  et pour un écoulement la fraction du débit massique de vapeur  $\dot{m}_g/\dot{m}_{\text{tot}}$ , ceci sera encore précisé en 3.2.1.3). On a donc en tout 16 variables qui sont rassemblées dans la table 2.

Pour ces 16 variables, nous ne disposons pour l'instant que de 3 équations qu'il faut maintenant compléter. Deux cas particuliers peuvent se liquider rapidement, à savoir les cas extrêmes où l'on a que du liquide ou que de la vapeur. En posant respectivement  $\alpha = 0$  ou  $\alpha = 1$  on retrouve les équations d'un écoulement monophasique (équations (1), (2) et (3)) qui ont été traitées au § 3.1.2. Dans la suite du présent chapitre, on considérera exclusivement un écoulement diphasique avec présence simultanée des phases liquide et gazeuse (vapeur).

Avant de chercher à compléter les équations, mentionnons encore la forme compacte donnée à la table 3 que prennent les équations de conservation lorsque l'on introduit les variables de mélange définies dans la table 4 et faisons les remarques suivantes:

1. Cette forme compacte est physiquement strictement équivalente à la forme de la table 1. Les hypothèses introduites jusqu'à présent sont d'une part les hypothèses H1 à H4 et H6 à H8 qui sont les hypothèses usuelles que l'on fait déjà pour un fluide monophasique monodimensionnel, et d'autre part l'hypothèse H10, particulière à un écoulement diphasique qui admet l'égalité locale des pressions des deux phases. Il n'est par contre pas encore fait d'autres hypothèses sur l'interaction des phases, en particulier sur l'écart des vitesses ou sur le degré de déséquilibre thermique.

Table 3 Forme compacte des équations de conservation d'un écoulement diphasique (introduction des variables de mélange)

Conservation de la masse

$$\frac{\partial}{\partial t} \rho + \frac{1}{A} \frac{\partial}{\partial z} \dot{m} = 0 \quad (17)$$

Conservation de l'énergie

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t} (\rho e + \frac{1}{2} \rho v_{m2}^2 + \rho g z \cos \theta) \\ & + \frac{\partial}{\partial z} (\rho v_{m1} i + \frac{1}{2} \rho v_{m3}^3 + \frac{\dot{m}}{A} g z \cos \theta) = \dot{q} \end{aligned} \quad (18)$$

Conservation de la quantité de mouvement

$$\frac{\partial}{\partial t} \dot{m} + A \left\{ \frac{\partial}{\partial z} (\rho v_{m2}^2 + p) + \rho g \cos \theta + \frac{\partial p_{fr}}{\partial z} \right\} = 0 \quad (19)$$



Table 4 Grandeurs globales pour l'ensemble des deux phases  
(variables de mélange) du fluide secondaire

(\*)

$$\dot{m} = \left\{ \rho_{\ell} (1-\alpha) v_{\ell} + \rho_g \alpha v_g \right\} \cdot A \quad \text{débit massique total (kg/s) à travers la section A (\perp \text{ à l'écoulement})} \quad (20)$$

$$\rho = \rho_{\ell} (1-\alpha) + \rho_g \alpha \quad \text{densité du mélange } \ell + g \text{ (kg/m}^3\text{)} \quad (21)$$

$$i = \left\{ \rho_{\ell} (1-\alpha) i_{\ell} + \rho_g \alpha i_g \right\} \frac{1}{\rho} \quad \text{enthalpie du mélange } \ell + g \text{ (J/kg)} \quad (22)$$

$$e = \left\{ \rho_{\ell} (1-\alpha) e_{\ell} + \rho_g \alpha e_g \right\} \cdot \frac{1}{\rho} \quad \text{énergie interne du mélange } \ell + g \text{ (J/kg)} \quad (23)$$

$$v_{m1} = \left\{ \rho_{\ell} (1-\alpha) v_{\ell} i_{\ell} + \rho_g \alpha v_g i_g \right\} \frac{1}{\rho i} \quad \text{vitesse moyenne type 1 (m/s)} \quad (24)$$

$$v_{m2} = \left\{ (\rho_{\ell} (1-\alpha) v_{\ell}^2 + \rho_g \alpha v_g^2) \frac{1}{\rho} \right\}^{1/2} \quad \text{vitesse moyenne type 2 (m/s)} \quad (25)$$

$$v_{m3} = \left\{ (\rho_{\ell} (1-\alpha) v_{\ell}^3 + \rho_g \alpha v_g^3) \frac{1}{\rho} \right\}^{1/3} \quad \text{vitesse moyenne type 3 (m/s)} \quad (26)$$

(\*) Si  $\dot{m}$  est le débit de un tube alors A est la section de un tube aussi. En pratique on choisira  $\dot{m}$  = débit total du générateur de vapeur (tous les tubes) et A = section totale de passage du fluide secondaire.

2. La forme compacte est très semblable au cas d'un fluide monophasique (équations (1), (2) et (3) du § 3.1.2).
3. La forme compacte semble réduire le nombre des inconnues: c'est en fait une illusion parce que à travers les vitesses moyennes  $v_{m1}$ ,  $v_{m2}$  et  $v_{m3}$  apparaissent les vitesses phasiques  $v_g$  et  $v_l$  et l'expression des termes  $\tau$  et  $\dot{q}$  peut faire appel, en toute généralité, à une connaissance détaillée des grandeurs de chaque phase.
4. La forme compacte montre l'importance des variables globales de mélange, qui, au niveau des équations de conservation, régissent presque complètement l'écoulement.

Nous avons donc dénombré 16 variables inconnues pour 3 équations. Il s'agit maintenant de compléter ces équations pour obtenir un système mathématique cohérent. C'est ici qu'apparaissent les difficultés inhérentes aux écoulements diphasiques. On a le choix entre deux méthodes principales:

- une méthode fondamentale basée sur un modèle à fluides séparés
- une méthode praticable, basée sur un modèle à fluides mélangés

#### Modèle à fluides séparés

Dans un modèle à fluides séparés, on écrit les équations de conservation pour chaque phase séparément, ce qui élève leur nombre à 6. Des équations constitutives sont alors à introduire pour décrire les propriétés du fluide (équations d'état) ainsi que l'interaction des phases entre elles

et avec les parois limitant l'écoulement. On trouve ce traitement fondamental chez DELHAYE /22/, REOCREUX /17/ et ISCHII /24/. Ce traitement conduit à un modèle dit à fluides séparés ou à deux fluides dont l'avantage est de pouvoir tenir compte de l'interaction dynamique des deux phases. Cet avantage reste cependant théorique, car les équations phasiques (équations de chaque phase séparée) contiennent des termes de transfert de masse, d'énergie et de quantité de mouvement qui nécessitent des équations constitutives adéquates. Ces équations constitutives impliquent une connaissance à la fois de la physique de l'interaction entre les phases et de la géométrie de l'interface, interface en fait mouvante et soumise à des fluctuations statistiques. Ce qui était déjà très difficile dans le cas monophasique lorsqu'il s'agissait d'exprimer le transfert de chaleur  $\dot{q}$  et les frictions par l'analyse de la structure microscopique de l'écoulement, en particulier des profils de vitesse et de température, devient ainsi encore au moins un ordre de grandeur plus difficile dans le cas des écoulements diphasiques à cause de cette structure complexe de l'écoulement. Les équations constitutives nécessaires à la fermeture du système d'équation n'existent pas dans l'état actuel des connaissances.

De fait, le but poursuivi avec une formulation aussi générale que possible du modèle à fluides séparés n'est pas, comme le dit DELHAYE /22/ 2<sup>e</sup> partie, p. 59 "... la fermeture et la résolution immédiate des équations..." mais bien plutôt de fournir une base "... à la réalisation et à la méthode d'analyses expérimentales" qui permettront "l'obtention des données expérimentales nécessaires à la fermeture des équations".

On peut de plus se demander ce que devient la signification physique d'un modèle à fluides séparés dans le cas de 1 dimension spatiale. En effet, le traitement mono-dimensionnel

fait appel à la fois à une moyenne statistique sur les turbulences et à une moyenne spatiale sur la section de passage qui font disparaître la structure microscopique, au prix d'ailleurs de certaines hypothèses. Comment alors concilier ce traitement global avec une individualité des phases et de leurs équations de conservation si cette individualité dépend précisément de la structure microscopique (perdue) de l'écoulement?

En bref, le modèle à fluides séparés n'est pas près de faire partie de la catégorie des modèles praticables. Ceci particulièrement dans le cas du comportement dynamique d'un générateur de vapeur où, en plus des effets temporels, on a la présence simultanée de plusieurs régimes d'écoulement et de transfert de chaleur et de toutes les transitions entre ces régimes.

#### Modèle à fluides mélangés

La méthode suivie par ce modèle consiste à se contenter des 3 équations de conservation de la table 1 ou de la table 3, c'est-à-dire d'équations de conservation exprimées pour la somme des deux phases. Le terme "modèle à fluide mélangé" s'explique de lui-même par la forme que prennent ces 3 équations de conservation lorsque les variables de mélange de la table 2 sont introduites: tout se passe comme si on avait à faire à un seul fluide de mélange.

Précisons bien cependant que les équations des tables 1 et 3 ne sont pas en elles-mêmes spécifiques du modèle à fluide mélangé. Elles se déduisent d'ailleurs directement du modèle à fluides séparés par addition des équations de conservation phasiques, les termes de transferts entre les phases s'annulant car étant égaux et de signes opposés.

Ce qui est spécifique du modèle à fluide mélangé, c'est de se restreindre à seulement 3 équations différentielles et de remplacer alors les équations différentielles manquantes par des équations constitutives externes qui devraient exprimer, sous une forme macroscopique et empirique, l'effet moyen des interactions entre les phases. On avait déjà le problème, avec un fluide monophasique, de traduire l'interaction des différentes vitesses et températures au moyen des termes globaux  $\tau$  et  $\dot{q}$ . Ce problème reste. Il s'ajoute celui de traduire l'effet de l'interaction des phases sur les écarts des vitesses et sur l'écart des températures entre les phases au moyen d'équations constitutives externes adéquates. Ce problème est plus ou moins bien résolu en ce qui concerne l'écart des vitesses par quelques corrélations à disposition sur ce que l'on désigne par le glissement des phases. Par contre, en ce qui concerne l'écart des températures, c'est-à-dire le déséquilibre thermique, il n'y a que très peu de corrélation à disposition qui permettent de tenir compte de cet effet et seulement pour des cas particuliers. Aussi sera-t-il fait appel à l'hypothèse de l'équilibre thermique H9 pour rendre le modèle praticable. Ceci conduit à un cas particulier du modèle à fluide mélangé dit modèle homogène avec glissement. Les chapitres qui suivent vont être consacrés à la fermeture du système d'équation propre à ce modèle.

### 3.2.1.2 Equations d'état

(équations constitutives intrinsèques)

En introduisant l'hypothèse de l'équilibre thermique H9, on peut exprimer les enthalpies, les densités et les températures phasiques au moyen des valeurs de saturation données par les tables de vapeur en fonction de la pression, ce qui nous donne les 6 équations suivantes:

$$i_l = i_{l,s}(p) \quad (27)$$

$$i_g = i_{g,s}(p) \quad (28)$$

$$\rho_l = \rho_{l,s}(p) \quad (29)$$

$$\rho_g = \rho_{g,s}(p) \quad (30)$$

$$T_l = T_s(p) \quad (31)$$

$$T_g = T_s(p) \quad (32)$$

$$T_s = T_s(p) \quad (33)$$

où

s = indice désignant une valeur de saturation donnée par les tables de vapeur /6/.

On remarque que pour la variable température, la valeur de saturation étant la même pour la phase liquide et la phase gazeuse, l'équilibre thermique correspond bien à une égalité des températures des deux phases.

### 3.2.1.3 Définitions et relations thermodynamiques

Les relations entre énergie interne et enthalpie nous fournissent deux équations:

$$e_l = i_l - \frac{p}{\rho_l} \quad (34a)$$

$$e_g = i_g - \frac{p}{\rho_g} \quad (34b)$$

et la définition du titre ou qualité de vapeur une troisième:

$$X = \frac{\dot{m}_g}{\dot{m}} \quad (35)$$

$$\text{avec } \dot{m} = \left[ \alpha \rho_g v_g + (1-\alpha) \rho_l v_l \right] \cdot A$$

= débit massique total dans la section A  
(selon équation (20), table 4)

$$\dot{m}_g = \alpha \rho_g v_g A = \text{débit de la phase gazeuse}$$

### 3.2.1.4 Equations constitutives externes: frictions, transfert de chaleur, glissement

Ce chapitre essaie de présenter une synthèse des connaissances actuelles sur les processus physiques et les corrélations empiriques permettant d'exprimer les termes de friction ( $\tau$ ), de transfert de chaleur ( $\dot{q}$ ) et de glissement des vitesses ( $S = v_g/v_l$ ) dans les équations de conservation. La complexité

de la matière fait que même un exposé qui se veut compact nécessite un nombre relativement élevé de pages. La lecture complète de ce chapitre n'est cependant pas indispensable à la compréhension du reste du travail et ses différents éléments peuvent être lus séparément. Afin d'aider le lecteur pressé, on donne ci-dessous une table des matières interne:

table des matières interne du chapitre 3.2.1.4

	<u>page</u>
Préambule	59
A. Les frictions	61
B. Le transfert de chaleur	64
B-1 Ebullition d'un fluide au repos	66
B-2 Ebullition - évaporation en convection forcée	69
Types d'écoulement et modes de transfert de chaleur (selon fig. 7, p. 70):	
zone A	69
zone B	71
zone C	72
zone D	73
zone E	73
zone F	74
zone G	75
zone H	79
point d'assèchement	80
début de l'ébullition nucléée	34
C. Le glissement des vitesses des phases	86



## Préambule

Ces équations doivent déterminer trois éléments:

- les frictions ( $\tau$ )
- le transfert de chaleur ( $\dot{q}$ )
- le glissement des vitesses ( $\frac{v_g}{v_l}$ )

Ces équations sont basées, en l'état actuel des connaissances sur une approche empirique conduisant à des corrélations expérimentales. D'une manière générale, en ce qui concerne les écoulements diphasiques, l'établissement de ces corrélations bute sur deux difficultés:

- le très grand nombre de paramètres qui affecte les termes globaux de friction, de transfert de chaleur et de glissement, fait qu'il n'a pas été possible, jusqu'ici, de couvrir par des expériences tout le spectre utile de ces paramètres. Une interpolation ou une extrapolation des résultats est alors nécessaire pour un système tel que le générateur de vapeur où on se propose d'analyser un comportement dynamique général.
- l'insuffisance actuelle des modèles physiques qui essaient de s'approcher le plus possible de la réalité (modèle fondamental à fluides séparés), l'insuffisance en particulier de l'analyse du processus d'interaction entre phases, fait que les interpolations et extrapolations ne peuvent que faiblement être supportées par l'analyse et sont donc très incertaines.

Il n'est pas dans notre objectif d'exposer ici le détail du champ des connaissances actuelles en matière de corrélations expérimentales. Notre objectif est plutôt de voir sous quelle forme générale ces corrélations se présentent et de vérifier qu'elles permettent de fermer le système d'équations.

Pour une information plus large sur les corrélations expérimentales ainsi que les méthodes analytiques essayées, on se référera avec profit aux ouvrages suivants:

- TONG /20/ : ouvrage de référence réputé, date cependant de 65
- COLLIER /10/ : récent (72), très complet et détaillé, aujourd'hui une "bible"
- ROHSENOW et  
GRIFFITH /25/ : récent (73), compact, sélection rapide de corrélations pratiques (Handbook)
- KNOWLES et  
ROBINS /45/ : présentation compacte d'une sélection de corrélations applicables pour l'analyse dynamique (1973)
- TEN WOLDE /52/ : remarquable investigation de l'influence du choix des corrélations et de la formulation du transfert de chaleur sur la simulation numérique de générateurs de vapeur nucléaires (1972).

## A. Les frictions

La littérature sur les pertes de charges distingue 3 contributions qui, additionnées, déterminent le gradient spatial axial de pression. Ces trois contributions correspondent aux trois effets suivants:

- l'accélération de l'écoulement par suite de la variation de densité le long de l'écoulement (évaporation, expansion)
- la gravitation terrestre
- les frictions

Les deux premiers effets sont déjà pris en considération dans l'équation de conservation de la quantité de mouvement de la table 1 à travers le terme d'accélération

$$\frac{\partial}{\partial z} \left\{ \alpha \rho_g v_g^2 + (1-\alpha) \rho_l v_l^2 \right\}$$

et le terme de gravitation

$$\left\{ \alpha \rho_g + (1-\alpha) \rho_l \right\} g \cos \theta$$

Il ne reste donc qu'à déterminer le terme de friction  $\tau$ .

Pour un écoulement monophasique, la formule en usage est, comme on l'a vu au § 3.1.2:

$$\tau = -\frac{\partial p_{fr}}{\partial z} = \xi \frac{\rho v^2}{2D_h} \quad (9)$$

avec  $\xi = \xi (Re, X_R)$ , coefficient de friction donné par le diagramme de MOODY /13/ en fonction du nombre de Reynold:

$$Re = \frac{\rho v D_h}{\mu} \quad (13)$$

et de la rugosité de la paroi limitant l'écoulement  $X_R$ .

$\mu$  est la viscosité dynamique (kg/m · s)

et  $D_h$  le diamètre hydraulique ( m ).

Ceci s'applique sans autre aux cas extrêmes  $\alpha = 0$  (écoulement liquide) et  $\alpha = 1$  (écoulement complètement gazeux).

On peut étendre l'application de cette même formule au domaine intermédiaire  $0 < \alpha < 1$  en remplaçant les termes d'énergie cinétique ( $\rho v^2$ ) et de quantité de mouvement ( $\rho v$ ) par des expressions diphasiques équivalentes. On obtient ainsi:

$$\tau = \frac{\partial p_{fr}}{\partial z} = \xi \frac{\alpha \rho_g v_g^2 + (1 - \alpha) \rho_l v_l^2}{2D_h} \quad (36)$$

ou encore, en introduisant la densité moyenne  $\rho$  définie par (21) et la vitesse moyenne  $v_{m2}$  définie par (25):

$$\frac{\partial p_{fr}}{\partial z} = \xi \frac{\rho v_{m2} |v_{m2}|}{2D_h}$$

le produit  $v_{m2} |v_{m2}|$  généralise l'expression des frictions à un sens quelconque d'écoulement et exprime que les frictions s'opposent toujours à l'écoulement.

avec  $\xi = \xi (Re, X_R)$  toujours selon MOODY

$$\begin{aligned} \text{et } Re &= \frac{(\alpha \rho_g v_g + (1 - \alpha) \rho_l v_l) \cdot D_h}{\mu} \quad (37) \\ &= \frac{\dot{m} D_h}{A \mu} \end{aligned}$$

Quant à la viscosité moyenne  $\mu$ , on prendra celle définie par les sous-programmes de calcul numérique des propriétés physiques de la vapeur d'eau décrits par JEANMONOD /26/, définition qui est basée sur une pondération par le taux de vapeur des viscosités des phases liquides et gazeuses prises à la température de saturation:

$$\begin{aligned} \mu &= X \mu_{g,s} + (1-X) \mu_{l,s} \quad (38) \\ &= \mu(p, X) \end{aligned}$$

Remarquons que les formulations les plus connues, comme celles de THOM ou de MARTINELLI consistent à appliquer d'abord la formule monophasique (9), en supposant que tout l'écoulement est soit liquide, soit gazeux, puis à introduire un coefficient de correction basé sur des résultats de mesure. On a alors une formulation du type:

$$\tau_{2ph} = C_{2ph,g} \cdot \tau_g \quad (39)$$

$$\text{avec } \tau_g = \xi \frac{\rho_g v_g^2}{2D_h} \quad (40)$$

La précision toutefois limitée des coefficients de correction  $C_{2ph,g}$  en dehors du strict domaine de mesure et la flexibilité de la formulation (36) dans laquelle on peut ajuster le coefficient de friction  $\xi$  en jouant sur la valeur effective de la rugosité  $X_R$  nous fait préférer ici cette dernière solution. Remarquons aussi que  $\xi$  dépendant très fortement d'un  $X_R$  passablement imprécis, la précision que l'on peut atteindre avec le coefficient de correction des formules (39) et (40) est illusoire.

En résumé, l'expression des frictions d'un écoulement diphasique reste relativement simple et caractérisé par le fait que la même corrélation valable dans les cas extrêmes  $\alpha = 0$  et  $\alpha = 1$  reste applicable par interpolation pour les cas intermédiaires. Les effets secondaires dus à des régimes d'écoulement particuliers introduisent une incertitude qui reste pratiquement dans les limites de la précision des coefficients  $\xi$  et  $X_R$  du diagramme de MOODY. Pour les besoins de l'analyse dynamique, il devrait suffire d'ajuster  $\xi$  sur la base de valeurs stationnaires des pertes des charges, si celles-ci sont à disposition.

## B. Le transfert de chaleur

Le transfert de chaleur ne se présente pas d'une manière aussi aisée que les frictions et constitue une difficulté inhérente des écoulements diphasiques. Si, comme pour les frictions, les corrélations applicables pour les cas extrêmes  $\alpha = 0$  (tout liquide) et  $\alpha = 1$  (tout gaz) sont bien connues, il n'en va pas de même pour le domaine intermédiaire. Alors que le terme de friction diphasique  $\tau_{2ph}$  varie d'une manière relativement monotone avec le titre de vapeur  $X$ , entre une friction liquide  $\tau_l$  ( $X = 0$ ) et une friction gazeuse  $\tau_g$  ( $X = 1$ ), c'est-à-dire:

$$\tau_l \leq \tau_{2ph} \leq \tau_g$$

le coefficient de transfert de chaleur diphasique  $\alpha_{2ph}$  lui peut varier très brusquement en fonction du titre et du flux de chaleur lui-même et atteindre, dans certains régimes, des valeurs plusieurs fois supérieures à celle qui correspondrait à un écoulement monophasique liquide ou gazeux:

$$\alpha_{2ph, \max} \gg \alpha_g, \alpha_l$$

Remarquons que c'est même un abus de langage de parler de coefficient de transfert de chaleur pour un écoulement diphasique. En effet, la notion de coefficient de transfert de chaleur est basée sur une proportionnalité entre la source de chaleur  $\dot{q}$  qui apparaît dans les équations de conservation d'énergie et l'écart entre la température de paroi et celle du fluide:

$$\left. \begin{aligned} \dot{q} &= \dot{Q} \cdot \frac{P}{A} \\ \dot{Q} &= \alpha_{TR} (T_{\text{paroi}} - T_{\text{fluide}}) \end{aligned} \right\} \quad (41a)$$

où  $\alpha_{TR}$  désigné par coefficient de transfert de chaleur est une fonction de l'écoulement (vitesse, turbulence, densité etc), mais ne dépend pas de l'écart de température  $T_{\text{paroi}} - T_{\text{fluide}}$  ou du flux de chaleur

$P$  = périmètre du tube

$A$  = section de passage du fluide (1 tube)

$\dot{Q}$  = flux de chaleur surfacique ( $\text{w/m}^2$ )

Or, dans certains régimes diphasiques, comme on le verra plus loin,  $\dot{q}$  s'exprime par :

$$\dot{q} \sim (\Delta T)^n = (T_{\text{paroi}} - T_{\text{fluide}})^n \quad (41b)$$

où  $n$  vaut approximativement 4. Il n'y a donc plus proportionnalité entre  $\dot{q}$  et  $\Delta T$  et un pseudo-coefficient de transfert de chaleur  $\alpha'_{TR}$  que l'on pourrait définir par :

$$\alpha'_{TR} = \frac{\dot{q}}{\Delta T} \sim \Delta T^{n-1}$$

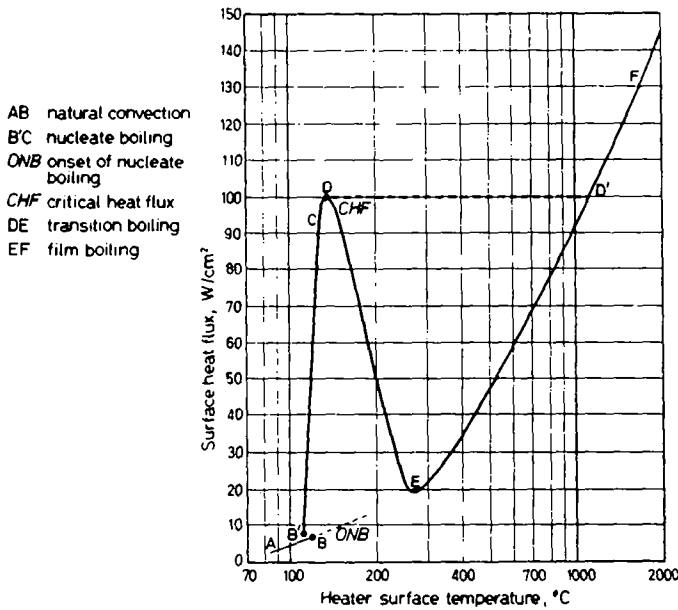
n'est plus indépendant de  $\Delta T$ .

Il y a plus. Alors que pour un écoulement monophasique, la formule (41) est valable quel que soit le signe de  $\Delta T$  (refroidissement ou chauffage), dans un écoulement diphasique, l'expression de  $\dot{q}$  est très différente selon qu'il y a condensation ou évaporation.

#### B - 1. Ebullition d'un fluide au repos

Le mécanisme et les principales caractéristiques du transfert de chaleur s'expliquent à travers le simple exemple de la "casserole", soit d'une paroi chauffante en contact avec un fluide diphasique au repos ("pool" boiling). L'évolution du flux de chaleur en fonction de l'écart de température  $T_{\text{paroi}} - T_{\text{fluide}}$  et l'évolution correspondante du mécanisme de transfert de chaleur sont illustrées aux fig. 5 et 6. On ne s'attardera pas ici sur la description de ces processus bien connus, sinon pour mettre en évidence les deux effets principaux suivants :

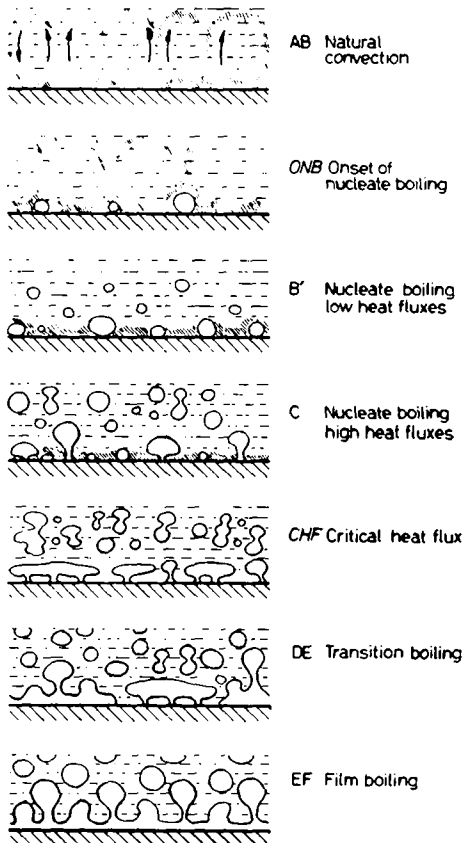




Pool Boiling Curve for Water at Atmospheric Pressure

Fig. 5

Flux de chaleur en fonction de la température de la surface chauffante pour de l'eau au repos à 1 atm (courbe d'ébullition, selon COLLIER /10/, p. 119).



The Various Stages in the Pool Boiling Curve

Fig. 6

Les différents régimes de transfert de chaleur de la courbe d'ébullition (selon COLLIER /10/p. 120).

- a) l'ébullition nucléée (nucleate boiling) qui correspond à la formation de bulles dans la couche surchauffée du liquide au contact de la paroi, à leur détachement et à leur ascension dans le liquide. Ceci conduit à une amplification considérable du transfert de chaleur qui atteint des valeurs plusieurs fois supérieures à celle que permettrait une simple convection dans un fluide monophasique (domaine C des fig. 5 et 6).
- b) la brusque et grande chute du transfert de chaleur lorsqu'un flux de chaleur critique (chute de D à E, fig. 5) est atteint. Le flux de chaleur critique correspond à la réalité physique suivante: le nombre et la taille des bulles ont tellement augmenté qu'il se forme un film de vapeur entre la paroi et la phase liquide (situation EF, fig. 6). Ce film encore instable au point D se renforce avec l'élévation de la température de la paroi, ce qui fait que l'on a le phénomène particulier et paradoxal d'une baisse du transfert de chaleur par élévation de la température (tronçon DE).

## B - 2. Ebullition - évaporation en convection forcée

Les effets caractéristiques décrits pour le cas du "pool boiling" se retrouvent, bien que quelque peu modifiés, dans le cas qui nous intéresse d'un tube chauffé avec circulation forcée. On va donner ici une description qualitative des différents processus en présence, en précisant pour chaque zone particulière:

- la structure de l'écoulement
- le mode ou régime de transfert de chaleur
- le ou les types de corrélations à disposition

Les différents types d'écoulement et de transfert de chaleur sont illustrés par la fig. 7. En suivant le fluide depuis son entrée dans le tube (liquide, température inférieure à la température de saturation) jusqu'à sa sortie (vapeur surchauffée), on observe successivement:

zone A: la température de la paroi comme celle du fluide **est** inférieure à la température de saturation  $T_s$ . L'écoulement est complètement liquide et le régime de transfert de chaleur est celui de la convection forcée qui obéit à une loi du type DITTUS-BOELTER /27/:

$$Nu = a Re^b Pr^c F_1 \cdot F_2 \quad (L/D) \quad (41c)$$

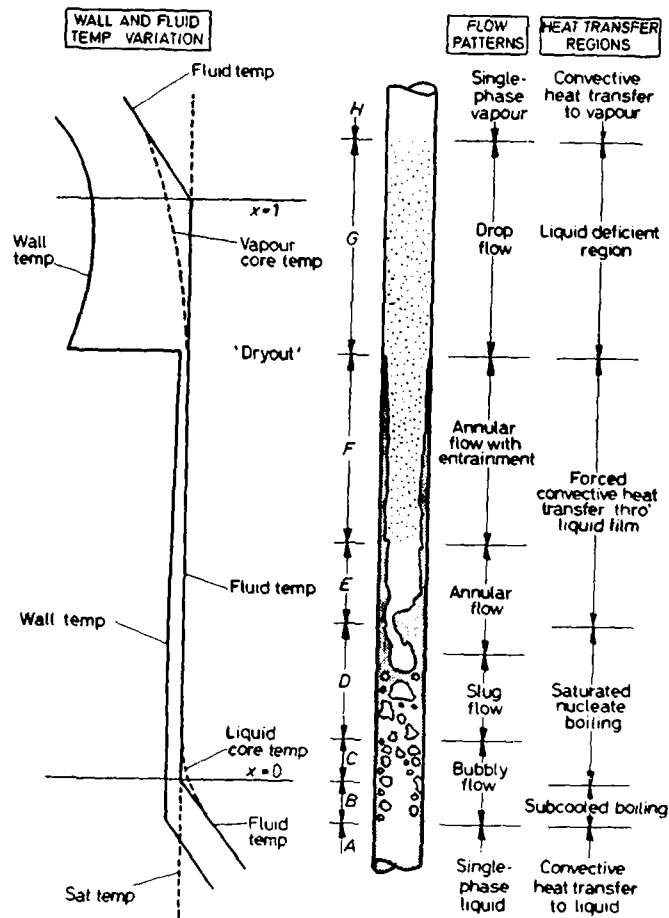
où:  $a, b, c$  sont des constantes

$Re$  = nombre de Reynold a déjà été défini pour le traitement des frictions en (13)

$Pr$  = nombre de Prandtl défini par

$$Pr = \frac{\mu C_p}{\lambda} \quad (41d)$$

Fig. 7 Les différents types d'écoulement et régimes de transfert de chaleur pour un tube vertical de générateur de vapeur (selon COLLIER /10/, p. 130 ).



Regions of Heat Transfer in Convective Boiling

$\mu$  = viscosité dynamique ( $\text{kg}/\text{m}\cdot\text{s}$ ) donnée par les tables de vapeur /6/ ou par des programmes numériques /26/

$\lambda$  = conductibilité thermique ( $\text{W}/\text{m}\cdot\text{C}$ ) donnée comme  $\mu$  par les tables de vapeur

$F_1$  est une fonction des propriétés du fluide:

$F_1 = 1$  pour les liquides

$F_2$  représente l'effet du développement de la couche limite et approche 1 pour un rapport longueur-diamètre  $L/D$  supérieur à 20

DITTUS et BOELTER /27/ ont les premiers présenté une corrélation de cette forme avec

$$\begin{aligned} a &= 0.023 & F_1 = F_2 = 1 \\ b &= 0.8 & (41'c) \\ c &= 0.4 \end{aligned}$$

Cette corrélation est encore considérée aujourd'hui comme au moins une bonne approximation. Elle a de plus l'avantage d'être facile dans son utilisation pratique.

Donnons enfin la définition du nombre de Nusselt

$$\text{Nu} = \frac{\alpha_{\text{TR}} D_h}{\lambda} \quad (41e)$$

ce qui permet de déduire le coefficient de transfert  $\alpha_{\text{TR}}$  et d'utiliser l'expression (41a) pour le calcul de  $\dot{q}$ .

Zone B: la température du fluide est toujours en-dessous de la température de saturation  $T_s$  mais la paroi est déjà en-dessus de  $T_s$ . Des bulles de vapeur se forment dans la couche de liquide surchauffé au contact de la paroi puis se condensent dans le liquide "sous-refroidi" (subcooled) du centre du

courant. Le régime de transfert de chaleur associé est désigné par "ébullition nucléée en milieu sous-refroidi" (subcooled nucleate boiling). C'est un régime de transition entre la convection forcée de la zone A et l'ébullition nucléée saturée des zones C et D. Du point de vue corrélation, on est pratiquement réduit à interpoler entre les corrélations des zones adjacentes. Le fait important est que le transfert de chaleur est déjà intense et que l'élévation de la température de paroi au-dessus de la température de saturation  $T_s$  reste faible (quelques degrés).

Zone C: la zone C commence lorsque le titre de vapeur d'équilibre  $X_E$  devient supérieur à 0: cela correspond au point où l'enthalpie de mélange  $i$  (définie par (22) table 4) atteint l'enthalpie de saturation du liquide  $i_{l,s}$ . C'est le point où un taux de vapeur commencerait seulement à apparaître s'il n'y avait pas un certain déséquilibre thermodynamique qui fait apparaître les premières bulles avant que  $i = i_{l,s}$ . Cette zone se termine lorsque l'ensemble du liquide a atteint la température de saturation. Le régime de transfert de chaleur est désigné par ébullition nucléée saturée (saturated nucleate boiling). Les bulles générées dans ce régime soit échauffent le liquide en se re-condensant, soit contribuent à une élévation du titre de vapeur.

Le point de séparation entre cette zone et la précédente ( $X_E = 0$ ) est artificiel: physiquement, les processus évoluent d'une manière continue.

La plupart des corrélations sont de la forme:

$$\dot{q} = \frac{P}{A} a \Delta T^b \quad (41f)$$

a = constante, fonction des propriétés du fluide, en général ne dépend que de la pression p.

b = constante, habituellement entre 3 et 4.

$\Delta T$  = écart de température, pratiquement

soit  $T_{\text{paroi}} - T_{\text{fluide}}$

soit  $T_{\text{paroi}} - T_s$

Les coefficients les plus cités sont ceux de JENS et LOTTES /28/:

$$a = 0.805 e^{6.44 \cdot 10^{-7} \cdot p} \quad (41g)$$

$$b = 4$$

$$\Delta T = T_{\text{paroi}} - T_s$$

(ici les coefficients ont été adaptés pour le système international d'unité, p est en  $\text{N/m}^2$ ).

Zone D: toute la masse liquide est à la température de saturation  $T_s$ , l'ébullition est massive (bulk boiling). La même corrélation qu'en C s'applique pour le transfert de chaleur.

Zone E: c'est une zone de transition où se superposent les processus décrits pour la zone D et la zone F. Les corrélations sont à interpoler entre celles applicables dans les zones adjacentes.

Zone F: l'écoulement est du type annulaire: une couche liquide mouille la paroi du tube alors que le centre de l'écoulement contient surtout de la vapeur qui entraîne quelques gouttelettes d'eau. La convection forcée du courant de vapeur est assez intense pour enlever à la couche d'eau par évaporation toute la chaleur qu'elle reçoit de la paroi. Ce mécanisme permet de maintenir la paroi à une température assez basse, ce qui supprime la génération de bulles de vapeur dans ce film d'eau. On a donc passé d'un régime d'ébullition à un régime d'évaporation en film (forced convection through liquid film), désigné aussi par convection forcée avec évaporation (forced convective evaporation).

Les corrélations les plus courantes pour ce régime sont soit du type JENS et LOTTES (voir zone C), soit de la forme:

$$\alpha_{TR, 2ph} = \alpha_{TR, l} \cdot a \left( \frac{1}{X_{tt}} \right)^b \quad (41h)$$

avec  $\alpha_{TR, 2ph}$  = coefficient de transfert de ce régime diphasique, à introduire dans (41a)

$\alpha_{TR, l}$  = coefficient de transfert que l'on aurait si tout l'écoulement était liquide (relation du type DITTUS-BOELTER).

$a$  = constante entre 2.17 et 3.5

$b$  = constante entre 0.45 et 0.75

$X_{tt}$  = paramètre de Martinelli défini par



$$\frac{1}{X_{tt}} = \left( \frac{X}{1-X} \right)^{0.9} \left( \frac{\rho_l}{\rho_g} \right)^{0.5} \left( \frac{\mu_l}{\mu_g} \right)^{0.1} \quad (41i)$$

Cette relation est en fait assez incertaine car, en pratique, ce régime n'apparaît pas d'une manière aussi "pure". De l'ébullition nucléée peut subsister dans le film liquide et faire que l'on a une superposition des deux régimes (nucleate boiling et forced convective evaporation). Cet effet est d'autant plus marqué que le flux de chaleur est élevé.

Cette zone se termine lorsque, par élévation du titre de vapeur, la couche liquide (film) disparaît, ce qui conduit à un assèchement (dry out) du tube. Ce point d'assèchement peut fluctuer axialement au gré des turbulences de l'écoulement.

Zone G: après assèchement du tube, l'écoulement est celui d'une vapeur plus ou moins surchauffée par rapport à la température de saturation  $T_{Sat}$  (dépend du déséquilibre thermique). Le titre de vapeur ne vaut pas encore 1 car des gouttelettes liquides sont encore présentes en suspension dans la vapeur. Le coefficient de transfert de chaleur a baissé très brutalement d'une valeur extrême, atteinte juste avant l'assèchement grâce à l'évaporation forcée du film liquide, à une valeur beaucoup plus faible correspondant à un écoulement de vapeur.

Le mécanisme de base du transfert de chaleur dans la zone après assèchement est donc la convection forcée en milieu vapeur, qui peut se calculer par une corrélation du type DITTUS-BOELTER comme celle de DOUGALL et ROHSENOW citée par GROENEWELD /29/:

$$Nu_g = 0.023 Re_{hom}^{0.8} Pr_g^{0.4} \quad (41j)$$

Cette corrélation est à appliquer en prenant la température du fluide égale à la température de saturation  $T_s$ .

$Re_{hom}$  est défini par:

$$Re_{hom} = \frac{\dot{m} D_h X}{\Lambda \mu_{g,s} \alpha} \quad (41k)$$

ou  $X$  et  $\alpha$  sont le titre de vapeur et le taux de vide à l'équilibre thermodynamique. A ce mécanisme de base désigné par ébullition en film stable (stable film boiling), peuvent se greffer deux effets qui sont plus difficiles à corréler:

- a) juste après l'assèchement, si le titre de vapeur n'est pas encore très élevé et si la température de paroi est inférieure à la température dite de LEIDEN-FROST, des gouttelettes d'eau peuvent mouiller la paroi et s'y vaporiser. On parle d'ébullition en film partielle (partial film boiling). Dans ce régime, le coefficient de transfert de chaleur peut prendre, d'une manière aléatoire, toutes les valeurs possibles entre la valeur extrême avant assèchement et la valeur après assèchement total.
- b) à une certaine distance, après le point d'assèchement, on peut observer une surchauffe progressive de la vapeur (déséquilibre thermique) même en présence de gouttelettes d'eau. Ce régime a été très longtemps mal connu, car une prédiction exacte est surtout importante dans le cas où le flux de chaleur étant fixé, il s'agit de déterminer la surchauffe de la paroi ( $T_{paroi} - T_s$ ). Or, les réacteurs nucléaires présentent bien un flux de

chaleur imposé par la puissance neutronique, mais en fait, ils ne sont pas prévus pour fonctionner dans ce régime car l'évaporation n'est pas complète et le combustible reste toujours mouillé. Quant aux systèmes "once through", tel le générateur de vapeur, la température maximale est limitée par la température du fluide primaire. C'est en fait l'attention portée sur les problèmes de sécurité des réacteurs à eau légère, en particulier sur les régimes transitoires après accident, qui a donné l'impulsion à des recherches intensives dans ce domaine. Ce n'est que récemment que GROENEWELD et DELORME /29/ ont proposé une relation empirique qui tient compte et même permet de déterminer le déséquilibre thermique.

Le déséquilibre est donné par:

$$\frac{i_g - i_{g,s}}{\Delta i_{lg}} = e^{-\tan \psi} e^{-(3\alpha_{hom})^{-4}} \quad (411)$$

avec  $i_g$  = enthalpie effective de la vapeur surchauffée

$i_{g,s}$  = enthalpie à saturation de la vapeur

$\Delta i_{lg}$  =  $i_{g,s} - i_{l,s}$  chaleur latente d'évaporation

$\alpha_{hom}$  = taux de vide à l'équilibre thermique et en écoulement homogène (sans glissement des phases)

$\psi$  est une fonction auxiliaire donnée par:

$$\psi = a_1 Pr^{a_2} Re_{hom}^{a_3} \left( \frac{\dot{Q} D C_{p,g,s}}{\lambda_{g,s} \Delta i_{lg}} \right)^{a_4} \cdot \sum_{i=0}^{i=2} b_i (X_E)^i \quad (41 m)$$

avec de plus  $\psi < 0 \rightarrow \psi = 0$   
 $\psi > \pi/2 \rightarrow \psi = \pi/2$

$\dot{Q}$  est le flux de chaleur surfacique

$Re_{hom}$  a été donné en (41k)

$D$  est le diamètre

$C_{p_{g,s}}$  est la chaleur spécifique à pression constante de la vapeur à saturation

$\lambda_{g,s}$  est la conductibilité thermique de la vapeur à saturation

$X_E$  est le titre de vapeur à l'équilibre en écoulement homogène (pas de glissement  $v_g = v_l$ ), peut se définir par :

$$X_E = \frac{i - i_{l,s}}{i_{g,s} - i_{l,s}} = \frac{i - i_{l,s}}{\Delta i_{lg}}$$

où  $i$  est l'enthalpie de mélange définie par (22) table 4

$X_{NE}$  est le titre vrai (non-équilibre), se définit par :

$$X_{NE} = \frac{i - i_{l,s}}{i_{g,s} - i_{l,s}} = \frac{\Delta i_{lg}}{i_{g,s} - i_{l,s}} \cdot X_E$$

Les constantes de l'équation sont:

$$\begin{array}{ll} a_1 = 0.13864 & b_0 = 1.3072 \\ a_2 = 0.2031 & b_1 = -1.0833 \\ a_3 = 0.20006 & b_2 = 0.8455 \\ a_4 = -0.09232 & \end{array}$$

GROENEWELD recommande d'utiliser l'équation (411), prédisant le degré de déséquilibre thermique, avec la corrélation de HADALLER:

$$Nu = 0.008348 \left[ \frac{\dot{m}D}{\mu_f A} (X_{NE} + \frac{\rho_g}{\rho_l} (1-X_{NE})) \right]^{0.8744} \cdot Pr_f^{0.6112} \quad (41n)$$

l'indice f indique que les grandeurs concernées sont à prendre à la température du film  $T_f = \frac{1}{2} (T_{\text{paroi}} + T_g)$  où  $T_g$  est la température effective moyenne de la vapeur surchauffée.

La corrélation (41n) est à appliquer en prenant  $T_g$  comme température du fluide.

Selon GROENWELD, cette corrélation présente les avantages suivants:

- elle s'applique aussi bien à la région double-phase (après assèchement) qu'à la région H fig. 7 où l'on a seulement de la vapeur surchauffée
- elle ne dépend pas de la qualité de vapeur  $X_{D0}$  au point d'assèchement
- elle peut être utilisée sans risque, même en-dehors du domaine des mesures ayant servi à son établissement parce qu'elle présente des tendances asymptotiques correctes (diminution du déséquilibre pour les grands débits et les bas flux de chaleur).

Pour une description plus détaillée de ce régime de transfert de chaleur, on se reportera à GROENEWELD /29/, /30/, /31/ et TONG et YOUNG /32/.

Zone H: toute l'eau est évaporée, on a un écoulement de vapeur surchauffée avec transfert de chaleur par convection forcée. Une corrélation du type DITTUS-BOELTER (41c) est de nouveau applicable à condition de prendre pour les grandeurs qui y entrent les valeurs qui correspondent à l'état de la vapeur dans cette région.

### Point d'assèchement

La description qui vient d'être donnée du mécanisme de l'assèchement (dry-out) est valable pour les conditions habituelles d'un générateur de vapeur du type "once-through" et correspond à un flux de chaleur relativement faible. Le profil axial du coefficient de transfert de chaleur est dans ce cas analogue au profil (i) de la fig. 8.

Si le flux de chaleur est suffisamment plus élevé, le passage du régime d'ébullition nucléée (zone D, fig. 7) au régime d'évaporation du film d'eau annulaire par convection forcée (zone E et F) ne se fait plus. La formation de bulles de vapeur empêche l'établissement du film liquide. L'assèchement apparaît alors pour un taux de vide moindre par formation d'un film de vapeur à la surface du tube (steam blanketing). Le mécanisme est analogue à celui du "pool boiling" lorsque le flux de chaleur critique est atteint. Le coefficient de transfert de chaleur diminue très brusquement et la température de paroi fait un saut d'autant plus grand que le flux de chaleur est élevé. On désigne traditionnellement cet effet du terme de "burn out" ou de "departure from nucleate boiling" abrégé DNB. C'est le phénomène redouté pour les réacteurs à eau légère où le flux de chaleur et le taux de vide doivent rester en-dessous des valeurs critiques. Si le flux de chaleur est assez intense, cet effet peut se passer même dans la région sous-refroidie (zone B). On a alors un profil axial du coefficient de chaleur analogue au profil (vii) de la fig. 8).

Fig. 8 Profil axial dans un tube de générateur de vapeur du coefficient de transfert de chaleur en fonction du flux de chaleur ( selon COLLIER /10/, p. 133).

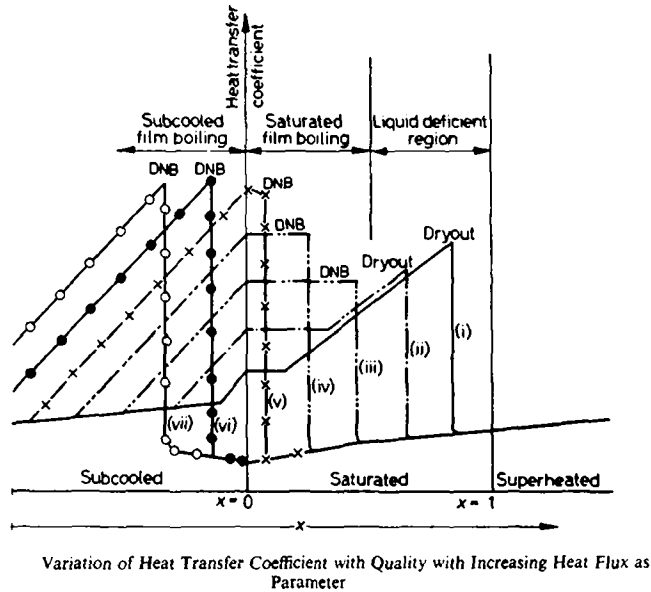
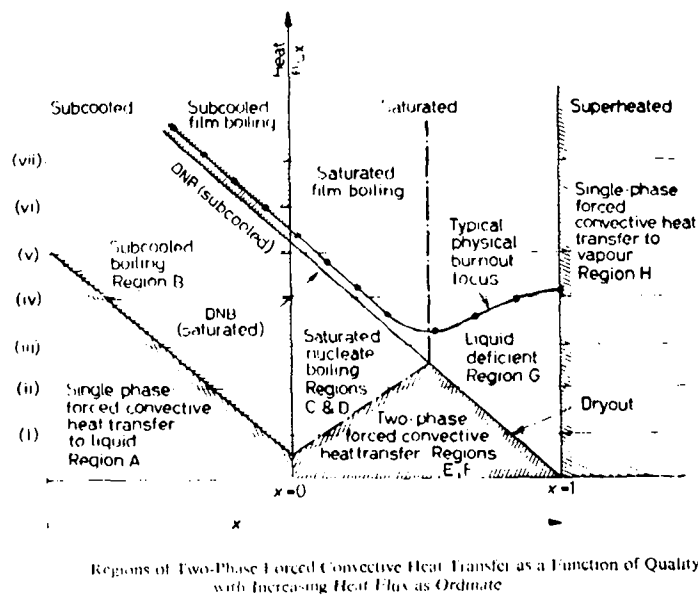


Fig. 9 Carte des régimes de transfert de chaleur en fonction du titre de vapeur et du flux de chaleur (selon COLLIER /10/, p. 134).



En résumé, le "burn-out" ou "DNB" correspond à un assèchement à faible titre de vapeur provoqué par un flux de chaleur intense conduisant à la formation d'un écran de vapeur contre le tube. Le "dry-out" correspond à un assèchement par élévation du titre de vapeur, la quantité de liquide n'étant plus suffisante pour maintenir un film liquide entre le tube. Comme le montre la fig. 8, toutes les situations intermédiaires sont possibles. La fig. 9 présente une carte des différents modes possibles en fonction du titre de vapeur et du flux de chaleur. Pour unifier la terminologie, la littérature récente introduit les notions générales de

- crise de l'ébullition: désigne le fait qu'il y a passage d'un régime à grand coefficient à un régime à faible coefficient de transfert de chaleur  
et de
- flux de chaleur critique: désigne le très haut flux de chaleur atteint juste avant l'apparition de cette crise.

Pour pouvoir appliquer utilement les corrélations des différents modes de transfert de chaleur, il est donc important de connaître où et pour quelles conditions se produit cette crise de l'ébullition. Le mécanisme physique échappant aujourd'hui encore à l'analyse, on ne dispose malheureusement pas de corrélation à validité étendue pour prédire soit le flux de chaleur critique, soit le taux de vide lors de la crise. C'est une difficulté qui s'ajoute à celle due à l'imprécision des corrélations applicables à chaque régime. De plus, les expériences faites pour mesurer le flux de chaleur critique ont montré que celui-ci dépend des conditions dynamiques: d'après



ROHSENOW /25/p. 13 - 49, en régime perturbé dynamiquement, le flux de chaleur critique est sensiblement inférieur à celui qui peut être atteint en région stationnaire stable. D'où le fait que la prudence semble de mise dans l'utilisation des corrélations basées sur des résultats de mesure pour le calcul du comportement dynamique au point où a lieu la crise: le recours aux corrélations les plus complexes peut augmenter la précision du régime stationnaire mais peut conduire à des résultats plus faux en régime dynamique.

Les relations disponibles sont de la forme

$$\dot{Q}_{crit} = \dot{Q}_{crit} \left( \frac{\dot{m}}{A}, i_e, L, D, p \right) \quad (41.0)$$

ou encore

$$X_{DO} = X_{DO} \left( \dot{Q}_{crit}, \frac{\dot{m}}{A}, i_e, L, D, p \right)$$

avec:  $\dot{Q}_{crit}$  = flux de chaleur critique

$X_{DO}$  = qualité de vapeur lors du "dry out"

$\frac{\dot{m}}{A}$  = débit massique par unité de surface

$i_e$  = enthalpie du fluide entrant dans le tube

$L, D$  = longueur, diamètre

$p$  = pression

Elles sont généralement différentes pour un écoulement sous-refroidi ( $\alpha$  petit) ou pour une région pauvre en liquide ( $\alpha$  voisin de 1). Une bonne compilation des corrélations existantes est donnée par ROHSENOW/25/, COLLIER /10/ et CAMPOLUNGI & ALL. /33/. Des expériences faites en régime

dynamique ont été relatées par AOKI & ALL. /34/ et ISHIGAI & ALL. /35/.

### Début de l'ébullition nucléée

Le début de l'ébullition nucléée correspond au point où la température de paroi cesse de croître (limite zone A, zone B fig. 7) pour rester très proche de la température de saturation. C'est aussi le point à partir duquel le taux de vide effectif (hors équilibre thermique) devient plus grand que zéro.

ROHSENOW /25/ propose la corrélation suivante pour la température de paroi  $T_p$  à partir de laquelle l'ébullition nucléée commence:

$$Q_{DE} = 15.60 p^{1.156} (T_p - T_s)^{2.30/p^{0.0234}} \quad (41p)$$

avec  $Q_{DE}$  = flux de chaleur au début de l'ébullition nucléée en (Btu / hr ft<sup>2</sup>)

$p$  = pression en (psi)

$T_p, T_s$  = température de paroi, respectivement de saturation en (°F)

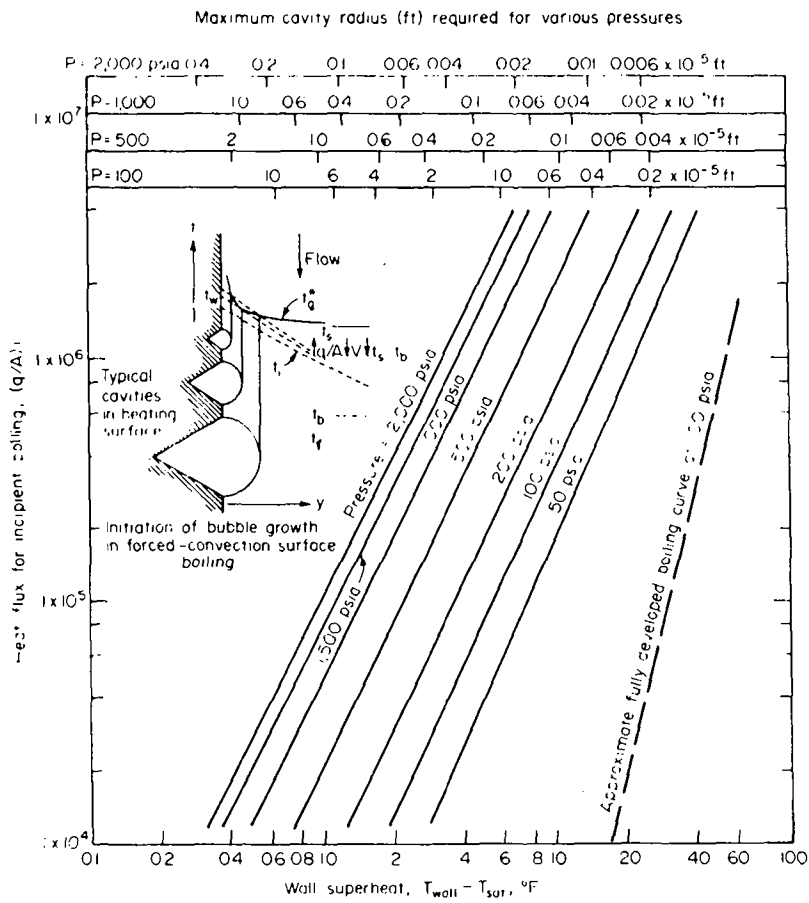
Cette corrélation est illustrée à la fig. 10. On constate que pour  $p > 500$  psi ( $\approx 35$  bar) la surchauffe de la paroi  $T_p - T_s$  reste inférieure ou de l'ordre de grandeur de 1°C.

La condition

$$T_p = T_s \quad (41q)$$

apparaît donc comme une corrélation pratique et suffisante pour un générateur de vapeur travaillant à une pression supérieure à 35 bar.

Fig. 10 Conditions pour le début de l'ébullition nucléée, selon ROHSENOW /25/, p. 13 - 9.



### C. Le glissement des vitesses des phases

La dernière équation constitutive externe va être fournie par une relation empirique liant la vitesse de la phase liquide  $v_l$  à la vitesse de la phase vapeur  $v_g$ . L'origine de la différence entre ces vitesses est à chercher dans l'écart entre les forces de friction et de gravitation et les inerties des deux phases dues aux différences de densités. On définit le glissement par le rapport des vitesses:

$$S = \frac{v_g}{v_l} \quad (42)$$

Les corrélations de la littérature sont généralement de la forme

$$S = S(\alpha, P) \quad (42a)$$

avec  $\alpha$  = taux de vide

$p$  = pression

Parmi les corrélations les plus connues, citons celle de BANKOFF /36/:

$$S = \frac{v_g}{v_l} = \frac{1 - \alpha}{K_S - \alpha} \quad (42b)$$

$$\text{avec } K_S = 0.71 + 10^{-4} \cdot p$$

$$p = \text{pression en psia} \quad (42c)$$

$$(1b = 10^5 \text{ N/m}^2 = 14.497 \text{ psia})$$

Cette corrélation a été améliorée par JONES /37/ afin de rendre les tendances asymptotiques correctes ( $S \rightarrow 1$  lorsque  $p \rightarrow p_{crit} = 221.20$  bar et  $X \rightarrow 1$  lorsque  $\alpha \rightarrow 1$ ).

On a alors pour  $k_s$ :

$$k_s = k_{s1} + (1 - k_{s1}) \alpha^r \quad (42d)$$

avec

$$k_{s1} = 0.71 + \frac{0.29}{0.32062} 10^{-4} p$$

$$r = 3.53125 - 0.1875 \cdot 10^{-4} p + 0.58594 \cdot 10^{-8} p^2$$

$p$  = pression en (psia)

Une autre corrélation connue est celle que l'on peut déduire indirectement de la corrélation entre le taux de vide  $\alpha$ , le titre de vapeur  $X$  et la pression  $p$  donnée par MARTINELLI et NELSON /38/.

Cette corrélation

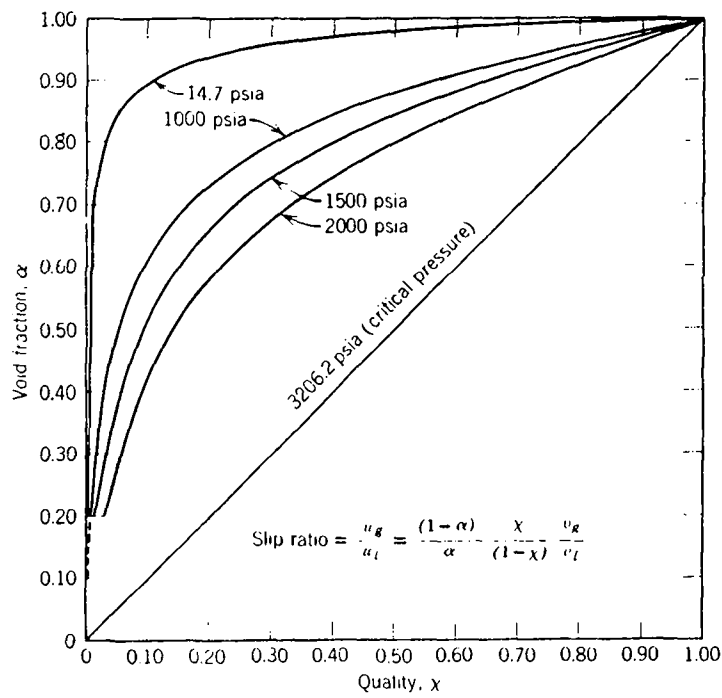
$$X = X(p, \alpha) \quad (42e)$$

est donnée graphiquement par la fig. 11. Pour en déduire le coefficient de glissement, il faut se rappeler la définition de  $X$  (équation 35):

$$X = \frac{\dot{m}_g}{\dot{m}} = \frac{\rho_g v_g}{\rho_g v_g + (1 - \alpha) \rho_l v_l}$$

en résolvant par rapport à  $\frac{v_g}{v_l}$  on trouve:

Fig. 11 Taux de vide  $\alpha$  en fonction de la qualité de vapeur  $x$  pour un mélange saturé d'eau et de vapeur, d'après MARTINELLI et NELSON, selon TONG /20/, p. 65.



Void fraction versus quality for mixtures of saturated liquid and vapor water.

$$\frac{v_g}{v_l} = S = \frac{X}{1-X} \cdot \frac{1-\alpha}{\alpha} \cdot \frac{\rho_l}{\rho_g} \quad (42f)$$

Si on substitue dans (42f) l'expression de X donnée par (42e) et en tenant compte que  $\rho_l = \rho_{l,s}(p)$  et  $\rho_g = \rho_{g,s}(p)$  on trouve bien une expression du type (42a):

$$S = S(\alpha, p)$$

### 3.2.1.5 Bilan des équations et des inconnues

On a 16 variables inconnues qui ont été rassemblées dans la table 2. Le bilan des équations maintenant à disposition est donné dans la table 5. On en dénombre également 16. Remarquons que ce chiffre est de nature artificielle mais commode pour la discussion: ce que l'on compte comme une équation constitutive externe, par exemple "l'équation (41x)" qui détermine le transfert de chaleur  $\dot{q}$ , peut en fait désigner un ensemble de n corrélations qui introduisent et définissent du même coup n - 1 variables supplémentaires. Avec 16 équations pour 16 variables, le système mathématique est fermé, une condition préalable pour l'utilisation pratique du modèle est ainsi remplie.

Table 5 Bilan des équations pour l'écoulement d'un fluide  
diphasique - Modèle à fluides mélangés

Type	Nombre	No	Signification physique	Chapitre
Equations de conservation (différentielles)	3	(14) (15) (16)	cons. masse " énergie " quantité de mouvement	3.2.1.1
Equations constitutives intrinsèques (algébriques)	7	(27) (28) (29) (30) (31) (32) (33)	eq. d'état pour $i_l$ " " " " $i_g$ " " " " $\rho_l$ " " " " $\rho_g$ " " " " $T_l$ " " " " $T_g$ " " " " $T_s$	3.2.1.2
Définition et relations thermodynamiques (algébriques)	3	(34a) (34b) (35)	déf. thermod. de $e_l$ " " " $e_g$ déf. du titre X	3.2.1.3
Equations constitutives externes (algébriques)	3	(36) ou (39) (41x)* (42x)*	corrélations pour frictions ( $\tau$ ) corrélations pour transf. de chaleur ( $\dot{q}$ ) corrélations pour glissement des phases S	3.2.1.4/A 3.2.1.4/B 3.2.1.4/C
T O T A L	16			

(\*) (41x) désigne une ou plusieurs des corrélations (41a) à (41q)  
(42x) " " " " " " (42a) à (42f)



### 3.2.1.6 Survol des modèles de la littérature

Pour affirmer que le modèle correspondant aux équations énumérées dans la table 5 est praticable, il reste à montrer qu'il est effectivement résolvable. Un survol de la littérature s'impose donc dans le but de voir dans quelle mesure ce système d'équation a déjà été résolu.

On peut faire, sur les modèles de la littérature, les remarques préliminaires suivantes:

- une grande partie des études publiées de la dynamique d'écoulement diphasique concerne les réacteurs à eau.
- les études concernant des générateurs de vapeur sont restées très longtemps dans le domaine du "know how" industriel.
- c'est l'actualité et l'importance des problèmes de sécurité nucléaire qui ont récemment accéléré les recherches et le rythme des publications.

Ainsi, la littérature sur la dynamique des générateurs est relativement récente et en pleine expansion: elle ne présente pas encore forcément l'état actuel des connaissances dont il est difficile de faire le tour.

Ces réserves étant faites, on constate d'une part que tous les modèles sont basés sur les équations énumérées dans la table 5 et d'autre part que des simplifications supplémentaires sont toujours introduites pour accélérer ou simplement permettre le calcul. Les simplifications des principaux modèles de la littérature sont données dans la table 6. Précisons que pour ce survol, seuls les

(suite p.95 )

Table 6 Sélection d'ouvrages de la littérature consacrés à la simulation numérique du comportement dynamique de générateurs de vapeur

Nom du code Auteur ou firme date, réf.	Application	Simplifications et restrictions
WOTAN D. Lübbsmeyer 1974, / <u>39</u> /	générateurs de vapeur p: eau pressuri- sée s: eau-vapeur	procédé d'intégration numérique restrictif:  ne permet pas d'étudier les effets de perturba- tions provenant de l'aval du générateur de vapeur ( $p_{\text{sortie}}$ ou $\dot{m}_{\text{sortie}}$ )
WIGWAM, SHOT et PURE D.G. ten Wolde 1972, / <u>52</u> /	générateurs de vapeur p: eau pressuri- sée ou Na liquide s: eau-vapeur	débit et pression unifor- mes dans l'espace (donnés par les conditions aux limites)  Rem.: investigation remar- quable du transfert de chaleur
SIMBO, SIMBOL E. Taylor 1972, / <u>40</u> /	générateurs de vapeur p: gaz s: eau-vapeur	pression uniforme dans l'espace, donnée par les conditions aux limites  coefficient de transfert de chaleur uniforme dans tout le domaine double- phase: $0 < \alpha < 1$

p = primaire

s = secondaire

Table 6 (suite 1)

Nom du code Auteur ou firme date, réf.	Application	Simplifications et restrictions
? C. Sanathan et all. 1972, / <u>41</u> /	générateurs de vapeur p: sel fondu s: eau surcri- tique	eau surcritique ( $p > p_{crit} = 220 \text{ bar}$ ) l'écoulement n'est pas diphasique
PANDYNE Sulzer frères 1972, / <u>42</u> /	générateurs de vapeur p: gaz s: eau-vapeur	pression et sa dérivée uniformes dans l'espace, donnés par les conditions aux limites  glissement $s = 1$
? T.L. Shang 1971, / <u>50</u> /	générateurs de vapeur p: gaz s: eau surcri- tique	eau surcritique ( $p > p_{crit} = 220 \text{ bar}$ ) l'écoulement n'est pas diphasique
BRUCH H. Karwatt K. Wolfert 1970, / <u>47</u> /, / <u>49</u> /	réacteurs à eau légère circuit eau- vapeur complet (études d'acci- dent)	division du circuit en volumes de contrôle et résistances à l'écou- lement  équations de conserva- tion moyennées spatiale- ment sur ces volumes  glissement $s = 1$
RELAP W. Rettig et all. 1970, / <u>47</u> /, / <u>48</u> /	même application que BRUCH	mêmes caractéristiques que BRUCH

Table 6 (suite 2)

Nom du code Auteur ou firme date, réf.	Application	Simplifications et restrictions
? J. Rousseau et M. Dobremelle 1970, / <u>43</u> /	générateurs de vapeur p: gaz s: eau-vapeur	mode unique de transfert de chaleur dans tout l'évaporateur (pas d'assèchement)  glissement $s = 1$
? E. Schönfeld 1969, / <u>44</u> /	générateurs de vapeur p: sodium liquide s: eau-vapeur	équation de quantité de mouvement non utilisée dans l'évaporateur (p uniforme dans cette zone)  espace discrétisé en points mobiles (points où $\alpha = 0, 0.5$ et $1$ ):  ne permet pas l'analyse de transitoires où ces points "sortent" du tube  glissement $s = 1$
RAMØNA P. Backstadt et K. Solberg 1967, / <u>3</u> / , / <u>46</u> /	canal moyen d'un réacteur du type BWR (eau légère bouillante)	pression uniforme  pas d'évaporation complète ( $\alpha, X < 1$ )  caractéristique remar- quable:  le déséquilibre thermody- namique est pris en consi- dération dans la région sous refroidie (équations de continuité séparées pour chaque phase)

(suite de la p. 91)

modèles non linéaires permettant l'analyse de transitoire pouvant faire évoluer l'état du système loin de l'état initial ont été retenus.

Les simplifications consistent le plus souvent à négliger l'équation de quantité de mouvement en fixant la pression du système par les conditions aux limites, à négliger le glissement des vitesses ou à ne pas différencier tous les modes de transfert de chaleur. Les modèles les plus poussés sur le plan de l'hydrodynamique semblent être ceux des codes RELAP et BRUCH/47/, codes qui n'ont toutefois pas été appliqués directement à des générateurs de vapeur, et sur le plan du transfert de chaleur ceux étudiés par TEN WOLDE 52/. La littérature montre aussi que les difficultés numériques deviennent très sérieuses et les temps de calculs très grands, voire à la limite du praticable pour les modèles les moins simplifiés. Certaines comparaisons cependant laissent espérer qu'une bonne partie des simplifications n'altèrent pas sensiblement la qualité des résultats.

Il apparaît donc que le modèle représenté par les équations de la table 5, qui avait été considéré, lors de l'examen des bases physiques, comme modèle praticable, c'est-à-dire comme le modèle le plus complexe que l'on puisse aujourd'hui résoudre, n'a pas encore été intégralement appliqué à un générateur de vapeur. De plus, il semble que son application se heurtera vraisemblablement sinon à des difficultés numériques, du moins à des très grands temps de calcul. Ceci implique la mise au point de modèles simplifiés adaptés aux besoins pratiques, avec pour corollaire la nécessité d'en évaluer les limites de validité.

Ces constatations permettent de préciser les objectifs de cette étude de la manière suivante:

- résoudre pour un générateur de vapeur les équations de la table 5 que l'on désignera comme modèle de référence
- dériver des modèles simplifiés permettant d'améliorer les temps de calcul
- tester la validité de ces modèles simplifiés par rapport au modèle de référence en fonction du type de transitoire à analyser.

### 3.2.1.7 Forme mathématique du modèle de référence adaptée à la résolution numérique

-----

<u>Table des matières interne de 3.2.1.7</u>	<u>page</u>
Principe	97
A. Choix des variables différentielles	100
B. Forme explicite des équations différentielles de conservation	102
- Validité des équations de conservation dans tout le générateur de vapeur	107
- Simplifications dans l'économiseur	109
C. Forme explicite du système algébrique associé au système différentiel	110
- Zone évaporateur - écoulement diphasique	117
- Zone économiseur (liquide), zone surchauffeur (vapeur sèche)	119
- Détermination des différentes zones	119
- Relations densité-taux de vide et enthalpie-qualité de vapeur	120

### Principe

Dans le but de faciliter la résolution numérique du système couplé différentiel-algébrique de la table 5 on présente ici une transformation purement mathématique qui consiste à :

- a) choisir les variables par rapport auxquelles on va intégrer les équations différentielles. Ces variables seront appelées variables différentielles.
- b) déduire des équations de conservations (différentielles) une forme explicite des dérivées dans le temps des variables différentielles.
- c) déduire des différentes équations constitutives et des définitions complétant les équations de conservation une forme explicite pour les variables non différentielles, variables qui seront appelées algébriques.

Si on désigne par

$x_D^i$  , le vecteur des variables différentielles

$x_A^k$  , le vecteur des variables algébriques

$z$  et  $t$  étant respectivement les variables indépendantes de l'espace et du temps, on cherche à mettre le système des équations de la table 5 sous la forme:

$$\frac{\partial}{\partial t} x_D^i = D^i (x_D^j, \frac{\partial}{\partial z} x_D^j, x_A^l, \frac{\partial}{\partial z} x_A^l, z, t) \quad (43)$$

$$x_A^k = A^k (x_D^j, z, t) \quad (44)$$

On verra plus loin comment se résout ce système et quels sont les avantages qu'il y a à le mettre sous cette forme. Mentionnons seulement pour l'instant que:

1) le fait que le système algébrique  $A^k$  soit explicite permet un gain de temps de calcul appréciable dans l'évaluation des variables algébriques  $x_A^k$ . Ce gain de temps est d'autant plus important que l'évaluation des  $x_A^k$  doit se faire à chaque évaluation des seconds membres  $D^i$  du système différentiel et que les  $D^i$  doivent être évalués plusieurs fois au cours des itérations nécessaires pour accomplir un pas d'intégration.

2) l'intérêt de mettre le système différentiel sous une forme explicite par rapport aux dérivées dans le temps  $\frac{\partial}{\partial t} x_D^i$  des variables différentielles est double:

i) en discrétisant l'espace et en exprimant les gradients spatiaux des seconds membres aux moyens



de différences finies, on obtient directement un système différentiel ordinaire pour lequel de nombreuses méthodes standard existent. L'intégration numérique qui consiste à faire un pronostic sur l'évolution des variables différentielles à l'aide des dérivées temporelles est une opération complètement séparée de celle qui consiste à évaluer ces dérivées (second membre): on a ainsi une séparation claire entre la "numérique" (pronostic sur l'évolution des variables) et la "physique" (évaluation des dérivées) du modèle. Cette séparation permet en particulier de modifier l'un ou l'autre séparément. En particulier un progrès dans les méthodes numériques peut être immédiatement introduit.

ii) chaque variable différentielle a "son" équation. Cette clarté dans la répartition des variables et des équations facilite d'une part un éventuel couplage avec d'autres systèmes (insertion du générateur dans un circuit-vapeur complet) et d'autre part facilite l'introduction de simplifications physiques du système en indiquant sans ambiguïté sur quelle équation il faut jouer lorsqu'un traitement simplifié d'une variable est recherché.

Il va de soi qu'il n'est pas nécessaire pour résoudre de mettre un système différentiel couplé avec un système algébrique sous les formes explicites (43) et (44). Ce n'est d'ailleurs pas toujours possible. Les avantages nous semblent cependant si appréciables que le faire pour les

équations de la table 5 représente un pas important vers la démonstration du caractère praticable du modèle. Ce sera le but de ce chapitre.

#### A. Choix des variables différentielles

Un premier critère de sélection va être fourni en éliminant les variables algébriques du système différentiel (43) par introduction de (44), ce qui donne:

$$\frac{\partial}{\partial t} X_D^i = D^i (X_D^j, \frac{\partial}{\partial z} X_D^j, z, t) \quad (45)$$

On constate que l'évaluation de la dérivée dans le temps d'une variable différentielle suppose la connaissance de son gradient spatial. Comme l'évaluation numérique des gradients spatiaux sera basée sur des différences finies entre des valeurs à l'amont et à l'aval, il est nécessaire que ces gradients portent sur des variables qui soient définies dans tout l'écoulement, ceci afin d'éviter des difficultés au voisinage des extrémités des différentes zones (économiseur, évaporateur, surchauffeur) du générateur de vapeur. Il faut donc éviter les variables phasiques (les variables de la phase liquide ne sont plus définies dans le surchauffeur et réciproquement pour les variables de la phase vapeur dans l'économiseur) ou des variables comme  $\alpha$ ,  $X$  et  $T$  dont les dérivées tant spatiales que temporelles perdent leur sens en-dehors de l'évaporateur pour les deux premières et dans l'évaporateur pour la dernière.

On a donc pratiquement le choix entre les 5 grandeurs de mélanges suivantes:

$p$  = pression  
 $\rho$  = densité  
 $i$  = enthalpie  
 $e$  = énergie interne  
 $\dot{m}$  = débit massique

$\rho$ ,  $p$ ,  $i$  et  $e$  sont des grandeurs liées par les équations d'état, deux seules étant indépendantes. La densité  $\rho$  et l'énergie interne  $e$  étant les variables les plus aisées à exprimer en fonction des deux autres, \* on choisit de les ranger dans la catégorie des variables algébriques. Les trois variables différentielles finalement retenues sont donc:

$p$ , $i$ , $\dot{m}$
-----------------------

\* à cause des tables de vapeur numériques utilisées ici /26/.

## B. Forme explicite des équations différentielles de conservation

---

Ayant été conduits à choisir des variables de mélange comme variables différentielles, nous partirons de la forme compacte (table 3) basée sur ces variables (table 4). Pour rappel:

conservation de la masse:

$$\frac{\partial}{\partial t} \rho + \frac{1}{A} \frac{\partial}{\partial z} \dot{m} = 0 \quad (17)$$

conservation de l'énergie:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t} \left( \rho e + \frac{1}{2} \rho v_{m2}^2 + \rho g z \cos \theta \right) \\ & + \frac{\partial}{\partial z} \left( \rho v_{m1} i + \frac{1}{2} \rho v_{m3}^3 + \frac{\dot{m}}{A} g z \cos \theta \right) = \dot{q} \quad (18) \end{aligned}$$

conservation de la quantité de mouvement:

$$\frac{\partial}{\partial t} \dot{m} + A \left\{ \frac{\partial}{\partial z} (\rho v_{m2}^2 + p) + \rho g \cos \theta + \frac{\partial p_{fr}}{\partial z} \right\} = 0 \quad (19)$$

(19) fournit directement une expression explicite de la dérivée temporelle du débit:

$$\frac{\partial}{\partial t} \dot{m} = - A \left\{ \frac{\partial}{\partial z} (\rho v_{m2}^2 + p) + \rho g \cos \theta + \frac{\partial p_{fr}}{\partial z} \right\} \quad (46)$$

Il reste donc à exprimer  $\frac{\partial}{\partial t} i$  et  $\frac{\partial}{\partial t} p$  à l'aide des bilans de masse (17) et d'énergie (18). Pour cela, il faut d'abord exprimer toutes les dérivées dans le temps qui apparaissent au moyen des seules dérivées dans le temps de  $i$  et  $p$ . En tenant compte de

$$\rho = \rho(p, i) \quad (49)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = \frac{\partial \rho}{\partial i} \cdot \frac{\partial}{\partial t} i + \frac{\partial \rho}{\partial p} \cdot \frac{\partial}{\partial t} p \quad (50)$$

en posant

$$D_{\rho i} = \frac{\partial \rho(p, i)}{\partial i} \quad (51)$$

$$D_{\rho p} = \frac{\partial \rho(p, i)}{\partial p}$$

et en introduisant dans le bilan de masse (17), celui-ci ne contient plus que des dérivées dans le temps de  $i$  et  $p$ :

$$D_{\rho i} \cdot \frac{\partial}{\partial t} i + D_{\rho p} \cdot \frac{\partial}{\partial t} p + \frac{1}{A} \frac{\partial}{\partial z} \dot{m} = 0 \quad (52)$$

L'expression pour  $\rho = \rho(p, i)$  sera établie dans le chapitre suivant et les approximations numériques utilisées pour  $D_{\rho i}$  et  $D_{\rho p}$  qui sont aussi des fonctions de  $p$  et  $i$  sont établies dans l'appendice 3.

Dans le bilan d'énergie (18), on remplace l'énergie interne par son expression thermodynamique en fonction de  $p$  et  $i$ :

$$p_e = p_i - p \quad (53)$$

Remarquons que l'énergie interne et l'enthalpie de mélange obéissent à la même relation thermodynamique que les énergies internes et les enthalpies phasiques (équations (34a) et (34b), chap. 3.2.1.3 ): ceci se vérifie immédiatement en appliquant les définitions (22) et (23), table 4, de  $e$  et  $i$ . En introduisant dans le bilan d'énergie (18) il vient:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t} (\rho i - p + \frac{1}{2} \rho v_{m2}^2 + \rho g \cos \theta ) \\ & + \frac{\partial}{\partial z} (\rho v_{m1} i + \frac{1}{2} \rho v_{m3}^2 + \frac{\dot{m}}{A} g z \cos \theta ) = \dot{q} \quad (54) \end{aligned}$$

On constate qu'il reste à remplacer des dérivées dans le temps de  $\rho$  et  $v_{m2}^2$ . Le remplacement de  $v_{m2}$  en fonction des variables différentielles  $p$ ,  $i$  et  $\dot{m}$  est possible, puisque le chapitre suivant va précisément montrer que toutes les variables algébriques se déduisent explicitement des variables différentielles. La substitution des dérivées conduit cependant à une sérieuse complication de l'écriture, complication qui n'est pas justifiée par l'importance des termes en énergie cinétique et en énergie potentielle dans le bilan d'énergie. L'effet négligeable de ces termes est illustré par la table 7 où l'on compare quelques valeurs typiques de l'enthalpie avec les énergies cinétiques et potentielles et où l'on peut constater un écart significatif entre les ordres de grandeur. Ainsi, dans le but de simplifier l'écriture et parce que leur contribution est vraiment négligeable, on supprime les termes d'énergie cinétique et potentielle dans le bilan d'énergie qui devient:

Table 7 Comparaison entre enthalpie, énergie cinétique  
et énergie potentielle

Conditions	$i$ (J/kg) = (m <sup>2</sup> /s <sup>2</sup> )	$v^2/2$ (m <sup>2</sup> /s <sup>2</sup> )	$gh$ (m <sup>2</sup> /s <sup>2</sup> )
<u>Phase liquide</u> $v=10\text{m/s}$ $h=10\text{m}$  <p><math>p = 1 \text{ bar} \quad T = 50^\circ\text{C}</math>    <math>209 \cdot 10^3</math></p> <p><math>p = 100 \text{ bar} \quad T = 50^\circ\text{C}</math>    <math>218 \cdot 10^3</math></p> <p><math>p = 200 \text{ bar} \quad T = 50^\circ\text{C}</math>    <math>227 \cdot 10^3</math></p>		50	98.1
<u>Phase vapeur</u> $v=100\text{m/s}$ $h=10\text{m}$  <p><math>p = 1 \text{ bar} \quad T = 400^\circ\text{C}</math>    <math>3278 \cdot 10^3</math></p> <p><math>p = 100 \text{ bar} \quad T = 400^\circ\text{C}</math>    <math>3089 \cdot 10^3</math></p> <p><math>p = 200 \text{ bar} \quad T = 400^\circ\text{C}</math>    <math>2781 \cdot 10^3</math></p>		$5 \cdot 10^3$	98.1

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho i - p) + \frac{\partial}{\partial z} (\rho v_{m1} i) = \dot{q} \quad (55)$$

on développe la dérivée du produit  $\rho i$  et on isole  $\frac{\partial p}{\partial t}$  dans le membre de gauche:

$$\frac{\partial p}{\partial t} = \rho \frac{\partial}{\partial t} i + i \frac{\partial}{\partial t} \rho + \frac{\partial}{\partial z} (\rho v_{m1} i) - \dot{q} \quad (56)$$

on remplace  $\frac{\partial \rho}{\partial t}$  par son expression tirée du bilan de masse (17):

$$\frac{\partial p}{\partial t} = \rho \frac{\partial}{\partial t} i - \frac{i}{A} \frac{\partial \dot{m}}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial z} (\rho v_{m1} i) - \dot{q} \quad (57)$$

(57) et (52) sont maintenant des formes équivalentes du bilan d'énergie et du bilan de masse qui ne contiennent plus que des dérivées dans le temps de  $i$  et  $p$ . Il ne reste plus qu'à expliciter  $\frac{\partial}{\partial t} p$  et  $\frac{\partial}{\partial t} i$  entre ces deux équations. On introduit l'expression de  $\frac{\partial}{\partial t} p$  donnée par (57) dans (52):

$$D_{\rho i} \frac{\partial}{\partial t} i + D_{\rho p} \left\{ \rho \frac{\partial}{\partial t} i - \frac{i}{A} \frac{\partial \dot{m}}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial z} (\rho v_{m1} i) - \dot{q} \right\} + \frac{1}{A} \frac{\partial}{\partial z} \dot{m} = 0 \quad (58)$$

on isole  $\frac{\partial}{\partial t} i$  dans le membre de gauche:



$$\frac{\partial}{\partial t} i = \frac{1}{D_{\rho i} + \rho D_{\rho p}} \left\{ D_{\rho p} \left[ \frac{i}{A} \frac{\partial \dot{m}}{\partial z} - \frac{\partial}{\partial z} (\rho v_{m1} i) + \dot{q} \right] - \frac{1}{A} \frac{\partial}{\partial z} \dot{m} \right\} \quad (59)$$

(59) est l'expression explicite cherchée de  $\frac{\partial}{\partial t} i$ . En utilisant (59) pour exprimer  $\frac{\partial}{\partial t} i$  du second membre de (57), (57) devient l'expression explicite cherchée pour  $\frac{\partial}{\partial t} p$ .

En résumé, les trois équations de conservation peuvent être mises sous la forme de trois équations explicites en  $\frac{\partial}{\partial t} i$ ,  $\frac{\partial}{\partial t} p$  et  $\frac{\partial}{\partial t} \dot{m}$ , les seconds membres ne contenant que des fonctions des variables et de leurs gradients spatiaux mais pas de leurs dérivées dans le temps. Le résultat est résumé dans la table 8.

#### Validité des équations de conservation dans tout le générateur de vapeur

Les équations de conservation de la table 8 ne font intervenir que des grandeurs de mélange dont les définitions (table 4) ont été introduites pour un écoulement diphasique mais restent valables pour les cas limites d'écoulements à une seule phase vapeur ou liquide. Les équations de la table 8 sont donc applicables sans restriction à toutes les régions (économiseur, évaporateur, surchauffeur) du générateur de vapeur.

Table 8 Equations de conservation sous la forme d'un système différentiel explicite en  $\frac{\partial}{\partial t} i$ ,  $\frac{\partial}{\partial t} p$  et  $\frac{\partial}{\partial t} \dot{m}$

$$\frac{\partial}{\partial t} i = \frac{1}{D_{\rho i} + \rho D_{\rho p}} \left\{ D_{\rho p} \left[ \frac{i}{A} \frac{\partial \dot{m}}{\partial z} - \frac{\partial}{\partial z} (\rho v_{m1} i) + \dot{q} \right] - \frac{1}{A} \frac{\partial \dot{m}}{\partial z} \right\} \quad (59)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} p = \rho \frac{\partial}{\partial t} i - \frac{i}{A} \frac{\partial \dot{m}}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial z} (\rho v_{m1} i) - \dot{q} \quad (57)$$

↑  
selon (59)

$$\frac{\partial}{\partial t} \dot{m} = - A \left\{ \frac{\partial}{\partial z} (\rho v_{m2}^2 + p) + \rho g \cos \theta + \frac{\partial p_{fr}}{\partial z} \right\} \quad (46)$$

avec:	$\left. \begin{aligned} D_{\rho i} &= \frac{\partial}{\partial i} \rho (p, i) \\ D_{\rho p} &= \frac{\partial}{\partial p} \rho (p, i) \end{aligned} \right\}$	fonctions tirées des tables de vapeur (voir appendice 3)
-------	--	---

### Simplifications dans l'économiseur

Les équations de conservations se simplifient notablement si l'écoulement est purement liquide et qu'on le considère comme incompressible. On admet alors que:

- 1)  $\dot{m}$ ,  $\frac{\partial \dot{m}}{\partial t}$  sont des fonctions du temps imposées par les conditions aux limites
- 2)  $\frac{\partial \dot{m}}{\partial z} = 0$
- 3)  $\frac{\partial}{\partial t} \rho i = \rho \frac{\partial}{\partial t} i$
- 4)  $\rho i \gg p \rightarrow \rho i - p \simeq \rho i$

L'équation de continuité n'a alors plus de signification. L'équation de conservation d'énergie (55) devient simplement:

$$\frac{\partial}{\partial t} i = - \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial z} (\rho v_{m1} i) + \frac{1}{\rho} \dot{q} \quad (60)$$

L'équation de quantité de mouvement ne va plus fournir une équation différentielle pour  $\dot{m}$ , puisque  $\dot{m}$  est connu, mais va fournir une expression du gradient de pression:

$$\frac{\partial}{\partial z} p = - \frac{\partial p_{fr}}{\partial z} - \frac{\partial}{\partial z} (\rho v^2) - \rho g - \frac{1}{A} \frac{\partial}{\partial t} \dot{m} \quad (61)$$

On constate donc que l'enthalpie est la seule vraie variable différentielle locale qui reste dans l'économiseur. Le débit  $\dot{m}$  est aussi une variable différentielle, mais qui n'est plus locale: elle est déterminée non seulement par l'économiseur, mais par le circuit hydraulique qui précède (condition aux limites).

C. Forme explicite du système algébrique associé  
au système différentiel

Les variables  $p$ ,  $i$  et  $\dot{m}$ , comme on vient de le voir, sont donc déterminées par des équations différentielles tirées des équations de conservation. Le reste des variables, dites variables algébriques, se détermine à partir des variables différentielles à l'aide du système algébrique constitué:

- des équations constitutives intrinsèques (équations d'état)
- des équations constitutives externes (corrélation empirique pour les frictions, le transfert de chaleur et le glissement des vitesses)
- des relations thermodynamiques et des définitions

Ce système algébrique associé aux équations différentielles est donné dans la table 9 pour la portion diphasique de l'écoulement correspondant à la zone évaporateur et dans la table 10 pour les écoulements monophasiques liquide et vapeur correspondant respectivement aux zones

(suite p. 117)

Table 9 Système algébrique explicite couplé au système différentiel des équations de conservation (table 8)

Variable	Equation algébrique zone évaporateur (diphasique) $i_{l,s} < i < i_{g,s}$	Type, No, Chap.
$i_l$	$i_l = i_{l,s} (p)$	tab. vap. (27) 3.2.1.2
$i_g$	$i_g = i_{g,s} (p)$	" " (28) "
$\rho_l$	$\rho_l = \rho_{l,s} (p)$	" " (29) "
$\rho_g$	$\rho_g = \rho_{g,s} (p)$	" " (30) "
$T_l$	$T_l = T_s (p)$	" " (31) "
$T_g$	$T_g = T_s (p)$	" " (32) "
$T_s$	$T_s = T_s (p)$	" " (33) "
$e_l$	$e_l = i_l - p/\rho_l$	thermod. (34a) 3.2.1.3
$e_g$	$e_g = i_g - p/\rho_g$	" (34b) "
$e$	$e = i - p/\rho$	déf. + (53) 3.2.1.7B thermod.
$\rho$	$\rho = \frac{\rho_l \rho_g (i_l - i_g)}{i(\rho_g - \rho_l) + \rho_l i_l - \rho_g i_g}$	déf. (63) 3.2.1.7C
$\alpha$	$\alpha = \frac{\rho_l - \rho}{\rho_l - \rho_g}$	déf. (62) 3.2.1.7C

suite →

Table 9 (suite 1)

Variable	Equation algébrique zone évaporateur (diphasique) $i_{l,s} < i < i_{g,s}$	Type, No, Chap.
$v_l$	$v_l = \frac{1}{A} \frac{\dot{m}}{\rho_l (1-\alpha) + \rho_g \alpha S}$ avec $S = S(p, \alpha) = \frac{v_g}{v_l}$	déf. (64) 3.2.1.7-C
$v_g$	$v_g = S \cdot v_l$	cor. emp. (42a) 3.2.1.4-C
X	$X = \frac{\alpha \rho_g v_g \xi}{(1-\alpha) \rho_l v_l + \alpha \rho_g v_g}$	déf. (35) 3.2.1.3
$v_{m1}$	$v_{m1} = \frac{(1-\alpha) \rho_l v_l i_l + \alpha \rho_g v_g i_g}{\rho i}$	déf. (24) 3.2.1.1 table 4
$v_{m2}$	$v_{m2} = \left[ \frac{(1-\alpha) \rho_l v_l^2 + \alpha \rho_g v_g^2}{\rho} \right]^{1/2}$	déf. (25) "
$v_{m3}$	non utilisé	
$\frac{\partial p_{fr}}{\partial z} = \tau$	$\tau = \xi \frac{\rho v_{m2} \cdot  v_{m2} }{2 D_h}$ avec $\xi = \xi(Re, X_{rug})$ $Re = \frac{\dot{m} D_h}{A \cdot \mu}$ $\mu = \mu(p, X)$	cor. emp. (36) 3.2.1.4-A  cor. emp. (10) 3.1.2 (diagramme de MOODY/13/)  déf. (37) 3.2.1.4-A  déf. + tab. (38) 3.2.1.4-A vap.

Table 9 (suite 2)

Variable	Equation algébrique	Type, No, Chap.
$\dot{q}$	$\dot{q} = \frac{P}{A} \dot{Q}$ <p><math>\dot{Q}</math> = flux de chaleur surfacique à la paroi, fonction de l'écoulement, de la temp. de paroi.</p> <p>Si une corrélation basée sur le déséquilibre thermique est choisie il faut introduire les variables hors équilibre suivantes (indexe NE = <u>non</u>-équilibre):</p>	<p>déf. (41a) 3.2.1.4-B</p> <p>cor. emp. dépend du régime de transfert de chaleur à choisir localement parmi les corrélations (41a) à (41n) et à l'aide des critères (41o) à (41q)</p>
$i_{gNE}$	$i_{gNE} = \Delta i_{lg} e^{-\tan \psi - (3\alpha_{hom})^4}$	cor. emp. (411)
$X_{NE}$	$X_{NE} = \frac{i - i_{l,s}}{i_{gNE} - i_{l,s}}$	déf. annexe de (411) voir aussi (68)
$T_{gNE}$	$T_{gNE} = T_g(p, i_{gNE})$	tab. vap.

tab. vap. = éq. d'état (éq. constitutive intrinsèque) donnée par les tables de vapeur /6/, /26/

cor. emp. = corrélation empirique (équation constitutive externe)

déf. = définition (évent. résulte d'une ...)

thermod. = relation thermodynamique

Table 10 Système algébrique explicite couplé au système différentiel des équations de conservation (table 8).  
Cas des zones monophasiques

Variable	Equation algébrique	
	zone économiseur (liquide) $i \leq i_{l,s}$	zone surchauffeur (vapeur sèche) $i \geq i_{g,s}$
$i_l$	$i_l = i$ déf.	-
$i_g$	-	$i_g = i$ déf.
$\rho_l$	$\rho_l = \rho_l(p, i)$ tab. vap.	-
$\rho_g$	-	$\rho_g = \rho_g(p, i)$ tab. vap.
$T_l$	$T_l = T_l(p, i)$ tab. vap.	-
$T_g$	-	$T_g = T_g(p, i)$ tab. vap.
$T_s$	$T_s = T_s(p)$ tab. vap.	$T_s = T_s(p)$ tab. vap.
$e_l$	$e_l = i_l - p/\rho_l$ thermod.	-
$e_g$	-	$e_g = i_g - p/\rho_g$ thermod.

suite →



Table 10 (suite 1)

Variable	Equation algébrique	
	économiseur	surchauffeur
e	$e = e_\ell$ déf.	$e = e_g$ déf.
$\rho$	$\rho = \rho_\ell$ déf.	$\rho = \rho_g$ déf.
$\alpha$	0	1
$v_\ell$	$v_\ell = v = \frac{\dot{m}}{A \cdot \rho}$ déf.	-
$v_g$	-	$v_g = v = \frac{\dot{m}}{A \cdot \rho}$ déf.
X	$X = 0$	$X = 1$
$v_{m1}$	$v_{m1} = v_\ell$ déf.	$v_{m1} = v_g$ déf.
$v_{m2}$	$v_{m2} = v_\ell$ déf.	$v_{m2} = v_g$ déf.
$v_{m3}$	non utilisé	non utilisé
$\frac{\partial p_{fr}}{\partial z} = \tau$	$\tau = \xi \frac{\rho v  v }{2 D_h}$ cor. emp.(9) $\xi = \xi (Re, X_{rug})$ Moody /13/ $Re = \frac{\dot{m} D_h}{A \mu}$ déf. $\mu = \mu_\ell (p,i)$ tab. vap.   $\mu = \mu_g (p,i)$ tab. vap.	

suite ➡

Table 10 (suite 2)

Variable	Equation algébrique	
	économiseur	surchauffeur
$\dot{q}$	$\dot{q} = \frac{P}{A} \dot{Q}$ déf.	
	$\dot{Q} = \alpha_{TR} (T_{\text{paroi}} - T_{\text{fluide}})$ cor. emp.	
	$\alpha_{TR} = \frac{Nu \cdot \lambda}{D}$ déf.	
	$Nu = a Re^b Pr^c$ cor. emp. (41c)	
	$Pr = \frac{\mu Cp}{\lambda}$ type DITTUS-BOELTER	
	$\mu = \mu_{\ell} (p,i)$ tab. vap.	$\mu = \mu_g (p,i)$ tab. vap.
	$\lambda = \lambda_{\ell} (p,i)$ tab. vap.	$\lambda = \lambda_g (p,i)$ tab. vap.
	si ébullition nucléée:	Si déséquilibre thermique:
	$\dot{Q} = a (T_{\text{paroi}} - T_s)^n$	même traitement que
	cor. emp (41f)	l'écoulement dipha-
	type JENS et LOTTES	sique (zone évapo- rateur après assèche- ment)

(suite de la p. 110)

économiseur et surchauffeur du générateur de vapeur. On voit qu'en résolvant les équations dans l'ordre où elles sont présentées, le système est explicite, c'est-à-dire que chaque variable algébrique ne dépend que des variables différentielles  $i$ ,  $p$  et  $\dot{m}$  ou de variables algébriques déjà déterminées.

#### Zone évaporateur-écoulement diphasique (table 9)

La plupart des équations se déduisent immédiatement des équations établies précédemment, les références nécessaires étant données directement dans la table. Seules les expressions des variables  $\rho$ ,  $\alpha$  et  $v_\ell$  nécessitent quelques calculs auxiliaires que l'on indique ci-dessous.

#### Expression du taux de vide

Elle se déduit de l'expression de la densité moyenne :

$$\rho = (1 - \alpha) \rho_\ell + \alpha \rho_g$$

en résolvant par rapport à  $\alpha$  soit :

$$\alpha = \frac{\rho - \rho_\ell}{\rho_g - \rho_\ell} \quad (62)$$

remarquons que l'expression ci-dessus de  $\rho$ , donnée par (21), table 4, page 51, comme une définition, en fait se démontre à partir des vraies définitions qui sont :

$$\rho_\ell = \frac{M_\ell}{V_\ell} \quad , \quad \rho_g = \frac{M_g}{V_g} \quad , \quad \rho = \frac{M_g + M_\ell}{V_g + V_\ell} \quad , \quad \alpha = \frac{V_g}{V_g + V_\ell}$$

Expression de la densité moyenne  $\rho$

On part de la définition (22), table 4, page 51  
donnée pour l'enthalpie moyenne

$$i = \frac{(1 - \alpha) \rho_l i_l + \alpha \rho_g i_g}{\rho}$$

on substitue  $\alpha$  par son expression tirée de (62):

$$i = \frac{\left(1 - \frac{\rho - \rho_l}{\rho_g - \rho_l}\right) \rho_l i_l + \frac{\rho - \rho_l}{\rho_g - \rho_l} \rho_g i_g}{\rho}$$

en arrangeant et en résolvant par rapport à  $\rho$  il vient;

$$\rho = \frac{\rho_g \rho_l (i_l - i_g)}{i(\rho_g - \rho_l) + \rho_l i_l - \rho_g i_g} \quad (63)$$

Expression de la vitesse de la phase liquide  $v_l$

Elle se déduit de la définition du débit total donnée  
par (20), table 4, page 51 :

$$\dot{m} = A \left\{ (1 - \alpha) \rho_l v_l + \alpha \rho_g v_g \right\}$$

et de la définition (42), page 86, du  
glissement :

$$S = \frac{v_g}{v_l}$$

dont on tire:  $v_g = S v_l$

en introduisant dans l'expression de  $\dot{m}$  et en résolvant par rapport à  $v_\ell$  il vient:

$$v_\ell = \frac{1}{A} \frac{\dot{m}}{(1 - \alpha) \rho_\ell + \alpha \rho_g S} \quad (64)$$

Zone économiseur - écoulement liquide/

Zone surchauffeur - écoulement vapeur sèche (Table 10)

Si l'écoulement n'est plus diphasique, les équations se simplifient:

- les variables d'une des phases disparaissent
- les variables de l'autre phase deviennent identiques aux variables de mélange
- les variables définies par les tables de vapeur deviennent des fonctions de  $p$  et  $i$  hors du domaine de saturation.

Le résultat est donné directement dans la table 10.

#### Détermination des différentes zones

$p$  et  $i$  étant donnés, on détermine dans quelle zone on se trouve et quel est le système algébrique à utiliser en comparant l'enthalpie du mélange  $i$  aux enthalpies de saturation du liquide  $i_{\ell,s}$  et de la vapeur  $i_{g,s}$  de la manière suivante:

$$\left. \begin{aligned}
 i &\leq i_{l,s} && \rightarrow \text{zone économiseur (liquide)} \\
 i_{l,s} &< i < i_{g,s} && \rightarrow \text{zone évaporateur (double-phase)} \\
 i &\geq i_{g,s} && \rightarrow \text{zone surchauffeur (vapeur sèche)}
 \end{aligned} \right\} \quad (65)$$

Relations densité - taux de vide  
et enthalpie - qualité de vapeur.

On a vu (21) que la densité de mélange s'obtient par simple pondération avec le taux de vide  $\alpha$  des densités phasiques  $\rho_l$  et  $\rho_g$ :

$$\rho = (1 - \alpha) \rho_l + \alpha \rho_g$$

dont on a déduit une expression particulière de  $\alpha$  :

$$\alpha = \frac{\rho - \rho_l}{\rho_g - \rho_l}$$

on voit souvent une relation de même forme entre  $i$  et  $X$  s'exprimant par:

$$i = (1-X)i_l + Xi_g \quad (66)$$

et

$$X = \frac{i - i_l}{i_g - i_l} \quad (67)$$

ces deux expressions ne sont en fait correctes que dans le cas particulier où  $S = 1$ . Elles se déduisent alors des définitions:

$$i = \frac{(1 - \alpha) \rho_l i_l + \alpha \rho_g i_g}{(1 - \alpha) \rho_l + \alpha \rho_g} \quad (22)$$

table 4, p.51

$$X = \frac{\dot{m}_g}{\dot{m}_l + \dot{m}_g} = \frac{A \alpha \rho_g v_g}{A (1 - \alpha) \rho_l v_l + A \rho_g v_g} \quad (35), p.57$$

en éliminant  $\alpha$  et en posant  $v_l = v_g$ .

Remarques:

- 1) X, selon l'expression (67) peut être négatif  
(liquide  $i < i_l$ ) ou supérieur à 1 (vapeur  $i > i_g$ ) .
- 2) si il y a équilibre thermique, les enthalpies phasiques  
sont les enthalpies à saturation:

$$X = \frac{i - i_{l,s}}{i_{g,s} - i_{l,s}}$$

- 3) hors-équilibre thermique, la définition du titre de  
vapeur X reste valable. C'est celle utilisée par GROEN-  
WELD et DELORME /29/ pour traiter le déséquilibre thermi-  
que dans la zone finale de l'évaporateur au-delà de  
l'assèchement. Ils supposent alors que :

$i_l = i_{l,s}$  la phase liquide est à la température de  
saturation  $T_s$

$i_g = i_{g,NE}$  la phase vapeur est hors-équilibre ther-  
mique :  $T_{g,NE} > T_s$

$v_g = v_l$  pas de glissement, approximation probablement valable car le titre de vapeur est élevé dans cette partie de l'évaporateur et on a des gouttelettes très fines qui peuvent être entraînées aux mêmes vitesses que la vapeur

d'où le titre hors-équilibre:

$$X_{NE} = \frac{i - i_{l,s}}{i_{g,NE} - i_{l,s}} \quad (68)$$

### 3.2.2 Fluide primaire et paroi

Pour le fluide primaire et la paroi du générateur, on se contente de donner ici une description rapide des équations utilisées. Ce survol rapide du modèle est motivé par le fait que

- a) la dynamique des écoulements monophasiques et monodimensionnels ainsi que de la conduction dans les solides est bien connue
- b) l'objectif de cette étude étant centré sur le modèle de l'écoulement diphasique, le fluide primaire et la paroi ne nous intéressent ici que comme moyen de perturber le fluide diphasique en variant la quantité de chaleur transférée.

Les principales variables, équations et constantes géométriques nécessaires à la modélisation du fluide primaire (indice 1) et de la paroi (indice p) sont données



par les tables suivantes:

<u>table no</u>	<u>contenu</u>
11	variables principales
12	transfert de chaleur fluide primaire → paroi
13	transfert de chaleur paroi → fluide secondaire
14	équations pour le fluide primaire
15	équations pour la paroi
16	constantes géométriques

Table 11 Variables principales pour le fluide primaire et la paroi

fluide primaire (indice 1)

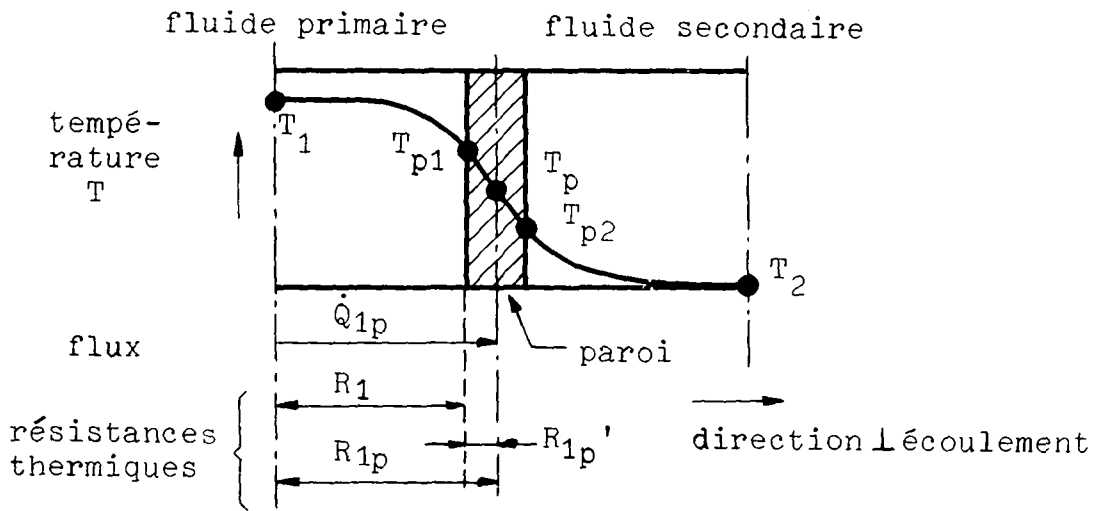
$\dot{m}_1 (t)$	= débit massique *	(kg/s)
$p_1 (t)$	= pression *	(N/m <sup>2</sup> )
$T_1 (z,t)$	= température	(°C ou °K)
$\rho_1 (z,t)$	= densité	(kg/m <sup>3</sup> )

paroi (indice p)

$T_p (z,t)$	= température (moyenne radiale au milieu de la paroi)	(°C ou °K)
$T_{p_1} (z,t)$	= température de surface côté 1	(°C ou °K)
$T_{p_2} (z,t)$	= température de surface côté 2	(°C ou °K)

\* moyenne axiale, donnée par les conditions aux limites

Table 12 Transfert de chaleur  
fluide primaire → paroi



(69)  $\dot{Q}_{1p} = \frac{T_1 - T_p}{R_{1p}}$  flux surfacique de chaleur  
1 → p (relatif à la surface  
côté primaire)  $(\text{W/m}^2)$

(70)  $R_{1p} = R_1 + R_{1p}'$  résistance thermique globale  
1 → milieu p  $(\frac{\text{°K m}^2}{\text{W}})$

$R_1 = \frac{1}{\alpha_1}$  résistance thermique  
1 → surface p (côté 1)  $(\frac{\text{°K m}^2}{\text{W}})$

$\alpha_1 = \frac{\text{Nu}_1 \cdot \lambda_1}{D_{h1}}$  coefficient de transf. de chal.  
1 → surface p (côté 1)  $(\frac{\text{W}}{\text{°K m}^2})$

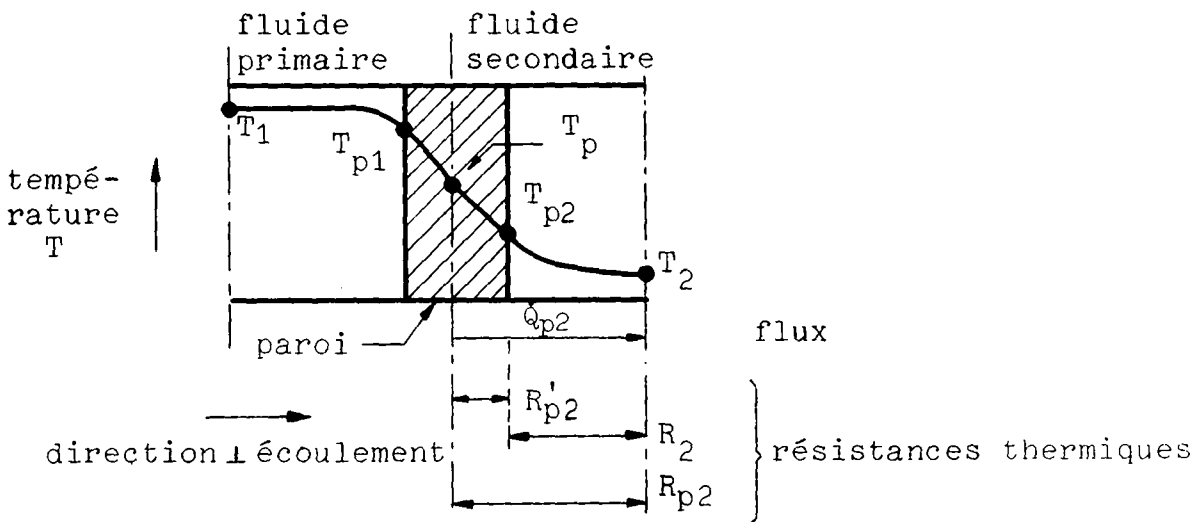
$\text{Nu}_1$  = nombre de Nusselt, donné par corréla-  
tion empirique:  $\text{Nu} \approx \text{constante}$  (laminaire)  
 $\text{Nu} \approx a R_e^b P_r^c$  (turbulent)  $(-)$

$\lambda_1 = \lambda_1(p_1, T_1)$  conductibilité thermique du  
fluide primaire  $(\frac{\text{W}}{\text{m °K}})$

(71)  $R_{1p}' = \frac{r_1}{\lambda_p} \left| \ln \frac{r_1}{\sqrt{2}(r_1 + r_2)} \right|$  résistance thermique  
de la paroi entre sur-  
face côté 1 et milieu  
 $r_1, r_2$  diamètres du  
tube (voir table 16)  $(\frac{\text{°K m}^2}{\text{W}})$

$\lambda_p = \lambda_p(T_p)$  conductibilité thermique de  
la paroi  $(\frac{\text{W}}{\text{m °K}})$

Table 13 Transfert de chaleur  
paroi → fluide secondaire



(72)  $\dot{Q}_{p2} = \frac{T_p - T_2}{R_{p2}}$  flux surfacique de chaleur p → 2 (relatif à la surface côté 2)  $(\frac{w}{m^2})$

(73)  $R_{p2} = R_2 + R'_{p2}$  résistance thermique globale milieu p → 2  $(\frac{o_k m^2}{w})$

$R_2 = \frac{1}{\alpha_2}$  résistance thermique surface paroi → 2  $(\frac{o_k m^2}{w})$

$\alpha_2$  = corrélation empirique pour écoulement diphasique (voir chap. 2.3.2.4-B2)  $(\frac{w}{o_k m^2})$

(74)  $R'_{p2} = \frac{r_2}{\lambda_p} \ln \frac{r_2}{\sqrt{2}(r_2 + r_1)}$  résistance thermique de la paroi entre le milieu et la surface côté 2  $(\frac{o_k m^2}{w})$

$r_1, r_2$  diamètres des tubes (voir table 16)

$\lambda_p = \lambda_p(T_p)$  conductibilité thermique de la paroi  $(\frac{w}{m o_k})$

$\dot{q}_2 = C_2 \dot{Q}_{p2}$  terme source de chaleur par unité de volume dans le bilan d'énergie du fluide secondaire  $(\frac{w}{m^3})$

$C_2$  = constante géométrique, représente le rapport entre surface d'échange et volume du fluide côté 2 (voir table 16)  $(\frac{1}{m})$

Table 14 Equations pour le fluide primaire

Equation différentielle:

$$(75) \quad \frac{\partial}{\partial t} T_1 = + \kappa \frac{\dot{m}_1}{\rho_1 A_1} \frac{\partial T_1}{\partial z} - \frac{\kappa}{\rho_1 C_{p1}} \dot{q}_1$$

$\uparrow$   
 $(*)$

Equations algébriques:

$$\dot{m}_1 = \text{condition aux limites} \quad (\text{kg/s})$$

$$p_1 = \text{condition aux limites} \quad (\text{N/m}^2)$$

$$(76) \quad \rho_1 = \rho_1(p_1, T_1) \text{ équation d'état du fluide primaire} \quad (\text{kg/m}^3)$$

(gaz parfait:  $\rho_1 = \frac{p_1}{RT_1}$ )

avec:

$$\kappa = \frac{C_{p1}}{C_{v1}} \quad \text{exposant adiabatique} \quad (-)$$

(liquide:  $\kappa = 1$ )

$$C_{p1} = C_{p1}(p_1, T_1) \text{ chaleur spécifique à pression constante} \quad \left( \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \right)$$

$$\dot{q}_1 = C_1 \dot{Q}_{1p} \text{ énergie thermique cédée par le fluide 1 à la paroi par unité de volume du fluide} \quad \left( \frac{\text{W}}{\text{m}^3} \right)$$

$$\dot{Q}_{1p} = \text{flux surfacique de chaleur 1} \rightarrow \text{p (voir table 12)} \quad \left( \frac{\text{W}}{\text{m}^2} \right)$$

$$C_1 = \text{constante géométrique, représente le rapport entre la surface d'échange de chaleur et le volume du fluide côté 1 (voir table 16)} \quad \left( \frac{1}{\text{m}} \right)$$

(\*) cas où le fluide primaire circule à contre-courant, z étant orienté dans le sens d'écoulement du fluide secondaire

Table 15 Equations pour la paroi

Equation différentielle:

$$(77) \quad \frac{\partial}{\partial t} T_p = \frac{1}{\rho_p c_{pp}} \left[ C_{1p} \dot{Q}_{1p} - C_{p2} \dot{Q}_{p2} + \underbrace{\lambda_p \frac{\partial^2 T_p}{\partial z^2}}_{\text{terme de conduction axiale}} \right]$$

Equations algébriques:

$$(78) \quad T_{1p} = T_p + R'_{1p} \cdot \dot{Q}_{1p} \quad \text{température de paroi à la surface côté 1} \quad (^{\circ}\text{C}, ^{\circ}\text{K})$$

$$(79) \quad T_{2p} = T_p - R'_{p2} \cdot \dot{Q}_{p2} \quad \text{température de paroi à la surface côté 2} \quad (^{\circ}\text{C}, ^{\circ}\text{K})$$

avec:

$$\rho_p = \rho_p (T_p) \text{ densité de la paroi} \quad (\text{kg/m}^3)$$

$$c_{pp} = c_{pp} (T_p) \text{ chaleur spécifique de la paroi} \quad \left( \frac{\text{J}}{\text{kg } ^{\circ}\text{K}} \right)$$

$$\dot{Q}_{1p} = \text{flux surfacique de chaleur } 1 \rightarrow p \text{ (voir table 12)} \quad (\text{W/m}^2)$$

$$\dot{Q}_{p2} = \text{flux surfacique de chaleur } p \rightarrow 2 \text{ (voir table 13)} \quad (\text{W/m}^2)$$

$$C_{1p} = \text{constante géométrique, représente le rapport entre la surface d'échange de chaleur côté 1 et le volume de paroi (voir table 16)} \quad \left( \frac{1}{\text{m}} \right)$$

$$C_{p2} = \text{constante géométrique, représente le rapport entre la surface d'échange de chaleur côté 2 et le volume de paroi (voir table 16)} \quad \left( \frac{1}{\text{m}} \right)$$

$$\lambda_p = \lambda_p (T_p) \text{ conductibilité thermique de la paroi} \quad \left( \frac{\text{W}}{^{\circ}\text{K m}} \right)$$

$$R'_{1p} = \text{résistance thermique de la } \frac{1}{2} \text{ épaisseur de paroi côté 1 (voir table 12)} \quad \left( \frac{^{\circ}\text{K m}^2}{\text{W}} \right)$$

$$R'_{p2} = \text{résistance thermique de la } \frac{1}{2} \text{ épaisseur de paroi côté 2 (voir table 13)} \quad \left( \frac{^{\circ}\text{K m}^2}{\text{W}} \right)$$

Table 16 Constantes géométriques apparaissant dans les bilans thermiques (tables 12 à 15)

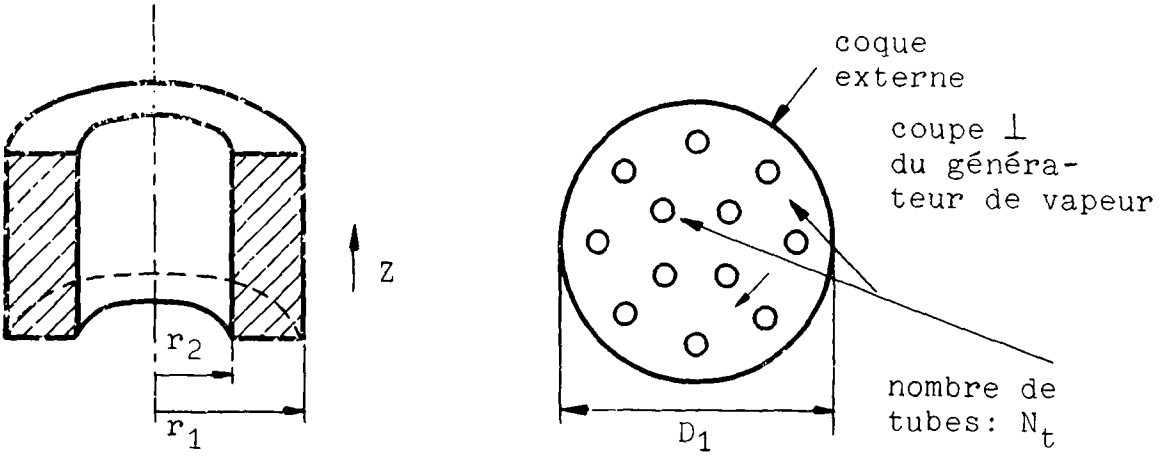
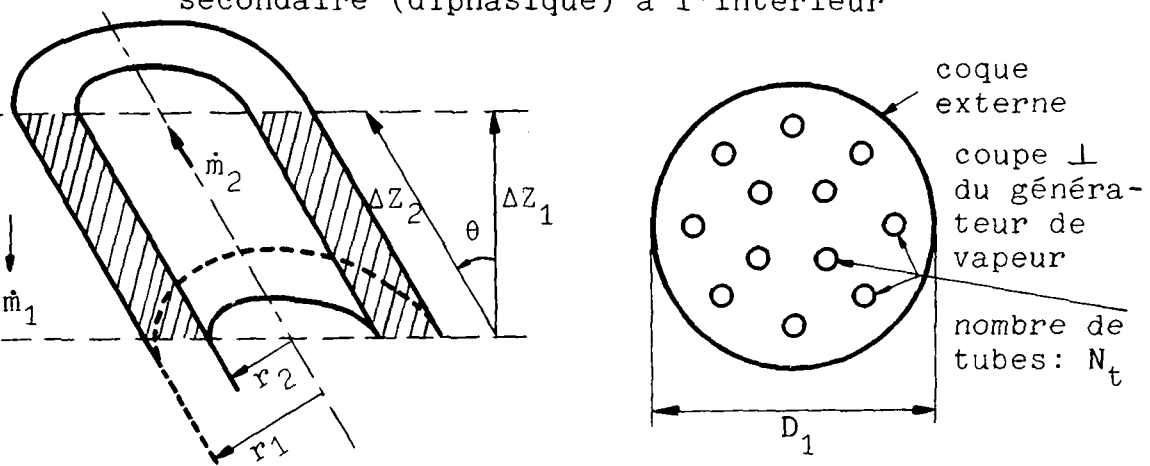
<p><u>Cas 1:</u> tubes rectilignes, fluide secondaire (diphasique) à l'intérieur des tubes, circulation à contre-courant</p>		
		
grandeur géométrique (unité)	primaire	secondaire
diamètre hydraulique (m)	$D_{h1} = \frac{4 A_1}{P_1}$	$D_{h2} = 2 \cdot r_2$
section totale de passage du fluide (m <sup>2</sup> )	$A_1 = \frac{\pi D_1^2}{4} - N_t \cdot \pi r_1^2$	$A_2 = N_t \cdot \pi r_2^2$
périmètre (ensemble des tubes)	$P_1 = 2\pi r_1 \cdot N_t$	$P_2 = 2\pi r_2 \cdot N_t$
surface ech./vol. chal. fluide ( $\frac{1}{m}$ )	$C_1 = \frac{P_1}{A_1} = \frac{2r_1 N_t}{\frac{D_1^2}{4} - N_t r_1^2}$	$C_2 = \frac{P_2}{A_2} = \frac{2}{r_2}$
grandeur géométrique (unité)	paroi	
section ⊥ écoulement	$A_p = N_t \cdot \pi \cdot (r_1^2 - r_2^2)$	
surface ech./vol. chal. côté 1 / paroi ( $\frac{1}{m}$ )	$C_{1p} = \frac{P_1}{A_p} = \frac{2r_1}{r_1^2 - r_2^2}$	
surface ech./vol. chal. côté 2 / paroi ( $\frac{1}{m}$ )	$C_{p2} = \frac{P_2}{A_p} = \frac{2r_2}{r_1^2 - r_2^2}$	

Table 16 (suite) Constantes géométriques apparaissant dans les bilans thermiques (tables 12 à 15)

<p><u>Cas 2:</u> tubes hélicoïdaux, section circulaire, fluide secondaire (diphasique) à l'intérieur</p> 		
<p>On choisit comme Variable indep. de l'espace <math>z \begin{cases} = Z_1 &amp; \text{au primaire} \\ = Z_2 &amp; \text{au secondaire et dans la paroi} \end{cases}</math></p>		
grandeur géométrique (unités)	primaire	secondaire
diamètre hydraulique (m)	$D_{h1} = \frac{4 A_1}{P_1}$	$D_{h2} = 2 r_2$
section totale de passage du fluide (m <sup>2</sup> )	$A_1 = \frac{\pi D_1^2}{4} - \frac{N_t \pi r_1^2}{\cos \theta}$	$A_2 = N_t \cdot \pi \cdot r_2^2$
périmètre (m)	$P_1 = \frac{2 \pi r_1 N_t}{\cos \theta}$	$P_2 = 2 \pi r_2 N_t$
surface ech./vol. chal / fluide (1/m)	$C_1 = \frac{P_1}{A_1} = \frac{\frac{2 \pi r_1 N_t}{\cos \theta}}{\frac{\pi D_1^2}{4} - \frac{N_t \pi r_1^2}{\cos \theta}}$	$C_2 = \frac{P_2}{A_2} = \frac{2}{r_2}$
grandeur géométrique (unités)	paroi	
section perpendiculaire à l'écoulement second. (m <sup>2</sup> )	$A_p = N_t \cdot \pi (r_1^2 - r_2^2)$	
surface ech./vol. chal côté 1 / paroi (1/m)	$C_{1p} = \frac{P_1 \cos \theta}{A_p} = \frac{2 r_1}{r_1^2 - r_2^2}$	
surface ech./vol. chal côté 2 / paroi (1/m)	$C_{p2} = \frac{P_2}{A_p} = \frac{2 r_2}{r_1^2 - r_2^2}$	



### 3.2.2.1 Fluide primaire

Les bases théoriques d'un écoulement monophasique ont été esquissées au chap. 3.1.2 et pour plus de détails, on se référera par exemple à LANDAU et LIFCHITZ /4/ ou à SUTER /12/. Le modèle retenu ici (table 14) tient compte essentiellement du bilan d'énergie, bilan qui est exprimé sous forme différentielle locale (équation en  $\partial T_1 / \partial t$ ). La forme donnée pour le bilan d'énergie s'applique aussi bien pour un gaz que pour un liquide, à condition de faire les changements indiqués ( $\kappa = 1$  pour un liquide,  $\rho_1 = \rho_1(p_1, T_1)$  équation d'état adéquate). Les bilans de quantité de mouvement et de masse sont escamotés par le fait que le débit  $\dot{m}_1$  et la pression  $p_1$  sont des moyennes axiales données par les conditions aux limites. Le fluide primaire ne pouvant transmettre que des perturbations thermiques au fluide secondaire, une véritable hydrodynamique du premier ne s'impose pas pour l'étude du second. La nécessité d'une hydrodynamique plus précise au primaire ne peut découler que de raisons internes au circuit primaire: par exemple l'analyse de transitoires rapides de pression. Une investigation très large des modèles applicables à un circuit de gaz a été faite à l'EIR - Würenlingen et de nombreux résultats sont à disposition dans ce domaine (voir /14/, /15/, /16/).

### 3.2.2.2 Paroi et conduction thermique

Le modèle retenu ici (tables 12, 13 et 15) est basé sur un bilan d'énergie local conduisant à une équation différentielle en  $\frac{\partial}{\partial t} T_p(z, t)$ .

La principale simplification de ce modèle consiste à considérer que les profils radiaux de température entre la surface côté primaire et le milieu de la paroi d'une part et entre le milieu de la paroi et la surface côté secondaire d'autre part sont des profils d'équilibre. Ceci permet de ne calculer dynamiquement qu'une température au milieu de la paroi (économie d'équations différentielles) et d'exprimer le flux de chaleur au moyen des résistances thermiques  $R'_{1p}$  et  $R'_{p2}$  (tables 12 et 13). Ces résistances thermiques s'obtiennent en cherchant les solutions stationnaires dans chaque demi-épaisseur de paroi  $2 \rightarrow p$  et  $p \rightarrow 1$  des équations fondamentales de la conduction

$$\left. \begin{aligned} \dot{Q} &= -\lambda \text{ grad } T \\ \frac{\partial}{\partial t} T &= \frac{\lambda}{\rho C_p} \Delta T \end{aligned} \right\} \quad (80)$$

et en corrélant les flux et les écarts de température  $T_{1p} - T_p$  et  $T_p - T_{p2}$  ainsi obtenus.

Le recours à cette notion quasi-stationnaire de la résistance thermique se justifie par le fait que l'erreur commise en négligeant les déformations transitoires du profil réel de température dans les demi-épaisseurs de paroi est faible en regard des incertitudes sur l'évaluation du transfert de chaleur entre les surfaces de la paroi et les fluides, évaluation basée sur des corréla-

tions empiriques déterminées d'ailleurs en régime stationnaire. Cette erreur est d'autant plus faible que la paroi est fine et bonne conductrice de la chaleur.<sup>(1)</sup> Des méthodes existent au besoin pour l'évaluation dynamique du profil de température, elles augmentent cependant sensiblement le nombre des équations différentielles à résoudre numériquement (voir par exemple FRISCH et SCHOENFELD /54/ et TEN WOLDE /52/).

La conduction axiale dans la paroi est en principe négligeable. En tenir compte toutefois ne modifie pas la nature et le nombre des équations différentielles: la conduction ne fait qu'ajouter un terme en  $\frac{\partial^2}{\partial z^2} T_p$  dans l'équation de la température de paroi, terme qui a été donné pour mémoire dans la table 15.

La paroi représente par sa masse une importante capacité thermique (inertie): cet effet est pris en considération sans concession par le modèle choisi. On peut simplifier cependant le modèle en négligeant cette inertie.

### 3.3 Modèles simplifiés

Les simplifications portent sur les éléments suivants du modèle:

- 1) hydrodynamique diphasique (équations de conservation)
- 2) glissement des vitesses
- 3) transfert de chaleur
- 4) paroi

---

(1) validité limitée par l'effet de peau, voir chap. 4.6.1, page 203.

Les simplifications consistent soit à introduire des hypothèses de quasi-stationnarité dans les équations différentielles soit à utiliser des expressions algébriques plus simples pour les corrélations expérimentales du glissement et du transfert de chaleur.

### 3.3.1 Simplifications de l'hydrodynamique diphasique

La taille du système différentiel a une grande influence sur le temps de calcul, celui-ci étant proportionnel à :

$$N^n$$

où  $N$  est le nombre des équations différentielles et  $n$  peut varier entre 2 et 3. Le nombre  $N$  effectif des équations différentielles à intégrer numériquement est le produit du nombre d'équations différentielles locales par le nombre de points considérés de l'espace (discrétisation spatiale). Le nombre des équations différentielles locales (équations de conservation) on l'a vu, s'élève à trois pour l'écoulement diphasique (s'y ajoutent pour l'ensemble du générateur de vapeur une équation différentielle pour la température de paroi et une pour la température du fluide primaire).

Les simplifications de l'hydrodynamique vont donc porter sur une diminution du nombre des équations différentielles locales à l'aide d'hypothèses de quasi-stationnarité.

#### 3.3.1.1 Modèle à 2 équations différentielles

Hypothèse de quasi-stationnarité locale:	$\frac{\partial}{\partial t} \dot{m} = 0$
nombre d'équations diff. locales restantes:	2

Les équations de conservation de la masse et de l'énergie sont inchangées et s'expriment en dérivées de  $i$  et  $p$  selon la table 8, p.108 :

$$\frac{\partial}{\partial t} i = \frac{1}{D_{\rho i} + \rho D_{\rho p}} \left\{ D_{\rho p} \left[ \frac{i}{A} \frac{\partial \dot{m}}{\partial z} - \frac{\partial}{\partial z} (\rho v_{m1} i) + \dot{q} \right] - \frac{1}{A} \frac{\partial \dot{m}}{\partial z} \right\} \quad (59)$$

$$\frac{\partial p}{\partial t} = \rho \frac{\partial}{\partial t} i - \frac{i}{A} \frac{\partial \dot{m}}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial z} (\rho v_{m1} i) - \dot{q} \quad (57)$$

L'équation de conservation de quantité de mouvement devient:

$$\frac{\partial \dot{m}}{\partial t} = 0 = -A \left\{ \frac{\partial}{\partial z} (\rho v_{m2} + p) + \rho g \cos \theta + \frac{\partial p_{fr}}{\partial z} \right\} \quad (81)$$

l'annulation du second membre fournit une équation ne contenant plus que des dérivées dans l'espace. Les gradients étant exprimés par des différences finies, cette équation devient algébrique au niveau de la résolution numérique. Si on remplace  $\frac{\partial p_{fr}}{\partial z}$  par son expression tirée de la table 10, l'équation (81) fournit une équation en  $v_{m2}$ :

$$0 = \frac{\partial}{\partial z} (\rho v_{m2} + p) + \rho g \cos \theta + \xi \frac{\rho v_{m2} \cdot |v_{m2}|}{2D_h}$$

dont on déduit d'abord une expression de  $\rho v_{m2}$  (en négligeant le terme d'accélération  $\frac{\partial}{\partial z} \rho v_{m2}$  pour éviter une équation simplifiée):

$$\rho v_{m2} |v_{m2}| = - \frac{2D_h}{\xi} \left( \frac{\partial p}{\partial z} + \rho g \cos \theta \right) \quad (82)$$

d'où finalement, en tenant compte des définitions de  $\dot{m}$  et  $v_{m2}$  (équations (20) et (25), table 4), une expression de  $\dot{m}$  en fonction du gradient local de pression:

$$\dot{m} = \epsilon \sqrt{\frac{\frac{2D_h}{\xi} \left| \frac{\partial p}{\partial z} + \rho g \cos \theta \right|}{\rho_\ell (1-\alpha) + \rho_g \alpha S^2}} \left[ \rho_\ell (1-\alpha) + \rho_g \alpha S \right] \cdot A \quad (83)$$

avec  $\epsilon$  = signe du membre de droite de (82)

La signification physique de cette simplification est que l'inertie du fluide est négligée, le débit suit instantanément et localement le gradient de pression.

### 3.3.1.2 Modèle à une équation différentielle

Hypothèses de quasi-stationnarité locales:

$$1) \quad \frac{\partial \dot{m}}{\partial t} = 0$$

$$2) \quad \frac{\partial p}{\partial t} = 0$$

nombre d'équations différentielles locales (avec dérivées partielles dans le temps) restantes: 1

$\frac{\partial p}{\partial t} = 0$  introduit dans la forme (55) de l'équation de conservation d'énergie

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho i - p) + \frac{\partial}{\partial z} (\rho v_{m1} i) = \dot{q}$$

donne:

$$\frac{\partial}{\partial t} \rho i + \frac{\partial}{\partial z} (\rho v_{m1} i) = \dot{q}$$

en développant la dérivée du produit  $\rho i$  et en remplaçant  $\frac{\partial}{\partial t} \rho$  par  $-\frac{1}{A} \frac{\partial \dot{m}}{\partial z}$  tiré de l'équation de conservation de masse il vient:

$$\frac{\partial}{\partial t} i = \frac{1}{\rho} \left\{ \frac{i}{A} \frac{\partial \dot{m}}{\partial z} - \frac{\partial}{\partial z} (\rho v_{m1} i) + \dot{q} \right\} \quad (84)$$

C'est la seule équation différentielle avec dérivée dans le temps qui reste. Elle déterminera alors l'unique variable différentielle de ce modèle: l'enthalpie du mélange  $i$ .

$\dot{m}$  et  $p$  deviennent des variables algébriques déterminées de la manière suivante:

$\frac{\partial \dot{m}}{\partial t} = 0$  dans l'équation de conservation de quantité de mouvement (46), table 8, donne une expression du gradient de pression :

$$\frac{\partial p}{\partial z} = - \frac{\partial}{\partial z} (\rho v_{m2}^2) - \rho g \cos \theta - \frac{\partial p_{fr}}{\partial z} \quad (85)$$

$p$  étant connu à une extrémité du générateur de vapeur par les conditions aux limites, on peut déduire de proche en proche la valeur locale de  $p$  à partir de l'expression de son gradient spatial.

Pour déterminer  $\dot{m}$  on part de l'équation de conservation de la masse (17), table 3:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = - \frac{1}{A} \frac{\partial}{\partial z} \dot{m}$$

on y introduit

$$\frac{\partial p}{\partial t} = \frac{\partial p}{\partial i} \cdot \frac{\partial i}{\partial t} + \frac{\partial p}{\partial p} \cdot \underbrace{\frac{\partial p}{\partial t}}_{=0 \text{ par hyp.}} = D_{\rho i} \frac{\partial i}{\partial t}$$

voir (49), (50), (51)  
chap. 3.2.1.7 , p.103

en arrangeant il vient:

$$\frac{\partial \dot{m}}{\partial z} = - A D_{\rho i} \frac{\partial i}{\partial t} \quad (86)$$

↑  
donné par (84)

$\dot{m}$  étant lui aussi connu à une extrémité, on peut donc en déduire de proche en proche les valeurs locales du débit.

Les expressions (84) et (86) sont implicites en  $\frac{\partial \dot{m}}{\partial z}$  et  $\frac{\partial i}{\partial t}$ , le calcul de chacune supposant d'abord le calcul de l'autre. Au niveau de la résolution numérique on lève cette difficulté en utilisant le fait que  $\frac{\partial i}{\partial t}$  et  $\frac{\partial \dot{m}}{\partial z}$  sont recalculés plusieurs fois au cours du processus itératif qui intervient pour un pas d'intégration  $\Delta t$ : on introduit dans l'expression (84) de  $\frac{\partial i}{\partial t}$  la valeur à l'itération précédente de  $\frac{\partial \dot{m}}{\partial z}$ .



Remarques à propos des modèles à 2 et 1 équation différentielle

---

- a) le fait de supposer que  $\frac{\partial \dot{m}}{\partial t} = 0$  ou que  $\frac{\partial p}{\partial t} = 0$  n'implique évidemment pas que  $\dot{m}$  ou  $p$  ne varient plus dans le temps. Cela correspond simplement à supposer que la contribution de leur taux de variation est négligeable dans les différents bilans.
- b) il est en principe possible de vérifier l'importance numérique relative des termes  $\frac{\partial p}{\partial t}$  et  $\frac{\partial \dot{m}}{\partial t}$  par rapport aux autres termes des bilans, ceci pour un état quelconque, hors équilibre de l'écoulement. Cela ne suffit par contre pas, à cause de la non-linéarité des équations et de l'absence de solution analytique, pour conclure au niveau des résultats sur l'erreur accumulée au cours d'un calcul de transitoire. Seules des expériences numériques pourront donner des informations utiles.<sup>(1)</sup>

### 3.3.2 Simplification du glissement

La simplification la plus naturelle consiste à supprimer le glissement en posant:

$$s = v_g / v_\ell = 1$$

ce qui remplace la relation de BANKOFF-JONES ou celle de MARTINELLI-NELSON données en 3.2.1.4-C.

---

(1) voir expériences numériques n° 1,2 et 10 figures 2a-c, 4a-c et 13a-c de l'annexe (volume 2).

### 3.3.3 Simplifications du transfert de chaleur

Le transfert de chaleur est déterminé dans le modèle par des corrélations empiriques. Ces corrélations, dont on a donné un aperçu au chap. 3.2.1.4-B, peuvent être assez complexes et difficiles à utiliser dans une simulation dynamique. Il est donc intéressant, voire nécessaire, d'appliquer des corrélations simples, encore que le terme de simplification qui a toujours un relent dépréciatif apparaît dans le cas présent très ambigu par le fait que les corrélations les plus complexes sont parfois les plus susceptibles de se révéler fausses en régime dynamique: il n'est donc pas exclu qu'un formalisme plus simple puisse se révéler moins faux en régime dynamique, ou du moins puisse éviter les grosses erreurs. Ceci s'applique particulièrement à la détermination de la crise d'ébullition. De plus, des différentes corrélations à disposition, il n'est pas toujours très clair de voir laquelle représente une simplification par rapport à l'autre, très peu ayant une validité reconnue très large.

On se bornera donc ici à faire la classification qualitative suivante:

#### modèle de référence

- prise en considération des différents modes de transfert de chaleur (convection, ébullition nucléée, évaporation en film...)
- détermination en fonction de l'écoulement des frontières des zones où interviennent ces différents modes.

modèle partiellement simplifié:

- prise en considération simplifiée des différents modes de transfert de chaleur:  
par exemple; coefficient de transfert constant (élevé) dans la zone d'ébullition nucléée
- détermination simplifiée des frontières entre les différents modes  
par exemple: crise de l'ébullition pour un titre de vapeur  $X_{D0}$  constant donné

modèle très simplifié:

- on considère un seul mode de transfert de chaleur dans tout l'évaporateur, basé par exemple sur une corrélation du type DITTUS-BOELTER.

Par la suite, on précisera lors des expériences numériques le détail des corrélations effectivement employées.

Remarquons enfin, en anticipant sur ce qui va être dit dans le chapitre consacré à la résolution numérique, que le problème avec le transfert de chaleur ne réside pas tellement dans une formulation aussi sophistiquée soit-elle de  $\dot{q}$ , mais dans le fait que les profils axiaux de  $\dot{q}$  et du coefficient de transfert de chaleur, dans une représentation proche de la réalité, présentent des irrégularités très fortes qui s'accommodent mal d'une représentation discrète de l'espace, surtout si on veut éviter, par économie de temps de calcul, un nombre élevé de points.

### 3.3.4 Simplification de la paroi

La simplification consiste à négliger l'inertie thermique de la paroi, soit à admettre que la température  $T_p$  de paroi prend instantanément une température d'équilibre entre les températures instantanées du fluide primaire et du fluide secondaire. Cette température d'équilibre s'obtient en stationnarisant l'équation de bilan d'énergie de la paroi (table 15):

$$\frac{\partial}{\partial t} T_p = 0 = \frac{1}{\rho_p C_{pp}} (C_{1p} \dot{Q}_{1p} - C_{p2} \dot{Q}_{p2})$$

on néglige de plus la conduction axiale et on déduit:

$$\dot{Q}_{p2} = \frac{C_{1p}}{C_{p2}} \dot{Q}_{1p} \quad (87)$$

en remplaçant ces flux surfaciques de chaleur par leurs expressions tirées des tables 12 et 13, on obtient une équation en  $T_p$ :

$$\frac{T_p - T_2}{R_{p2}} = \frac{C_{1p}}{C_{p2}} \frac{T_1 - T_p}{R_{1p}}$$

d'où on tire une expression explicite pour  $T_p$ :

$$T_p = \frac{T_1 \frac{C_{1p}}{C_{p2}} R_{p2} + T_2 R_{1p}}{\frac{C_{1p}}{C_{p2}} R_{p2} + R_{1p}} \quad (88)$$

ainsi une équation différentielle est éliminée au profit d'une équation algébrique.

Le flux de chaleur peut s'exprimer directement en fonction des températures  $T_1$  et  $T_2$  à condition de remplacer  $T_p$  dans l'expression de  $\dot{Q}_{p2}$  par sa valeur tirée de (88):

$$\dot{Q}_{p2} = \frac{T_p - T_2}{R_{p2}} = \dots$$

tous calculs faits il vient:

$$\dot{Q}_{p2} = \frac{T_1 - T_2}{R_{p2} + R_{1p} \frac{C_{p2}}{C_{1p}}} \quad (89)$$

on peut définir une résistance thermique globale primaire + secondaire rapportée à la surface de paroi côté secondaire par:

$$R_{12} = R_{1p} \frac{C_{p2}}{C_{1p}} + R_{p2} \quad (90)$$

Remarquons que la constante géométrique  $\frac{C_{p2}}{C_{1p}}$ , ou son inverse, qui apparaît dans les équations  $^{1p}(87)$  à  $(90)$  représente simplement le rapport par unité de longueur du tube entre la surface d'échange côté secondaire et la surface d'échange côté primaire, soit

$$\frac{C_{p2}}{C_{1p}} = \frac{r_2}{r_1} \quad (91)$$

-----  
Constante de temps caractéristique  $\tau_p$   
-----

Cette constante de temps s'obtient en mettant l'équation différentielle de la température de paroi  $T_p$ , (77) table 15, sous la forme:

$$\frac{\partial}{\partial t} T_p = \frac{1}{\tau_p} T_p + f(T_1, T_2)$$

en remplaçant dans (77) les flux  $Q_{1p}$  et  $Q_{p2}$  par leurs expressions tirées des tables 12 et 13 et les constantes géométriques  $C_{1p}$  et  $C_{p2}$  par leurs expressions tirées de la table 16, puis en identifiant avec la forme ci-dessous on trouve:

$$\tau_p = \frac{\rho_p C_{pp} (r_1^2 - r_2^2)}{2 \left( \frac{r_1}{R_{1p}} + \frac{r_2}{R_{p2}} \right)} \quad (92)$$

TEN WOLDE/52/a étudié en détail l'influence de cette simplification ainsi que l'éventuelle nécessité de tenir compte de la déformation dynamique du profil radial de température dans la paroi (simulation multicouche de la paroi). Il arrive à la conclusion que pour des pas d'intégration supérieurs à  $\Delta t = 0.1$  s et pour des générateurs de vapeurs comme ceux utilisés dans des centrales nucléaires du type LMFBR ( $\tau_p = 0.25$  s, /52/p.33) ou PWR ( $\tau_p = 0.05$ , /52/p.37) l'inertie thermique de la paroi est négligeable. Rappelons que ce même auteur donne des informations pratiques très détaillées, basées sur de nombreuses expériences numériques, sur l'influence de la formulation du transfert de chaleur.

### 3.4 Résolution numérique

Les caractéristiques et la validité des différents modèles mathématiques établis en 3.2 et 3.3, objectifs principaux de l'étude, sont en principe indépendantes de la méthode de résolution numérique. Aussi ne donne-t-on ici que les grandes lignes de la méthode choisie et quelques commentaires sur le choix de celle-ci.

En pratique on constate, toutefois, que le traitement numérique d'un système mathématique aussi complexe que le modèle de référence n'est pas une opération complètement standard que l'on peut appliquer en strict numéricien: il se présente des choix et des difficultés qui nécessitent une certaine prise en compte de la réalité physique. Certains choix peuvent être déterminants pour le bon fonctionnement des modèles. Il a semblé par conséquent utile de préciser ces choix et les réflexions qui les ont motivés, d'autant qu'ils concernent d'une manière générale la simulation d'écoulements compressibles et d'échangeurs de chaleur. Dans cette perspective on trouvera des informations plus détaillées sur la discrétisation spatiale dans l'appendice 1 et sur l'intégration numérique du système différentiel dans l'appendice 2.

### 3.4.1 Principe

La méthode de résolution numérique résulte de la forme générale du modèle mathématique, forme qui a été présentée au chap. 3.2.1.7 et qui est celle d'un système d'équations aux dérivées partielles, couplé à un système d'équations algébriques. Rappelons que le système différentiel a pu être mis sous une forme explicite par rapport aux dérivées dans le temps des variables différentielles:

$$\frac{\partial}{\partial t} X_D^i = D^i (X_D^j, \frac{\partial}{\partial z} X_D^j, X_A^l, \frac{\partial}{\partial z} X_A^l, z, t) \quad (43)$$

et que le système algébrique est explicite:

$$X_A^k = A^k (X_D^i, z, t) \quad (44)$$

$X_D^i$  et  $X_A^k$  représentent respectivement les variables différentielles et algébriques et sont fonction de  $z$  et  $t$ , soit:

$$X_D^i = X_D^i (z, t) = \{ p(z, t), i(z, t), \dot{m}(z, t) \}$$

$$X_A^k = X_A^k (z, t) = \{ \rho(z, t), T(z, t), \rho_g(z, t) \\ \text{etc....} \}$$



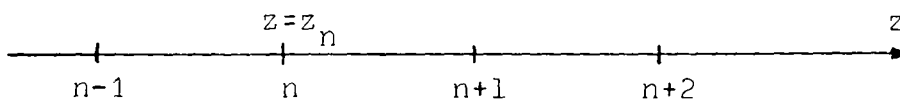
La résolution numérique est basée sur deux éléments:

- 1°) la discrétisation de l'espace
- 2°) l'intégration numérique du système différentiel

La discrétisation spatiale consiste à:

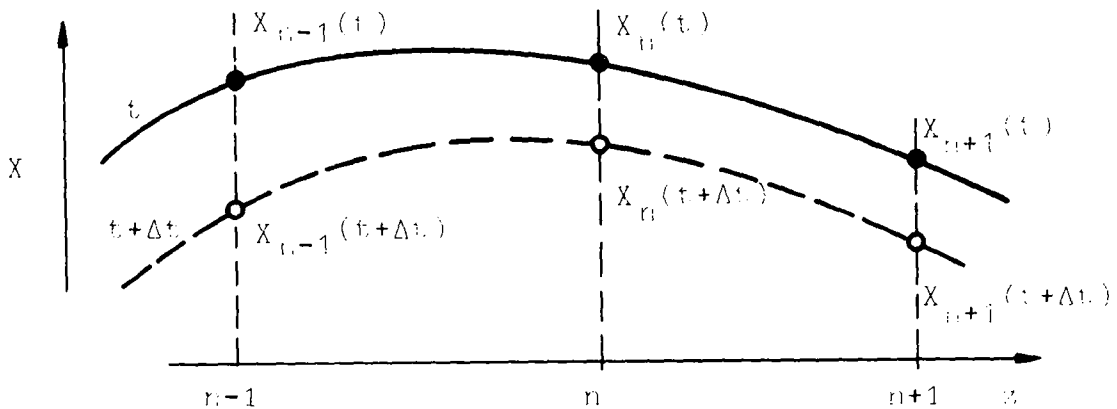
- a) remplacer l'espace continu  $z$  par une suite de points discrets  $z = z_n$  appelés et numérotés noeuds  $n$ :

$$z \rightarrow \{ z_n \}$$



- b) remplacer chaque fonction de l'espace  $X(z, t)$  par la suite des valeurs discrètes qu'elle prend aux noeuds:

$$X(z, t) \rightarrow \{ X_n(t) = X(z = z_n, t) \}$$



c) approximer les gradients spatiaux par des différences finies entre les valeurs discrètes des fonctions:

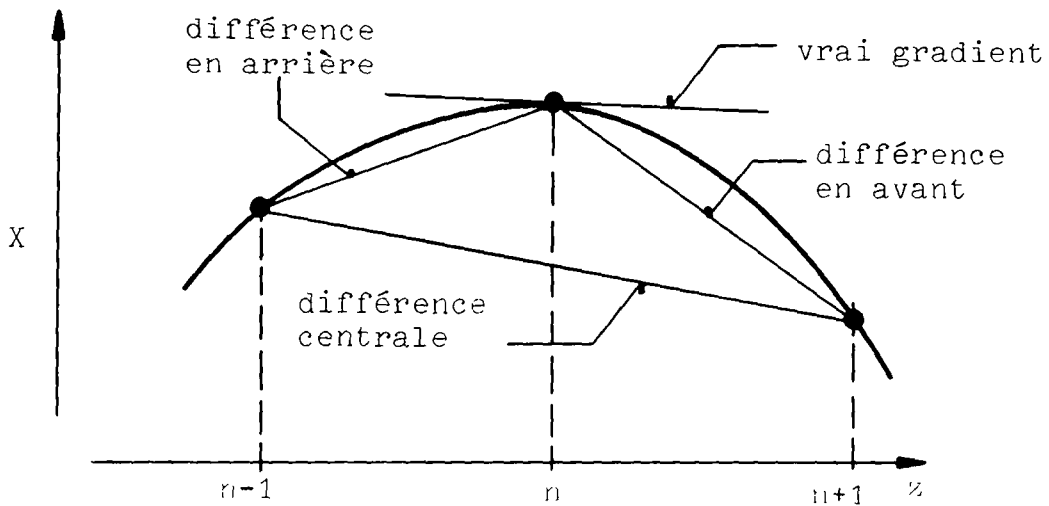
$$\frac{\partial}{\partial z} X(z, t) \approx \left\{ \frac{\partial}{\partial z} X(z, t) \right\}_{z=z_n} \approx \frac{\Delta X_n}{\Delta z_n}(t)$$

les différences finies peuvent être de trois types:

$$\frac{\Delta X_n}{\Delta z_n}(t) = \frac{X_n - X_{n-1}}{z_n - z_{n-1}} \quad \text{différence en arrière (93)}$$

$$\frac{\Delta X_n}{\Delta z_n}(t) = \frac{X_{n+1} - X_{n-1}}{z_{n+1} - z_{n-1}} \quad \text{différence centrale (94)}$$

$$\frac{\Delta X_n}{\Delta z_n}(t) = \frac{X_{n+1} - X_n}{z_{n+1} - z_n} \quad \text{différence en avant (95)}$$



Habituellement l'espace est discrétisé par des noeuds équidistants et l'on a, quel que soit n:

$$z_{n+1} - z_n = \Delta z$$

$\Delta z$  est appelé alors le pas de discrétisation spatiale.

Chaque équation différentielle (43) et chaque équation algébrique (44) est remplacée par une suite d'équations en chaque noeud et pour chaque variable discrète. Les variables différentielles discrètes devraient être notées maintenant

$$x_{D,n}^i(t)$$

où l'index  $i$  désigne le type de variable ( $p, i$  etc...)  
l'index  $D$  indique une variable différentielle  
l'index  $n$  désigne le noeud de l'espace discret

Pour simplifier l'écriture, on rassemble l'ensemble des variables différentielles discrètes dans un seul vecteur que l'on notera:

$$X_i(t)$$

et de même l'ensemble des variables algébriques discrètes seront rassemblées dans un vecteur noté

$$Y_k(t)$$

Les équations différentielles (43) et algébriques (44) sont à appliquer à chaque noeud  $n$  de l'espace. Comme les variables discrètes sont devenues des fonctions du temps seulement, les dérivées partielles **dans le temps** deviennent des dérivées ordinaires. Quant aux dérivées partielles dans l'espace (gradients), elles ont tout simplement disparu puisque remplacées par des différences finies des variables discrètes.

Ainsi le modèle mathématique prend la forme d'un système différentiel ordinaire:

$$\frac{d}{dt} X_i = D_i (X_j, Y_k, t) \quad (96)$$

couplé au système algébrique:

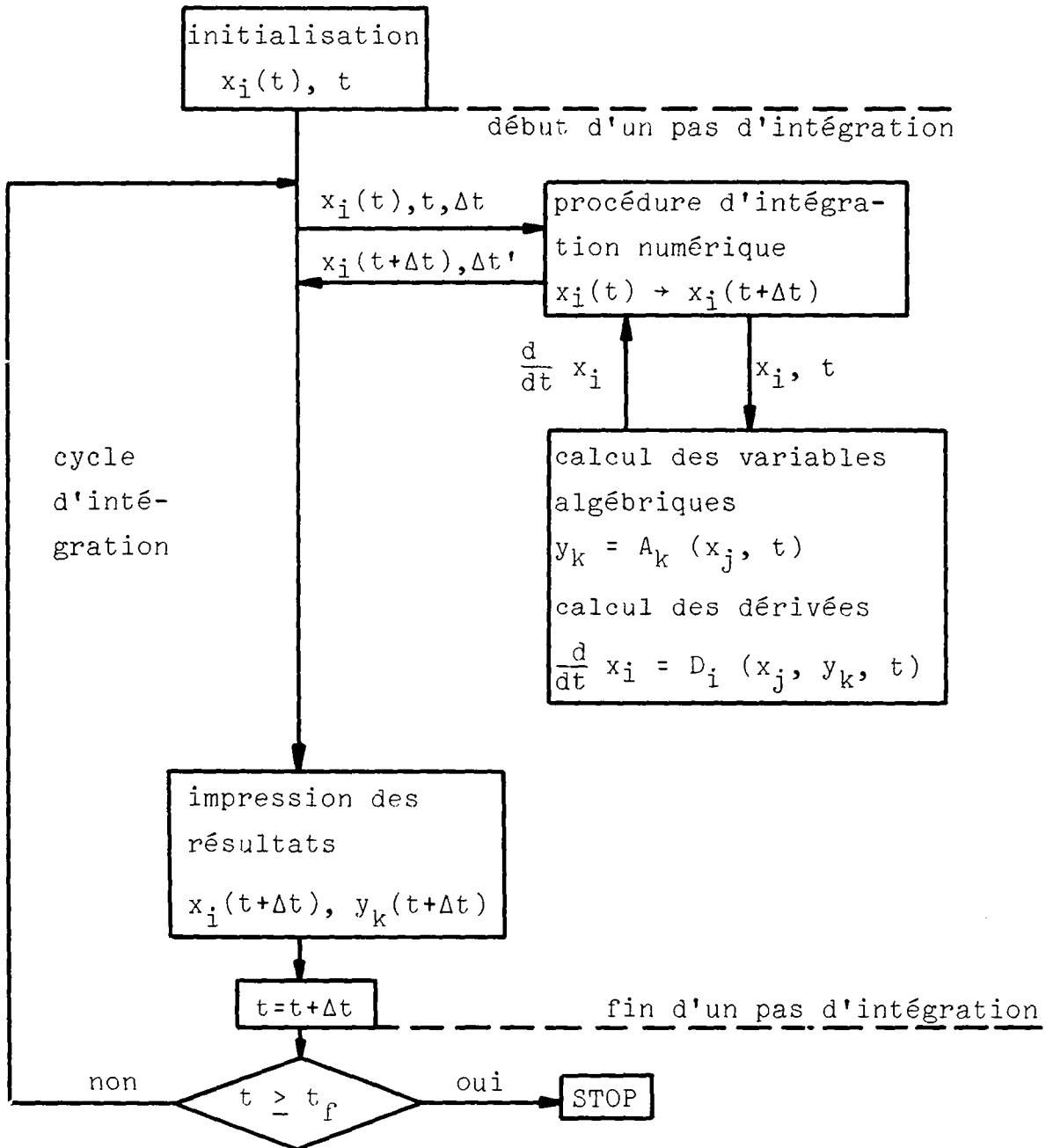
$$Y_k = A_k (X_j, t) \quad (97)$$

Le procédé numérique qui consiste à transformer un système aux dérivées partielles en un système aux dérivées ordinaires par discrétisation de l'une des variables indépendantes, ici l'espace, est désigné dans la littérature par méthode des lignes (lignes  $z = z_n$ ) ou méthode de semi-discrétisation, voir par ex. LAPIDUS et SEINFELD /55/ et LAMBERT /56/.

L'intégration numérique du système différentiel ordinaire (93) consiste à

a) connaissant un état initial des variables différentielles  $X_i$  au temps initial  $t = t_0$ , et bien sûr les

Fig. 12 Schéma de principe pour l'intégration numérique d'un système différentiel ordinaire



fonctions  $D_i$  et  $A_k$ , faire un pronostic sur l'état des variables un pas de temps  $\Delta t$  plus tard, soit au temps  $t_0 + \Delta t$ . Cette opération est appelée "faire un pas d'intégration".

- b) renouveler l'opération précédente en prenant le dernier état (calculé) du système et le dernier temps atteint comme conditions initiales (méthode à un pas).
- c) arrêter la procédure dès qu'un temps final choisi  $t_f$  est atteint.

Ces différentes opérations sont représentées schématiquement sur la fig. 12.

Le détail des équations sous forme discrétisée est donné dans l'appendice 1.

La méthode d'intégration numérique présente les caractéristiques suivantes:

- méthode à un pas
- algorithme implicite basé sur la règle du trapèze
- adaptation automatique du pas d'intégration

Elle est présentée dans l'appendice 2 .

### 3.4.2 Remarques sur le choix de la méthode de résolution numérique

---

La méthode présentée fait partie de la vaste catégorie des méthodes dites "aux différences finies". Le choix d'une méthode aux différences finies s'impose par la nature du problème: système différentiel fortement non-linéaire, ordre élevé du système, couplage entre hydrodynamique et transfert de chaleur. Parmi les méthodes de cette catégorie, celle choisie ici est caractérisée par:

- 1) la transformation des équations aux dérivées partielles en équations aux dérivées ordinaires (semi-discrétisation, obtenue en remplaçant les gradients spatiaux par des différences finies)
- 2) la mise sous forme explicite par rapport aux dérivées dans le temps du système différentiel (voir 3.2.1.7)
- 3) le recours à un algorithme implicite (règle du trapèze, appendice 2 formule (A2-5) pour l'intégration numérique du système différentiel.

C'est un choix qui s'écarte de la plupart des travaux publiés dans le domaine de l'hydrodynamique des milieux compressibles, une des méthodes les plus connues étant celle de LAX et WENDROFF /59/ (voir aussi AMES /60/, p. 216): elle consiste à résoudre directement le système d'équations aux dérivées partielles en discrétisant simultanément le temps et l'espace. De plus, les différences finies dans le temps et l'espace sont choisies en sorte que le système algébrique finalement obtenu soit explicite et qu'il ne soit ainsi pas nécessaire d'itérer pour résoudre. Le choix fait ici mérite donc quelques commentaires.

#### Transformation des dérivées partielles en dérivées ordinaires

En principe, la différence entre une discrétisation simultanée du temps et de l'espace d'une part et une semi-discrétisation conduisant à des dérivées ordinaires d'autre part est purement formelle. En effet, l'algorithme pour l'intégration numérique des équations semi-discrétisées implique aussi une discrétisation dans le temps et les deux façons de procéder conduisent finalement à un système algébrique du type (A2-4), dont les inconnues sont  $X_i^{t+\Delta t}$  et où toutes les dérivées du temps et de l'espace ont disparu (appendice 2, système (A2-4)).

Il est cependant curieux de constater que la littérature sur les systèmes différentiels aux dérivées partielles (par exemple: AMES /60/ et GOURLAY & MORRIS /61/) ne mentionne généralement pas la possibilité de se ramener à un système différentiel ordinaire, ce qui explique peut-être que cette dernière voie semble rarement suivie. Par contre, les ouvrages sur la résolution des systèmes différentiels



ordinaires en parlent (par exemple: LAPIDUS & SEINFELD/55, p. 230 et LAMBERT/56, p. 249). LAMBERT en particulier insiste sur l'étroite parenté des deux procédés et montre par exemple qu'appliquer la règle du trapèze au problème semi-discrétisé est équivalent à appliquer un schéma de CRANK-NICHOLSON aux dérivées partielles.

Ainsi, le choix entre la résolution directe des équations aux dérivées partielles et la transformation en équations différentielles ordinaires peut être considéré comme une question de goût. Nous voyons cependant deux avantages pratiques de la semi-discrétisation:

- 1<sup>o</sup>) on établit une distinction claire entre une opération très liée à la physique du problème et une opération que l'on peut considérer comme purement mathématique et numérique. La première opération est celle qui consiste à exprimer les dérivées dans le temps des variables différentielles du système à l'aide des différences finies dans l'espace. On constate (appendice 1) que l'écriture des différences finies ne peut pas être faite d'une manière purement mathématique et systématique sans tenir compte de la réalité physique (en particulier, choix entre des différences en avant, centrales ou en arrière). La deuxième opération est purement mathématique et consiste à faire le pronostic sur l'état des variables au temps  $t + \Delta t$ . Cette séparation entre les deux opérations permet d'introduire n'importe quel algorithme mathématique pour l'intégration numérique sans avoir à toucher aux équations différentielles elles-mêmes, c'est-à-dire à la

physique du système. Ceci permet en particulier de profiter d'une manière simple de progrès éventuels des numériciens dans le domaine de l'intégration des équations différentielles.

- 2<sup>0</sup>) Le générateur de vapeur conduit à un modèle contenant des équations aux dérivées partielles (hydrodynamique) et des équations différentielles ordinaires (température de paroi). Le fait de tout transformer en un système différentiel ordinaire permet le couplage des différents éléments du modèle. Cet argument prend encore plus d'importance lorsqu'il s'agit de simuler un circuit à vapeur complet, voire une centrale de puissance.

#### Equations explicites par rapport aux dérivées dans le temps

Deux avantages pratiques:

- 1<sup>0</sup>) n'importe quel sous-programme standard pour l'intégration numérique des équations différentielles ordinaires peut être utilisé immédiatement, car les sous-programmes standards sont conçus pour des systèmes différentiels sous forme canonique (dérivées dans le temps explicite et du 1er ordre).
- 2<sup>0</sup>) le système d'équation gagne en transparence parce qu'à chaque variable est attribuée une équation et non un groupe d'équations à un groupe de variables. Cela clarifie beaucoup soit l'introduction de simplifications, soit le couplage des différents éléments

d'un modèle, ceci en particulier dans la perspective de l'insertion du générateur de vapeur dans une simulation de cycle à vapeur complet.

### Algorithme implicite pour l'intégration numérique du système différentiel

Le choix de la méthode d'intégration numérique a été dicté par les deux caractéristiques suivantes du modèle:

- 1°) les variables du système différentiel ont des constantes de temps très différentes, ceci à cause du couplage entre la partie hydrodynamique et la partie thermique du modèle.
- 2°) un transitoire est généralement constitué de phases rapides où les variables à petites constantes de temps sont "excitées" et évoluent très vite et des phases lentes où le rythme d'évolution de l'ensemble des variables est déterminé par les variables à grandes constantes de temps. Souvent même, la phase rapide n'apparaît que durant un temps très court, juste après l'application d'une perturbation. Les variables rapides sont très vite amorties et il s'établit une phase lente beaucoup plus longue.

Ces caractéristiques font qu'il est important d'adapter le pas d'intégration  $\Delta t$  au rythme d'évolution des variables, c'est-à-dire que  $\Delta t$  doit être petit dans les phases rapides pour être en mesure de suivre avec précision le détail des évolutions rapides et  $\Delta t$  doit être grand dans

les phases lentes pour éviter des temps de calcul excessifs.

Or, seule une méthode implicite reste stable pour des grands pas d'intégration et permet cette adaptation. En effet, les méthodes explicites ne sont stables que pour les petits pas d'intégration déterminés par les plus petites constantes de temps du système, que les variables correspondantes soient ou ne soient pas "excitées". Pour un modèle hydrodynamique, le pas  $\Delta t$  maximum pour lequel une méthode explicite peut être stable est donné par une relation du type:

$$\Delta t_{\max} \approx \frac{\Delta z}{C} \quad (98)$$

où  $\Delta z$  est le pas de discrétisation spatiale et  $C$  est la plus grande des vitesses de propagation des perturbations, soit la vitesse du son dans le milieu eau-vapeur dans notre cas.

Une méthode implicite permet de s'affranchir de cette restriction très sévère grâce à des propriétés remarquables de stabilité qui peut même être inconditionnelle (A - stabilité des numériciens). Ces propriétés sont décrites tant dans la littérature sur la résolution des systèmes différentiels aux dérivées partielles (AMES/60/, p. 49 et 209, COURLAY et MORRIS/61/) que dans celle consacrée aux systèmes différentiels ordinaires (LAPIDUS et SEINFELD/55/, p. 275 - 280, LAMBERT/56/, p. 233, LINIGER et WILLOUGHBY/57/).

On remarque cependant que seuls les ouvrages sur les systèmes différentiels ordinaires traitent spécialement le cas des systèmes dont les constantes de temps sont très différentes (désignés par "stiff") et proposent des algo-

---

\* démontrée seulement pour les systèmes linéaires

rithmes implicites spécialement adaptés.

Le désavantage d'une méthode implicite est qu'un processus itératif avec jacobien et inversion du jacobien est nécessaire. Ceci augmente le coût d'un pas d'intégration et limite le nombre total d'équations différentielles qui peuvent être résolues simultanément aux environs de 120. Le coût plus élevé d'un pas d'intégration est cependant plus que compensé par le fait que grâce à un  $\Delta t$  plus grand, le nombre de pas à faire est considérablement diminué.

#### 3.4.3. Conditions aux limites

Un générateur de vapeur ne peut pas fonctionner isolément. En réalité il doit être couplé avec des circuits qui l'alimentent et évacuent les fluides primaires et secondaires, les grandeurs aux extrémités du générateur de vapeur étant déterminées par ce couplage. Il en résulte, pour la simulation numérique, que certaines grandeurs aux extrémités du générateur doivent être fixées par des conditions aux limites. Le remplacement du reste du circuit par des conditions aux limites est artificiel et comporte un certain degré de liberté. Pour un écoulement compressible dont la représentation mathématique comporte 3 équations différentielles (conservation de masse, énergie et quantité de mouvement) il faut 3 conditions aux limites. Ces conditions doivent être compatibles avec la réalité physique: par ex. une condition aux limites de température peut-être imposée à l'amont mais pas à l'aval de l'écoulement puisqu'une perturbation de température ne peut se déplacer par convection que dans le sens de l'écoulement (conduction dans le liquide négligée).

De plus il est commode de choisir des conditions aux limites qui, lorsqu'elles sont maintenues constantes, font tendre le système vers un régime stationnaire stable et unique: par ex. il serait en principe possible de fixer le débit à l'entrée et à la sortie, mais si ceux-ci sont maintenus constants et différents, le système va diverger vers un état physique absurde (pression négative ou infinie).

Pratiquement on a le choix entre les trois façons suivantes de fixer les conditions aux limites pour un écoulement compressible:

- 1) - pression d'entrée  
- température (ou enthalpie) d'entrée  
- pression de sortie
- 2) - débit d'entrée  
- température (ou enthalpie) d'entrée  
- pression de sortie
- 3) - pression d'entrée  
- température (ou enthalpie) d'entrée  
- débit de sortie

Finalement, c'est la deuxième façon de fixer les conditions aux limites qui a été retenue ici pour l'écoulement diphasique. Pour le fluide primaire on fixe la pression et le débit uniformes sur tout l'écoulement (incompressible) et la température à l'entrée.

Ce choix devrait faciliter au mieux une simulation couplée du générateur de vapeur et des circuits primaires et secon-

daires, les conditions aux limites utilisées pouvant être calculées assez directement à partir:

- des caractéristiques de fonctionnement des pompes d'alimentation (débit d'eau d'alimentation)
- d'un bilan thermique dans les préchauffeurs (température de l'eau d'alimentation)
- d'un bilan d'énergie et de masse dans les conduites de vapeur entre le générateur et la vanne d'admission à la turbine (pression de vapeur de sortie)
- des caractéristiques de fonctionnement des pompes du circuit primaire (débit et pression du fluide primaire)
- de la puissance thermique du réacteur ou de la chaudière (température d'entrée du fluide primaire)

Les transitoires étudiés par la suite et provoqués par des perturbations des conditions aux limites correspondent ainsi à des variations du régime de fonctionnement de ces composantes des circuits primaires et secondaires.

#### 4. Expériences numériques

Le présent chapitre est consacré à une comparaison des mérites et performances des modèles simplifiés par rapport au modèle de référence décrits dans le chap. 3. Cette comparaison est basée sur quelques considérations théoriques et surtout sur des expériences numériques qui ont pour buts:

- 1) de mettre en évidence et d'illustrer les effets de certaines simplifications du modèle de simulation d'un écoulement diphasique sur les réponses données par le modèle pour des transitoires types,
- 2) de confirmer ou de compléter des prédictions théoriques qui sont par nature limitées: le modèle mathématique étant constitué d'un grand nombre d'équations différentielles non-linéaires il ne peut être résolu analytiquement; il n'est donc pas possible d'examiner directement l'effet d'une modification du modèle sur une solution générale,
- 3) de tirer des indications pratiques qui permettent au dynamiqueur de sélectionner le modèle le mieux adapté à son problème. Il s'agit en particulier pour lui de savoir quelles simplifications lui permettront de gagner en temps de calcul, en rapidité de programmation ou en stabilité numérique tout en obtenant une précision suffisante sur les résultats.



L'accent étant mis sur l'influence du degré de simplification de l'hydrodynamique diphasique (modèles à 3, 2 et 1 équation différentielle), il a fallu examiner des perturbations très rapides des conditions aux limites afin de faire apparaître des différences de comportement. Comme il n'y a pas de mesures expérimentales à disposition pour des transitoires si rapides, il a fallu se contenter ici d'expériences purement numériques.

#### 4.1 Conditions générales des expériences numériques

##### 4.1.1 Modèles comparés

Du modèle mathématique décrivant le comportement dynamique de l'écoulement diphasique dans un générateur de vapeur on examine les quatre éléments suivants:

- 1) l'hydrodynamique diphasique
- 2) le glissement des vitesses des phases
- 3) le transfert de chaleur
- 4) la paroi

La table 17 résume les caractéristiques des variantes comparées (variantes de références et simplifiées).

Le programme de calcul ALEMBIC-4 a été utilisé pour les expériences numériques. Le programme contient sous une forme modulaire les éléments du modèle de référence et des modèles simplifiés donnés au chap. 3, ce qui permet de les combiner à volonté. Une description du programme est en préparation.

Table 17 Modèles comparés

Elément du modèle	Variantes comparées (ordre de simplification croissante)	selon chap.
Hydrodynamique diphasique	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 3 éq. diff/noeud (i, p, <math>\dot{m}</math>)</li> <li>• 2 éq. diff/noeud (i, p)</li> <li>• 1 éq. diff/noeud (i)</li> </ul>	{ 3.2.1.1 p. 50 3.2.1.7-B p.108 3.3.1.1 p.134 3.3.1.2 p.136
Glissement des vi- tesses des phases $s = v_g/v_l$	<ul style="list-style-type: none"> <li>• S selon Bankoff</li> <li>• S = 1 (pas de glissement)</li> </ul>	3.2.1.4-C p. 86 3.3.2 p.139
Transfert de chaleur avec la paroi	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 4 modes (DB, NB, FB, VC) *)  <math>X_{DNB}</math> variable</li> <li>• 2 modes (DB, NB)  <math>X_{DNB}</math> fixe</li> <li>• 1 mode (DB)</li> </ul>	3.2.1.4-B p. 65 3.3.3 p.140 3.3.3 p.140
paroi	<ul style="list-style-type: none"> <li>• avec "effet de peau"</li> <li>• sans "effet de peau"</li> </ul>	4.6.1 p.203 3.2.2.2 p.128
	<ul style="list-style-type: none"> <li>• avec inertie thermique</li> <li>• sans inertie thermique</li> </ul>	3.2.2.2 p.128 3.3.4 p.142

- \*) DB = Dittus-Boelter  
 NB = ébullition nucléée  
 FB = ébullition en film  
 VC = convection en vapeur sèche

valeurs numériques selon appendice 4

#### 4.1.2 Transitoires examinés

Les transitoires types examinés consistent en des variations sous forme de saut ou de rampe , positif ou négatif , des conditions aux limites\* suivantes:

fluide	variable	
	symbole	désignation
secondaire (diphasique)	$p_{2,s}$	pression de vapeur (sortie)
	$\dot{m}_{2,E}$	débit d'eau d'alimentation (entrée)
	$T_{2,E}$	température de l'eau d'alimentation (entrée)
primaire	$\dot{m}_1$	débit
	$T_{1,E}$	température d'entrée

#### Remarques:

- une seule condition aux limites est perturbée à la fois, les autres restant à la valeur de l'état stationnaire initial,
- en règle générale on examine d'abord des variations en forme de saut. Dans le cas où les réponses des différents modèles présentent des différences notables, on examine ensuite des variations en forme de rampe afin de déterminer à partir de quelle vitesse de variation des

---

\* significations voir 3.4.3 p.159

conditions aux limites les différences entre modèles disparaissent.

- Les perturbations des conditions aux limites  $p_{2,S}$  et  $\dot{m}_{2,E}$  correspondent à des transitoires de nature "hydrodynamique" ou "sonique" alors que les perturbations des autres variables correspondent à des transitoires de nature "thermique". Ces notions seront précisées encore dans la discussion des résultats.

#### 4.1.3 Caractéristiques du générateur de vapeur simulé

Le générateur de vapeur considéré pour ces expériences numériques correspond à un prototype étudié par la firme Atomic International (fig. 13) pour le projet américain LMFBR (centrale nucléaire électrogène avec réacteur à neutrons rapides dit "surrégénérateur", réf /68/).

Le fluide primaire est du sodium liquide circulant à contre courant et à l'extérieur d'un faisceau de tubes rectilignes. Les caractéristiques principales sont résumées dans la table 18. Seule la partie active du générateur de vapeur est simulée: les zones situées aux extrémités du faisceau de tubes qui comportent du sodium quasi-stagnant ne sont pas simulées car sans intérêt pour les objectifs des expériences numériques.

Les corrélations utilisées pour le transfert de chaleur sont basées sur des mesures expérimentales faites sur ce prototype: elles sont données dans l'appendice 4.

Les propriétés thermophysiques utilisées pour le sodium liquide sont données dans l'appendice 5.

Fig. 13 Le prototype de générateur de vapeur de la firme Atomic International

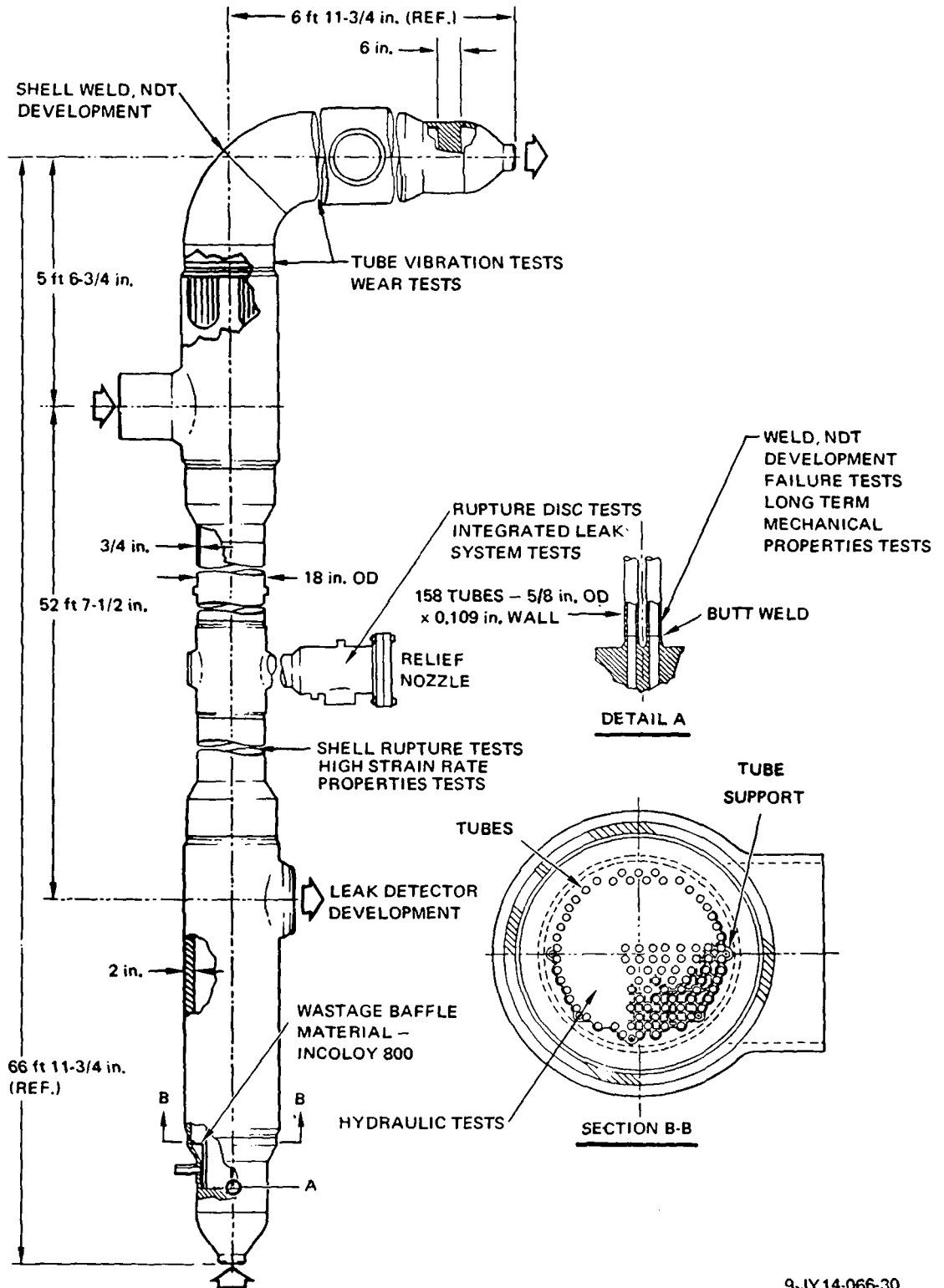


Figure V-64. Evaporator/Superheater Module

9-JY14-066-30

Table 18 Caractéristiques principales du générateur  
de vapeur considéré pour les essais numériques

<u>Géométrie</u>	
type: tubes cylindriques rectilignes verti- caux, circulation forcée à contre courant	
longueur active	16. m
diamètre intérieur des tubes	1.03378 cm
diamètre extérieur des tubes	1.5875 cm
nombre total de tubes	158
diamètre intérieur de la coque externe	0.42 m
masse (tubes, zone active)	2262 kg
<u>Conditions normales de fonctionnement</u>	
fluide primaire (sodium):	
pression	1.5 - 3. bar
débit	215.4 kg/s
température d'entrée	465.5 °C
température de sortie	363.0 °C
masse	1463 kg
fluide secondaire (H <sub>2</sub> O):	
pression de sortie	178.9 bar
débit	16.2 kg/s
température d'entrée	243.0 °C
température de sortie	384.3 °C
masse	80 kg
puissance thermique nominale	31.55 MW

#### 4.1.4 Etats stationnaires initiaux

Trois états stationnaires initiaux ont été utilisés pour les expériences numériques:

- 1) un état stationnaire standard avec surchauffe de la vapeur et une pression d'environ 180 bar (désigné par S),
- 2) un état stationnaire avec un faible titre de vapeur à la sortie  $X_S$  valant environ 0.16 et une pression inchangée de 180 bar (désigné par  $X_S = 0.16$ ). Le faible titre de vapeur est obtenu principalement par augmentation du débit d'eau d'alimentation et correspond aux conditions de fonctionnement d'un générateur à recirculation,
- 3) un état stationnaire avec un titre de vapeur à la sortie  $X_S$  valant 0.45 et une pression réduite à 40 bar (désigné par  $p = 40$  bar,  $X_S = 0.45$ ).

Le 2<sup>e</sup> état stationnaire ( $X_S = 0.16$ ) présente par rapport au 1<sup>er</sup> (S) un allongement de la zone où l'écoulement est vraiment diphasique, en particulier celle où le titre de vapeur est faible. Le 3<sup>e</sup> état stationnaire ( $p = 40$  bar,  $X_S = 0.45$ ) présente en plus une augmentation de la différence entre les densités des phases liquide et vapeur, ceci à cause de l'abaissement de la pression. Ces différences entre points stationnaires ont particulièrement été utilisées pour les expériences numériques destinées à montrer l'effet du glissement des vitesses des phases.

Les principales caractéristiques des 3 états stationnaires initiaux sont résumées dans la table 19.

Table 19 Etats stationnaires initiaux

Variables			Etats stationnaires		
			1 S	2 $X_S = 0.16$	3 $p = 40 \text{ bar}$ $X_S = 0.45$
<u>fluide secondaire (H<sub>2</sub>O):</u>					
* pression de sortie	$p_{2,S}$	[bar]	178.9	178.9	40.0
* débit	$\dot{m}_2$	[kg/s]	16.2	25.0	16.2
* température d'entrée	$T_{2,E}$	[°C]	243	350	200.
température de sortie	$T_{2,S}$	[°C]	424	356.6	251.3
titre vapeur sortie	$X_S$	[-]	surch.	0.16	0.45
temps de parcours sonique	$\Delta t_s$	[s]	0.041	0.061	0.18
<u>fluide primaire (Na liquide):</u>					
* pression	$p_1$	[bar]	5	5	5
* débit	$\dot{m}_1$	[kg/s]	215	350	215
* température d'entrée	$T_{1,E}$	[°C]	465.5	370	310
température de sortie	$T_{1,S}$	[°C]	350	359	252
puissance thermique:	$P_{th}$	[MW]	31.5	4.98	16.3

\* = conditions aux limites



Remarques:

- il y a une distinction à faire entre les états stationnaires physiques et les états stationnaires numériques. Les états stationnaires numériques sont des approximations aussi bonnes que possible des états stationnaires physiques: ils sont obtenus en laissant, par le calcul dynamique, le générateur de vapeur prendre un état d'équilibre, les conditions aux limites étant fixées (sans perturbations) aux valeurs prescrites,
- les coefficients de friction et de transfert de chaleur sont en général adaptés pour ajuster les pertes de charges et la puissance thermique transférée aux valeurs de dimensionnement ou d'expérience,
- différents modèles numériques, en particulier pour le glissement des vitesses et les modes de transfert de chaleur, peuvent conduire à des différences dans les états stationnaires numériques, même après avoir fait l'ajustement ci-dessus. Les différences dans les états stationnaires numériques apparaissent alors dans les profils spatiaux de certaines variables telles que vitesses, flux de chaleur, température, titre de vapeur etc.. Il n'est en général pas possible, surtout avec les modèles numériques simplifiés, d'ajuster à la fois les conditions aux extrémités et les profils spatiaux intérieurs,
- il y a donc plusieurs états stationnaires numériques pour chaque état stationnaire physique de la table 3. Les principaux sont illustrés sous forme de profils spatiaux dans l'appendice 6,

- la présente étude a nécessité le calcul de 14 états stationnaires initiaux numériques.

#### 4.1.5 Variables examinées

Pour la comparaison des réponses fournies par les différents modèles on a surtout examiné le comportement des variables standard de la table 20. Ces variables permettent de caractériser le comportement dynamique global du générateur. Les modèles simplifiés étant spécialement destinés à être appliqués pour la simulation de centrales complètes, on s'intéresse donc précisément à leurs performances vis-à-vis du comportement global. D'où le choix des variables standard. Leur nombre limité permet de plus de ne pas surcharger les illustrations.

Pour quelques cas représentatifs on a illustré le comportement de chacun des termes des équations de conservation. Comme les simplifications les plus importantes consistent à négliger certaines dérivées dans le temps, il était intéressant de se faire ainsi une meilleure idée de l'importance relative de ces différents termes. Cela permet de plus une meilleure distinction entre transitoires "hydrodynamiques" ou "soniques" et transitoires "thermiques". Les termes des équations de conservation et leur désignation dans les illustrations sont donnés dans la table 21.

Certaines informations complémentaires ont enfin été obtenues en illustrant pour quelques cas le comportement:

- des profils spatiaux de pression, débit et température
- de la masse de fluide diphasique ou de vapeur dans le générateur de vapeur.

Table 20      Variables examinées standard

fluide	symbole	désignation
secondaire	$\dot{m}_{2,S}$	débit de vapeur (sortie)
	$P_{2,E}$	pression d'entrée
	$T_{2,S}$	température de vapeur (sortie)
	$z_B$	début d'évaporation
	$z_S$	fin d'évaporation
	$x_S$	titre
primaire	$T_{1,S}$	température d'entrée

Table 21    Termes des équations de conservation

Conservation de masse (CM)

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} - \frac{1}{A} \frac{\partial \dot{m}}{\partial z} = 0 \quad \text{ou} \quad \underbrace{\frac{\partial \rho}{\partial p} \frac{\partial p}{\partial t}}_{\text{CM 1}} + \underbrace{\frac{\partial \rho}{\partial i} \frac{\partial i}{\partial t}}_{\text{CM 2}} - \underbrace{\frac{1}{A} \frac{\partial \dot{m}}{\partial z}}_{\text{CM 3}} = 0$$

Conservation d'énergie (CE)

$$\underbrace{\rho \frac{\partial i}{\partial t}}_{\text{CE 1}} - \underbrace{\frac{\partial p}{\partial t}}_{\text{CE 2}} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial z} (\rho v_{m1} i)}_{\text{CE 3}} - \underbrace{\frac{1}{A} \frac{\partial \dot{m}}{\partial z}}_{\text{CE 4}} - \underbrace{\dot{q}}_{\text{CE 4}} = 0$$

Conservation de quantité de mouvement (CQ)

$$\underbrace{\frac{\partial \dot{m}}{\partial t}}_{\text{CQ 1}} + \underbrace{A \frac{\partial}{\partial z} (\rho v_{m2}^2)}_{\text{CQ 2}} + \underbrace{A \frac{\partial p}{\partial z}}_{\text{CQ 3}} + \underbrace{A p g \cos \theta}_{\text{CQ 4}} + \underbrace{A \frac{\partial p_{fr}}{\partial z}}_{\text{CQ 5}} = 0$$

#### 4.2 Programme des expériences numériques

Une combinaison systématique des différents paramètres mentionnés ci-dessus à savoir:

- 3 modèles d'hydrodynamique diphasique
- 3 modèles de transfert de chaleur
- 2 modèles de glissement
- 3 modèles de paroi
- 5 conditions aux limites perturbables
- 3 formes de perturbation\*
- 3 états stationnaires initiaux

conduit à un nombre de cas possibles d'environ 2500. Et encore certains chiffres ci-dessus représentent-ils plutôt des valeurs minimales.

D'où la nécessité d'une certaine stratégie pour limiter le nombre de calculs et rendre les résultats "digestibles". La stratégie adoptée est basée sur les options suivantes:

- 1) l'effort principal est porté sur l'influence du modèle de l'hydrodynamique diphasique (influence du nombre d'équations différentielles résolues sans hypothèse de quasi-stationnarité). Ce choix a pour raisons principales que:
  - cet aspect du modèle est peu traité dans la littérature,
  - la réduction du nombre d'équations différentielles est toujours des plus favorables pour le temps de calcul.
- 2) l'influence de l'hydrodynamique diphasique est examinée pour des perturbations de chacune des conditions aux limites, mais en laissant fixes les autres paramètres du modèle (glissement, transfert de chaleur, etc..). En général, les perturbations sont des sauts et seul l'état

---

\* arbitraire, p. ex. 1 saut et 2 rampes

stationnaire initial standard est considéré. Pour un cas typique où les différences entre modèles sont bien marquées on examine des rampes et un deuxième état stationnaire,

- 3) les autres paramètres du modèle (glissement, transfert de chaleur, etc..) sont ensuite examinés en sorte de:
  - vérifier l'absence de leur influence sur les conclusions tirées des expériences numériques consacrées à l'hydrodynamique diphasique,
  - illustrer les effets principaux en se concentrant sur les transitoires et les états stationnaires initiaux où le maximum d'effet est à attendre: on se limite de plus à un transitoire "hydrodynamique" et à un transitoire "thermique",
- 4) d'une manière générale on utilise le fait que les effets des différents modèles sont relativement indépendants et se laissent examiner séparément.

La liste et les caractéristiques des expériences numériques finalement retenues sont données dans les tables 22a à 22e. Les figures illustrant les résultats des expériences numériques sont rassemblées dans l'annexe (volume 2).

Les expériences numériques de la table 22e sont consacrées à un paramètre supplémentaire qui n'a pas encore été mentionné: le pas de discrétisation spatiale  $\Delta z$ . Il s'agissait de vérifier que le pas choisi pour le reste des expériences numé-

riques était suffisamment petit pour ne pas fausser les résultats. Quant au pas d'intégration numérique  $\Delta t$  il est essentiellement déterminé par des critères de stabilité et de convergence numériques et il dépend ainsi beaucoup de la méthode d'intégration choisie. C'est un domaine très vaste qui ne sera pas abordé dans cette étude. Signalons seulement que le pas  $\Delta t$ , qui varie avec le modèle et le transitoire, a toujours été choisi en sorte non seulement de satisfaire les critères de stabilité numérique mais encore d'être assez petit pour qu'une réduction supplémentaire ne modifie pas les résultats. Des indications sur la grandeur possible du pas d'intégration seront données en relation avec la discussion des temps de calcul.

Table 22a      Expériences numériques sur l'influence  
de l'hydrodynamique diphasique


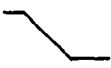
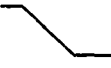







Expér. num. no.	Perturbation	Etat stat. init.	Paramètre varié du modèle
1	$p_{2,S}$ 	S	hydr. 2-ph, 1,2,3 éq. diff/n.
2	$p_{2,S}$ 	S	" "
3	$p_{2,S}$ 	S	" , $\frac{\partial p}{\partial t}$ dans 1 éq. diff/n.
4	$p_{2,S}$ 	S	" , 1.2.3 éq. diff/n.
5 5b	$p_{2,S}$ 	$X_S=0.16$	" "
6	$\dot{m}_{2,E}$ 	S	hydr. 2-ph, 1,2,3 éq. diff/n.
7	$\dot{m}_{2,E}$ 	S	" "
8	$T_{2,E}$ 	S	hydr. 2-ph, 1,2,3 éq. diff/n.
9	$\dot{m}_1$ 	S	hydr. 2-ph, 1,2,3 éq. diff/n.
10	$T_{1,E}$ 	S	hydr. 2-ph, 1,2,3 éq. diff/n.



Table 22b      Expériences numériques sur l'influence  
du glissement






Expér. num. no.	Perturbation	Etat stat. init.	Paramètre varié du modèle
11	$P_{2,S}$ 	S	hydr. 2-ph + S = 1 ou Bankoff
12	$P_{2,S}$ 	$X_s=0.16$	S = 1 ou Bankoff
13	$P_{2,S}$ 	p=40 bar $X_s=0.45$	"
14	$T_{1,E}$ 	S	S = 1 ou Bankoff
15	$T_{1,E}$ 	$X_s=0.16$	"

Table 22c      Expériences numériques sur l'influence  
du transfert de chaleur





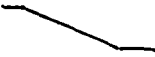
16	$P_{2,S}$ 	S	transf. chal $\begin{cases} \text{DB} \\ 2 \text{ modes, } X_{\text{DNB}} \text{ fixe} \\ 4 \text{ modes, } X_{\text{DNB}} \text{ var.} \end{cases}$
17	$\dot{m}_1$ 	S	transf. chal $\begin{cases} \text{DB} \\ 2 \text{ modes, } X_{\text{DNB}} \text{ fixe} \end{cases}$
18	$T_{1,E}$ 	S	trans. chal $\begin{cases} \text{DB} \\ 2 \text{ modes, } X_{\text{DNB}} \text{ fixe} \end{cases}$

Table 22d      Expériences numériques sur l'influence  
du modèle de la paroi

I.    effet thermique de peau

Expér. num. no.	Perturbation	Etat stat. init.	Paramètre varié du modèle
19	$P_{2,S}$ 	S	$\Delta \dot{Q}_{p2}$ flux de chaleur $p \rightarrow 2$
20	$P_{2,S}$ 	S	$\Delta \dot{Q}_{p2}$ flux de chaleur $p \rightarrow 2$

II.   effet de l'inertie thermique





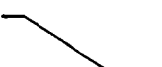

21	$P_{2,S}$ 	S	paroi $\begin{cases} \text{avec} \\ \text{sans} \end{cases}$ inertie
22	$\dot{m}_1$ 	S	paroi $\begin{cases} \text{avec} \\ \text{sans} \end{cases}$ inertie
23	$T_{1,E}$ 	S	paroi $\begin{cases} \text{avec} \\ \text{sans} \end{cases}$ inertie

Table 22e      Expériences numériques sur l'influence du  
pas de discrétisation spatiale

24	$P_{2,S}$ 	S	nombre de zones $\begin{cases} < 10 \\ < 20 \end{cases}$
25	$P_{2,S}$ 	S	nombre de zones $\begin{cases} < 10 \\ < 20 \end{cases}$
26	$T_{1,E}$ 	S	nombre de zones $\begin{cases} < 10 \\ < 20 \end{cases}$

### 4.3 Influence du modèle de l'hydrodynamique diphasique

#### 4.3.1 Aspects théoriques

L'écoulement dynamique d'un fluide compressible est caractérisé principalement par les deux propriétés physiques suivantes:

- 1) les perturbations de vitesse et de pression se propagent localement à la vitesse du son ( $\pm C$ ) par rapport à un référentiel se déplaçant à la vitesse du fluide ( $v$ ),
- 2) les perturbations de température se déplacent à la vitesse du fluide ( $v$ ).\*

Ces propriétés d'un écoulement compressible sont contenues dans les trois équations différentielles de conservation. Les équations de conservation de masse et de quantité de mouvement sont responsables ensemble des phénomènes soniques. Ce sont elles qui dans le cas particulier et simple où i) les frictions et l'échange de chaleur sont négligés et ii) les perturbations sont de faible amplitude (température  $\simeq$  constante et uniforme) conduisent à l'équation d'onde linéaire. L'équation de conservation d'énergie est responsable elle de la propagation à la vitesse du fluide des perturbations de température (ou enthalpie, ou entropie, etc...).

Notons en passant qu'il est remarquable que bien que l'ensemble des 3 équations de conservation soit dans le cas général beaucoup plus complexe que l'équation d'onde, la vitesse locale de propagation des perturbations est tou-

---

\*sauf les perturbations de température associées par effet adiabatique à une onde de pression

jours la vitesse locale du son par rapport au mouvement du fluide ( $v \pm c$ ) pour les variables  $v$  (ou  $\dot{m}$ ) et  $p$  et la vitesse du fluide ( $v$ ) pour la variable  $T$  (ou  $i$ ) (voir SHAPIRO /18/).

Ces propriétés restent valables dans le cas de l'écoulement diphasique puisque la forme des équations de conservation ne se distingue pas de celle d'un écoulement monophasique, le caractère diphasique de l'écoulement n'apparaissant qu'indirectement dans les équations d'état.

De ces quelques généralités découle l'essentiel des différences que l'on peut attendre entre les trois modèles d'hydrodynamique examinés, à savoir:

1. Seul le modèle où les 3 équations de conservation sont traitées intégralement (modèle à 3 eq. diff./noeud) peut rendre compte à la fois des perturbations "soniques" (ou "hydrodynamiques") et des perturbations "thermiques".
2. Les modèles simplifiés consistent précisément à négliger les perturbations soniques, c.à.d. les variations dans le temps des variables débit ( $\partial m / \partial t = 0$ ) et pression ( $\partial p / \partial t = 0$ ). On peut donc attendre des réponses inexactes de ces modèles dès que des perturbations non quasi-stationnaires des "variables soniques" sont en jeu.
3. Réciproquement les modèles simplifiés ne doivent pas présenter de différences dans les résultats pour des perturbations des variables thermiques ou des perturbations quasi-stationnaires des variables soniques. Seule

une différence de temps de calcul au profit des modèles simplifiés doit apparaître: cet aspect sera discuté séparément en 4.8.

4. Une perturbation de pression est toujours associée à une perturbation de vitesse (ou débit) et réciproquement: négliger l'une des perturbations seulement (par ex. modèle à 2 éq. diff./noeud) suffit déjà pour fausser les phénomènes soniques, quelle que soit la condition aux limites perturbées ( $p$  ou  $\dot{m}$ ). Ainsi les mêmes limites de validité doivent s'appliquer aux deux modèles simplifiés, c'est-à-dire que des différences de l'un et de l'autre modèle simplifié apparaîtront par rapport au modèle complet pour les mêmes types de transitoire. Les écarts de chacun des modèles simplifiés peuvent par contre ne pas être identiques.

Les erreurs que peuvent entraîner les modèles simplifiés ne peuvent être évaluées théoriquement dans le cas général non-linéaire faute de solutions analytiques. Seule l'expérimentation numérique va livrer des renseignements. On peut par contre évaluer les limites de validité des modèles simplifiés en précisant la notion de perturbation quasi-stationnaire des variables soniques de la manière suivante:

une perturbation de pression ou de débit est quasi-stationnaire si l'amplitude de sa variation pendant le temps nécessaire à sa propagation dans tout l'écoulement est négligeable par rapport aux valeurs de l'état hydrodynamique stationnaire (plus précisément par rapport aux valeurs stationnaires de la chute de pression totale et du débit).

Appliquée successivement à des perturbations des conditions aux limites de pression  $dp_{CL} / dt$  et de débit  $\dot{m}_{CL} / dt$  cette définition conduit aux conditions:

$$dp_{CL} / dt \cdot \Delta t_s \ll \Delta p_{stat} \quad (99)$$

$$\dot{m}_{CL} / dt \cdot \Delta t_s \ll \dot{m}_{stat} \quad (100)$$

avec:

$$dp_{CL} / dt = \text{taux de variation de la perturbation de pression}$$

$$\dot{m}_{CL} / dt = \text{taux de variation de la perturbation de débit}$$

$$\Delta t_s = \text{temps de propagation sonore le long de tout l'écoulement}$$

$$= \int_0^L \frac{1}{v_{son}} dz$$

$$\Delta p_{stat} = \text{différence de pression stationnaire totale sur tout l'écoulement}$$

$$\dot{m}_{stat} = \text{débit stationnaire}$$

Les expériences numériques étant faites avec des perturbations en forme de rampe d'amplitude  $\Delta p_{CL}$  ou  $\dot{\Delta m}_{CL}$  et

de durée  $\Delta t_R$ , les taux de variation des perturbations s'écrivent:

$$dp_{CL} / dt = \frac{\Delta p_{CL}}{\Delta t_R}$$

$$\dot{m}_{CL} / dt = \frac{\dot{\Delta m}_{CL}}{\Delta t_R}$$

en introduisant dans (99) et (100) et en arrangeant par rapport à  $\Delta t_R$  il vient:

$$\Delta t_R \gg \frac{\Delta p_{CL}}{\Delta p_{stat}} \cdot \Delta t_s \quad (101)$$

$$\Delta t_R \gg \frac{\dot{\Delta m}_{CL}}{\dot{m}_{stat}} \cdot \Delta t_s \quad (102)$$

Les inégalités (101) et (102) donnent un critère pour déterminer la durée des rampes de pression ou de débit d'amplitude totale donnée pour lesquelles les perturbations restent quasi-stationnaires et les modèles simplifiés valables. Quantitativement l'expérience montre que le signe  $\gg$  est à comprendre comme environ 5 fois plus grand.

#### Temps de parcours sonique

La vitesse locale du son  $c$  est donnée par:

$$c^2 = \left( \frac{\partial p}{\partial \rho} \right)_{i=cte} \longrightarrow c = \left( \frac{\partial p}{\partial \rho} \right)_{i=cte}^{-1/2} = D_{\rho p}^{-1/2}$$

$D_{pp} = \frac{\partial p}{\partial p} \Big|_{i=cte}$  est une fonction auxiliaire de  $p$  et  $i$  introduite par commodité (3.2.1.7-B, Table 8) qui se déduit des tables de vapeur (approximation numérique dans l'appendice 3).

En calculant le temps de parcours sonique de chaque zone sur la base de la vitesse locale du son et en additionnant on trouve:

Etat stationnaire initial	temps de parcours sonique total $\Delta t_s$	
standard	0.041	[s]
$X_s = 0.16$	0.061	[s]
$p = 40 \text{ bar}, X_s = 0.45$	0.18	[s]

#### 4.3.2 Expériences numériques 1 à 10

Les caractéristiques des expériences numériques et les figures associées mentionnées dans ce chapitre sont rassemblées dans l'annexe (volume 2).

##### 4.3.2.1 Variation de la pression de sortie de la vapeur

###### Expérience numérique no. 1

Avec une variation instantanée de la pression de vapeur de -8.9 bar ( $\Delta p_{stat}$  vaut  $\sim 2.3$  bar) on a une perturbation sonique typique.



La figure 1 montre que:

- des différences de comportement des trois modèles apparaissent au début du transitoire jusque vers 0.12 s soit environ  $3 \times$  le temps de parcours sonore (le temps de parcours sonore pour l'état stationnaire standard vaut environ  $\Delta t_s = 0.041$  s),
- ces différences affectent surtout les variables débit ( $\dot{m}_{2,S}$ ) et pression ( $p_{2,E}$ ) dont l'évolution des profils spatiaux est détaillée dans la fig. 1b,
- seul le modèle hydrodynamique à 3 éq. diff./noeud rend compte correctement i) du retard  $\Delta t_s$  avec lequel la pression d'entrée  $p_{2,E}$  suit la baisse de la pression de sortie et ii) d'une augmentation brusque, mais limitée par l'inertie, du débit de vapeur,
- avec le modèle à 2 éq. diff./noeud le débit de vapeur fait un saut dont l'amplitude au départ n'est en fait limitée que par des raisons numériques ( $\Delta z$  fini  $\rightarrow$  gradient local de pression fini) et la pression d'entrée décroît sans retard sonore,
- avec le modèle à 1 éq. diff./noeud la brusque augmentation de débit disparaît et la pression d'entrée prend instantanément sa nouvelle valeur d'équilibre,
- un faible transitoire thermique suit le transitoire hydrodynamique; il est dû au fait que la température de saturation varie légèrement avec la pression ce qui modifie les profils de température et les points de début et de fin d'évaporation,
- les trois modèles ne présentent pratiquement pas de différences sur la partie thermique du transitoire.

Les figures 2a, 2b et 2c montrent:

- l'importance prépondérante des termes  $\partial p / \partial t$  et  $\partial \dot{m} / \partial t$  par rapport aux autres termes des équations de conservation pour un transitoire fortement hydrodynamique (à comparer avec les figures correspondantes 13a, 13b et 13c d'un transitoire thermique, expér. num. no 10).

Cette prépondérance disparaît après environ 0.15s, soit 3 à 4 fois le temps de parcours sonique.

#### Expérience numérique no. 2

Avec un temps de parcours sonique de  $\Delta t_s \simeq 0.041$  s, une chute totale de pression de 2.3 bar et une amplitude de la perturbation de 8.9 bar la condition de quasi-stationnarité (101) devient:

$$\Delta t_R \gg 0.16 \text{ s}$$

On examine ici des rampes de 0.1 et 0.5 seconde.

La figure 3 montre:

- le rapprochement progressif des résultats des trois modèles lorsque la durée de la rampe augmente,
- que pour  $\Delta t_R = 0.5$  s il y a pratiquement identité des trois modèles, ce qui confirme le critère (101),
- des sauts du débit de vapeur et de la pression d'entrée apparaissent au début et à la fin de la rampe dans le modèle à 1 éq. diff./noeud. Cet effet est discuté ci-dessous avec l'expérience no. 3.

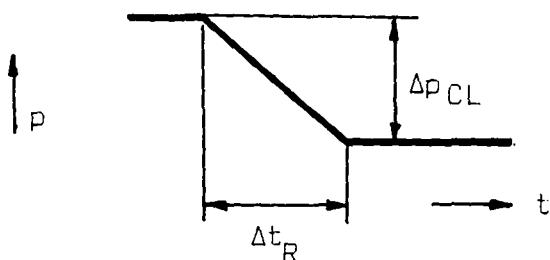
Les figures 4a, 4b et 4c montrent:

- que les termes en  $\dot{m}/\partial t$  et en  $\partial p/\partial t$  des équations de conservation ont déjà sensiblement diminué d'importance pour une durée de la rampe de 0.1 s et qu'ils disparaissent complètement dans un délai correspondant à environ trois fois le temps de parcours sonore après la fin de la perturbation.

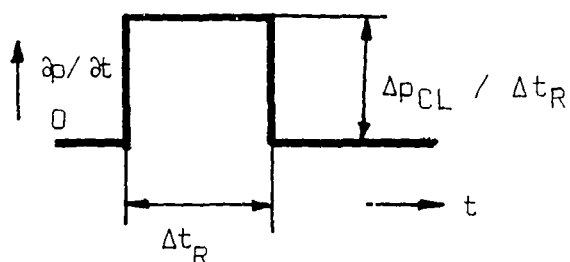
### Expérience numérique no. 3 (fig. 5)

Dans l'expérience no. 2, les résultats du modèle à 1 équation différentielle ont été obtenus en ré-introduisant un terme  $\partial p/\partial t$  dans l'équation de conservation de masse par une condition aux limites supplémentaire déterminée comme suit:

cond. aux limites pour p:



cond. aux limites pour  $\partial p/\partial t$ :



Dans l'expérience no. 3 (fig. 5) on examine l'effet de ce terme  $\partial p/\partial t$  dans l'équation de conservation de masse. Le cas 1 correspond à une valeur de  $\partial p/\partial t$  uniforme dans tout le tube et déterminée selon le schéma ci-dessus. Le cas 4 correspond à négliger complètement ce terme. On constate entre ces deux cas extrêmes que:

- négliger  $\partial p/\partial t$  fait disparaître la brusque augmentation du débit de vapeur provoquée par la baisse de pression;

ceci résulte de ce que la masse n'est plus conservée (cette question sera examinée plus en détail avec les expériences no. 5 et 5b),

- tenir compte de  $\partial p / \partial t$  améliore le comportement global du débit de vapeur mais introduit des perturbations numériques au début et à la fin de la perturbation de pression sur le comportement du débit de vapeur et de la pression d'entrée. Ces perturbations numériques sont dues aux faits que 1<sup>o</sup>) la variation de  $\partial p / \partial t$  est introduite instantanément et uniformément dans tout le tube, sans tenir compte du temps de propagation et que 2<sup>o</sup>) la résolution du système algébrique implicite des équations en  $p$  et  $\dot{m}$  se fait en rendant le système numériquement explicite par utilisation de valeurs des variables prises à l'itération précédente du processus d'intégration numérique des équations différentielles (3.3.1.2, p. 138) et cette astuce supporte mal des perturbations en créneau des conditions aux limites.

Les cas 2 et 3 de la fig. 5 sont une tentative de "bricolage" numérique qui consiste à "arrondir les angles" de la fonction du temps en créneau utilisée pour  $\partial p / \partial t$  pour essayer de faire disparaître les irrégularités du comportement des variables  $p_{2,E}$  et  $\dot{m}_{2,S}$ .

#### Expérience numérique no. 4 (fig. 6)

Cette expérience est analogue à l'expérience no. 2, les baisses de pression étant remplacées par des hausses. Les résultats confirment ceux de l'expérience no. 2. L'application du critère (101, p. 183) n'est pas modifiée.

Expérience numérique no. 5 (fig. 7 et 7a)

Cette expérience complète l'expérience no. 1 en examinant le même saut négatif de la pression de vapeur dans le cas de l'état initial stationnaire  $X_s = 0.16$ .

La fig. 7 conduit aux mêmes constatations que pour l'expérience no. 1. De plus l'allongement de la phase hydrodynamique du transitoire correspond bien à l'augmentation théorique du temps de propagation sonique qui passe de 0.041s pour l'état stationnaire standard à 0.061 s pour le cas  $X_s = 0.16$ .

La fig. 7a permet d'examiner de plus près la question du bilan de masse en montrant le comportement du débit de la vapeur saturée seule, de la masse totale de fluide, de la masse de vapeur et de l'intégrale dans le temps de l'écart du débit total de sortie. On constate que:

- La masse totale de fluide ou de vapeur est la même pour tous les modèles dans les états stationnaires initiaux et finaux, ce qui est normal puisque ces modèles sont identiques en régime stationnaire ,
- la variation de la masse totale de fluide  $\Delta M$  correspond bien à l'intégrale de l'écart du débit total liquide + vapeur à la sortie pour les modèles à 3 et 2 équations différentielles mais pas pour le modèle à 1 équation différentielle pour lequel la conservation de masse n'est pas respectée ( $\partial p / \partial t$  négligé dans l'équation de conservation de masse et ne peut être introduit comme conditions aux limites dans le cas d'un saut de pression car  $\partial p / \partial t = \infty$ ),

- le transitoire hydrodynamique dure environ 0.2 s soit environ 3 - 4 fois le temps de parcours sonique de 0.061 s. Le transitoire thermique qui suit est dû à l'abaissement de la température de saturation et à l'abaissement correspondant de la température des tubes: les différences entre modèles apparaissent seulement sur la partie hydrodynamique du transitoire. L'erreur sur le bilan de masse, soit sur le terme

$$\int_0^t \Delta \dot{m}(\tau) d\tau$$

accumulée pendant la partie hydrodynamique du transitoire reste naturellement présente pendant le transitoire thermique.

Expérience numérique no. 5b (fig. 7b et 7b1 à 7b4)

On répète l'expérience no. 5 en remplaçant le saut de pression par une rampe de même amplitude et d'une durée de 0.5 s. Ceci permet d'introduire  $\partial p / \partial t$  comme condition aux limites dans le modèle à 1 équation différentielle.

La fig. 7b donne les mêmes variables que la fig. 7a (saut): aux constatations faites pour la figure 7a on peut ajouter que la prise en compte du terme  $\partial p / \partial t$  dans l'équation de conservation de la masse permet de rétablir le bilan de masse totale soit:

$$\Delta M = \int_0^t \Delta \dot{m}(\tau) d\tau$$

ceci au prix de certaines perturbations numériques en début et fin de perturbation.

Les fig. 7b1 et 7b2 donnent un agrandissement du comportement du débit total  $\dot{m}_{2,s}$  et du débit de vapeur saturée  $\dot{m}_{2,S} = X_s$  de la fig. 7b.

Les fig. 7b3 et 7b4 donnent un agrandissement de ces mêmes variables sur 10 s, soit sur la partie thermique du transitoire.

On constate un bon accord du comportement dynamique global, en particulier de l'intégrale de ces débits pour tous les modèles sauf celui où  $\partial p / \partial t$  est négligé dans l'équation de conservation de masse. Si on regarde le détail du comportement dynamique au début et à la fin de la perturbation ( $t = 0$  s et  $t = 0.5$  s) on vérifie que:

- le modèle à 2 éq. différentielles a tendance à "lisser" les résultats du modèle de référence,
- les modèles à 1 éq. différentielle suppriment les retards soniques.

#### 4.3.2.2 Variation du débit d'eau d'alimentation

Une perturbation du débit constitue une perturbation mixte sonique et thermique: sonique à cause de l'impulsion qui lui est liée et thermique à cause de la modification du bilan d'énergie.

##### Expérience no. 6 (fig. 8)

Les réponses à un saut négatif de 100% à 50% montrent que:

- les différences entre les modèles apparaissent dans la première partie du transitoire où les perturbations soniques n'ont pas encore disparues. Durée: environ trois fois le temps de parcours sonique  $\Delta t_s = 0.041 \text{ s}$ ,
- qu'aucune différence observable n'apparaît dans le comportement des températures et des points de début et de fin d'évaporation,
- qu'à l'échelle de l'ensemble du transitoire les différences sur le comportement du débit de vapeur et de la pression d'entrée sont relativement faibles.

##### Expérience no. 7 (fig. 9)

Le saut positif de 100 à 120% confirme les résultats de l'expérience précédente et les mêmes remarques s'appliquent.



Signalons que les légères différences entre les trois modèles sur les valeurs initiales et finales de la pression d'entrée ont des causes purement numériques sans effet sur le comportement dynamique.

#### 4.3.2.3 Variation de la température de l'eau d'alimentation

##### Expérience numérique no. 8 (fig. 10)

Le saut négatif de la température d'entrée considéré dans cette expérience constitue un exemple typique de perturbation thermique. Les résultats montrent qu'aucune différence entre les modèles n'est observable et confirment ainsi les prévisions théoriques. On peut remarquer au passage le comportement fortement non linéaire de la température de sortie de la vapeur ( $T_{2,s}$ ) qui augmente d'abord avant de baisser.

Cette hausse momentanée s'explique comme suit: l'abaissement de la température de l'eau d'alimentation va provoquer un refroidissement de l'ensemble du générateur de vapeur, donc une augmentation du volume de liquide au détriment du volume de vapeur et finalement une augmentation de la masse totale de fluide diphasique. Comme le débit d'entrée est constant (par condition aux limites), cet accroissement de masse ne peut se faire que par une diminution momentanée du débit de vapeur de sortie. Par le jeu des différentes constantes de temps cette diminution du débit apparaît avant que la température des tubes à la sortie du fluide diphasique n'ait pu baisser. Ainsi momentanément, à la sortie du générateur, il coule moins de vapeur au contact de tubes encore chauds; le bilan thermique y est momentanément déséquilibré dans le sens d'un échauffement de la vapeur de sortie.

#### 4.3.2.4 Variation du débit du fluide primaire

Une variation du débit primaire modifie instantanément le flux d'énergie transportée en chaque point du fluide secondaire. Ceci se traduit par une variation du flux de chaleur transféré à travers les tubes et une perturbation thermique correspondante du fluide secondaire.

Expérience no. 9 (fig. 11)

Les résultats confirment la validité des modèles simplifiés pour une perturbation thermique: on ne constate en effet pratiquement pas de différence.

#### 4.3.2.5 Variation de la température d'entrée du fluide primaire

Une telle perturbation se propage d'abord avec la vitesse du fluide primaire le long des tubes et transmet progressivement au fluide secondaire une perturbation thermique qui ne peut être ainsi que moins violente que celle impliquée par une variation du débit du fluide primaire

Expérience numérique no. 10

fig. 12 et 12 b:

On ne constate aucune différence observable entre les modèles.

fig. 13a, 13b et 13c:

le comportement des termes des équations de conservation montre que les termes en  $\partial p / \partial t$  et  $\partial m / \partial t$  sont absolument négligeables en regard des autres termes dans le cas d'un transitoire thermique. La comparaison avec les figures 2a, 2b et 2c montre bien la différence sur ce point entre transitoire hydrodynamique et thermique.

#### 4.4 Influence du modèle de glissement

##### 4.4.1 Aspects théoriques

Si l'on examine les équations de conservation (voir table 21) on s'aperçoit que le coefficient de glissement des vitesses des phases n'apparaît que très indirectement à travers les vitesses moyennes  $v_{m1}$  et  $v_{m2}^{(1)}$  et les termes de friction  $\partial p_{fr}/\partial z$  et de source de chaleur  $\dot{q}$  parce qu'ils dépendent du nombre de Reynold qui à son tour dépend des vitesses des phases<sup>(2)</sup>. Cette dépendance très indirecte ne modifie ni la nature des termes concernés, ni par conséquent les caractéristiques dynamiques des équations de conservation. Une modification du coefficient de glissement peut donc introduire de légères différences dans les états stationnaires initiaux et finaux, mais ne doit pas affecter d'une manière sensible le comportement dynamique lui-même.

##### Remarque:

La validité de ces considérations est strictement limitée au cas examiné ici, à savoir celui d'un modèle hydrodynamique où le glissement des vitesses des phases est exprimé au moyen d'un coefficient fonction de l'état instantané de l'écoulement et où une seule équation globale de conservation de la quantité de mouvement est appliquée à l'ensemble des phases liquide et vapeur.

---

(1) définitions dans 3.2.1.1, table 4, p. 51

(2) Re diphasique défini dans 3.2.1.4-A, expression (37) p. 63

Un modèle plus complexe comportant une équation de conservation de la quantité de mouvement séparée pour chacune des phases et des termes d'échange de quantité de mouvement entre les phases pourrait présenter un comportement différent surtout vis-à-vis de perturbations hydrodynamiques fortes. Comme vu précédemment (voir 3.2.1.1, p.52-53) les bases théoriques et expérimentales manquent encore pour appliquer un tel modèle.

#### 4.4.2 Expériences numériques no. 11 à 15

Les caractéristiques des expériences numériques et les figures illustrant les résultats sont rassemblés dans l'annexe (volume 2).

##### 4.4.2.1 Perturbation de la pression de vapeur de sortie

##### Expérience numérique no. 11 (fig. 14)

On répète ici le saut négatif de -8.9 bar de l'expérience no. 1 en supprimant le glissement des vitesses et ce pour les trois modèles hydrodynamiques. On constate que la suppression du glissement ne modifie aucun résultat. Les conclusions tirées sur les trois modèles hydrodynamiques ne sont donc pas influencées par le coefficient de glissement.

Expérience numérique no. 12 (fig. 15)

et

Expérience numérique no. 13 (fig. 16)

On répète ici le saut négatif de la pression de sortie pour les états stationnaires initiaux  $X_s = 0.16$  /  $p = 40$  bar et  $X_s = 0.45$  respectivement, les calculs étant faits avec le modèle hydrodynamique à 3 éq. diff./noeud en prenant soit 1 soit la relation de Bankoff pour le coefficient de glissement.

Seules des différences légères apparaissent avec l'expérience no. 13 (fig. 16). Ceci peut s'expliquer par le fait qu'à 40 bar le rapport des densités et des vitesses des phases liquide et vapeur est beaucoup plus grand qu'à 180 bar:

$p$	$\rho_g / \rho_l$	$s = v_g / v_l$
180 bar	1/4	1.3
40 bar	1/40	3.8

Les valeurs du glissement sont données ici selon Bankoff pour un titre de vapeur d'environ 0.45.

On constate un allongement de la phase hydrodynamique du transitoire correspondant à l'allongement du temps de parcours sonore  $\Delta t_s$  qui passe de 0.041 s (cas standard) successivement à 0.061 s (cas  $X_s = 0.16$ ) et 0.18 s (cas  $p = 40$  bar,  $X_s = 0.45$ ). Les perturbations soniques sont chaque fois amorties après environ 3 fois le temps de parcours sonore.

#### 4.4.2.2 Perturbation de la température d'entrée du fluide primaire

Expérience numérique no. 14 (fig. 17)

et

Expérience numérique no. 15 (fig. 18)

On constate que le modèle de glissement est sans influence sur les réponses à une perturbation de la température d'entrée du fluide primaire, tant pour l'état stationnaire standard que pour l'état stationnaire  $x_S = 0.16$ .

2) une simulation précise du transfert de chaleur se heurte à deux difficultés principales:

- i) le manque de corrélations expérimentales à validité étendue (chap. 3.2.1.4-B)
- ii) la complexité numérique qu'entraîne la représentation d'un profil spatial de transfert de chaleur très irrégulier et la nécessité de connaître la température de surface des tubes pour certaines corrélations. Cette complexité numérique est défavorable du point de vue temps de calcul et stabilité numérique.

D'où un double intérêt d'examiner les performances d'un modèle très simple du type Dittus-Boelter dans tout le tube.

#### 4.5.2 Expériences numériques no. 16 à 18

La liste des expériences numériques et de leurs caractéristiques et les figures associées sont rassemblées dans l'annexe (volume 2).

##### 4.5.2.1 Perturbation de la pression de vapeur de sortie

Expérience numérique no. 16 (fig. 19)

On constate que:

#### 4.5 Influence du modèle de transfert de chaleur

##### 4.5.1 Aspects théoriques

Le transfert de chaleur apparaît indirectement dans l'équation de conservation d'énergie à travers le terme source de chaleur  $\dot{q}$  (voir table 3, p. 50). Le caractère dynamique du modèle hydrodynamique n'est donc pas directement influencé par le modèle de transfert de chaleur. Celui-ci peut par contre influencer fortement les états thermiques stationnaires initiaux et finaux (voir en appendice 6 les profils stationnaires correspondants aux différents modèles de transfert de chaleur) ce qui se répercute évidemment sur le comportement transitoire.

En résumé: le modèle de transfert de chaleur ne doit pas affecter les transitoires soniques mais peut modifier les transitoires thermiques dans la mesure où les états stationnaires eux-mêmes le sont.

##### Remarques:

- 1) il faut mentionner séparément l'effet thermique de "peau" (cha 4.6.1): il apparaît pour des variations rapides de la température de saturation induite par des perturbations de pression et lorsque le coefficient de transfert de chaleur est très grand par rapport à la résistance thermique de la paroi (cas de l'ébullition nucléée). Ainsi un modèle de transfert de chaleur qui ne tient pas compte de l'ébullition nucléée atténuera, voire supprimera l'effet de peau,



- de légères différences apparaissent dans les réponses des variables soniques ( $p_{2,E}$  et  $\dot{m}_{2,S}$ ) aux environs de 0.05 s . Ces différences ne modifient pas le comportement dynamique général, en particulier les amplitudes et les constantes de temps restent inchangées. Ceci confirme notamment que les conclusions tirées aux chap. 4.3 sur l'influence du modèle hydrodynamique sont indépendantes du transfert de chaleur.
- le comportement dynamique des variables thermiques n'est pas modifié d'une façon sensible en dehors du déplacement des valeurs initiales et finales.

#### 4.5.2.2 Perturbation du débit du fluide primaire

Expérience numérique no. 17 (fig. 20)

Pour ce transitoire thermique on constate que le comportement dynamique, en dehors de certains déplacements des états stationnaires initiaux et finaux ( $p_{2,E}$  ,  $z_B$  ,  $z_S$ ) n'est pas modifié par l'absence ou la présence d'ébullition nucléée dans le modèle de transfert de chaleur.

#### 4.5.2.3 Perturbation de la température d'entrée du fluide primaire

Expérience numérique no. 18 (fig. 21)

Mêmes constatations que pour l'expérience précédente.

Remarque:

Les deux expériences 17 et 18 ne sont malheureusement pas absolument générales: le domaine des transitoires possibles et des conditions thermodynamiques et géométriques est si vaste qu'il n'est bien évidemment pas possible d'étendre sans autre les conclusions ci-dessus à tout le domaine. Ces deux expériences montrent cependant que des cas existent où un modèle très simple de transfert de chaleur rend suffisamment bien compte du comportement dynamique global d'un générateur de vapeur.

#### 4.6 Influence du modèle de la paroi

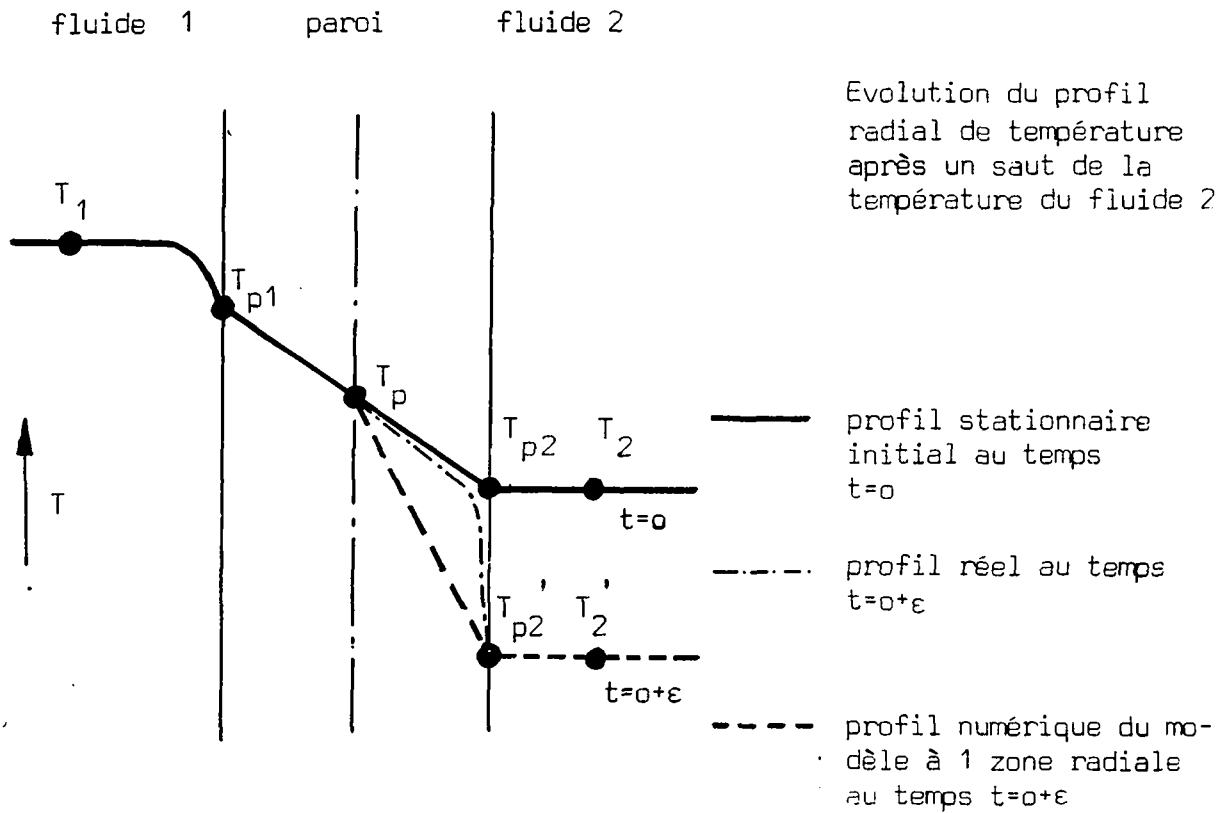
##### 4.6.1 Aspects théoriques

On examine ici deux effets de la paroi qui, selon le modèle, peuvent être faussés par la simulation:

- 1) "l'effet thermique de peau" lié à une déformation transitoire du profil radial de température à l'intérieur du matériau,
- 2) l'inertie thermique.

##### Effet thermique de peau

Avec le modèle envisagé jusqu'ici (chap. 3.2.2, p. 128 ), qui ne considère qu'une seule température radiale prise au milieu de l'épaisseur, on admet que les profils radiaux de température de chaque demi-épaisseur sont à chaque instant des profils stationnaires. Les expressions utilisées pour les résistances thermiques de chaque demi-épaisseur sont en effet basées sur les valeurs stationnaires de ces profils. Lors d'une variation brusque de la température de surface, le profil numérique se modifie instantanément sur toute la demi-épaisseur, alors qu'en réalité la pénétration de la perturbation de température ne peut atteindre qu'une couche d'épaisseur limitée ("peau") dans un temps limité (voir illustration ci-dessous).



Conséquence: au temps  $t = 0+\epsilon$  le gradient thermique, donc le flux de chaleur à la surface, est beaucoup plus fort dans la réalité que dans le modèle numérique. Cet effet est différent de celui de l'inertie thermique du fluide. Il peut se présenter pour une paroi "mince" comme pour une paroi "épaisse": s'il est favorisé par une forte épaisseur il l'est surtout par un rapport élevé entre le coefficient de transfert de chaleur du fluide et la conductibilité thermique de la paroi, le paramètre significatif étant le nombre de BIOT (voir LE FEBVE /70/ et /71/. Dans le cas d'un générateur de vapeur la résistance thermique du fluide étant pratiquement nulle dans la zone d'ébullition nucléée par rapport à celle du métal, on peut s'attendre à un effet de "peau" non

négligeable dans le cas de perturbations rapides de la pression à cause de la variation induite de la température de saturation. Pour en tenir compte il faudrait introduire le calcul de plusieurs températures radiales dans la paroi (modèle multi-couche, voir par ex. TEN WOLDE /52/) ce à quoi on a renoncé ici pour limiter le nombre d'équations différentielles et se concentrer sur le modèle hydrodynamique diphasique.

On peut toutefois faire une évaluation de l'effet de peau en prenant comme approximation le cas de la plaque semi-infinie en contact avec un fluide dont le coefficient de transfert de chaleur est infini. Il existe une solution analytique pour la réponse indicielle du profil de température à une perturbation de la température du fluide (voir /69/, p. 3 - 61). Cette solution analytique est donnée par l'expression (103) table 23. On en déduit pour l'épaisseur de peau l'expression (104), définie comme l'épaisseur pour laquelle la variation de température a atteint 84% de son amplitude finale. Pour le générateur de vapeur étudié ici l'épaisseur de peau atteint l'épaisseur totale de paroi dans un délai donné alors par

$$\Delta t_p = \frac{e^2}{4\alpha} \simeq 0.25 \text{ s} \quad (110)$$

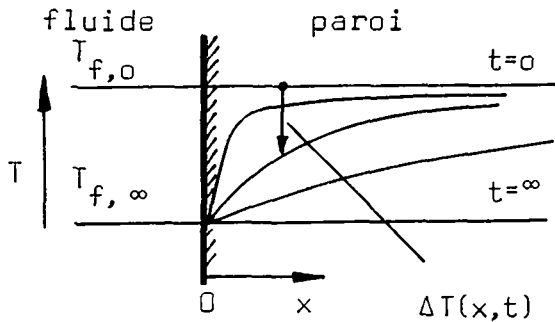
( $\alpha$  selon table 23,  $e$  = épaisseur de paroi)

$\Delta t_p$  représente un temps de pénétration dont on peut déduire le critère suivant:

(suite p. 207)

Table 23 Effet thermique de peau

Solution analytique pour la paroi plane semi-infinie en contact avec un fluide de conductibilité infinie



diffusibilité thermique de la paroi:

$$\alpha = \lambda / \rho C_p$$

$\lambda$  = conduct. thermique (W/m °C)

$\rho$  = densité (kg/m<sup>3</sup>)

$C_p$  = chal. spécifique (J/kg °K)

Réponse indicielle de la température de paroi à une variation de la température du fluide

$$I_{\Delta T}(x,t) = 1 - \frac{2}{\pi} \int_0^{\frac{x}{2\sqrt{\alpha t}}} e^{-y^2} dy \quad (103)$$

Epaisseur de peau (à 84% de la valeur finale)

$$\delta_{84\%} = 2\sqrt{\alpha t} \quad (104)$$

Réponse indicielle du flux de chaleur à la surface ( $x = 0$ )

$$I_{\Delta \dot{Q}}/_{x=0} = -\lambda \left( \frac{\partial I_{\Delta T}}{\partial x} \right)_{x=0} = \frac{\lambda}{\sqrt{\pi \alpha t}} \quad (105)$$

Fonction saut unité

$$E(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ 1 & t \geq 0 \end{cases} \quad (106)$$

Perturbation quelconque

$$\Delta T_f(t) = \int_0^\infty \frac{\partial \Delta T_f}{\partial \tau} E(t-\tau) d\tau \quad (107)$$

Réponse de la température de paroi à une variation quelconque de la température du fluide

$$\Delta T(x,t) = \int_0^\infty \frac{\partial \Delta T_f}{\partial \tau} I_{\Delta T}(x,t-\tau) d\tau \quad (108)$$

Réponse du flux de chaleur à la surface ( $x=0$ ) à une perturbation quelconque de la température du fluide

$$\begin{aligned} \Delta \dot{Q} )_{x=0} &= \int_0^\infty \frac{\partial \Delta T_f}{\partial \tau} I_{\Delta \dot{Q}}/_{x=0}(t-\tau) d\tau \\ &= \int_0^\infty \frac{\partial \Delta T_f}{\partial \tau} \frac{\lambda}{\sqrt{\pi \alpha (t-\tau)}} d\tau \end{aligned} \quad (109)$$

l'effet thermique de peau est négligeable si l'amplitude de la variation de température du fluide atteinte pendant un temps égal au temps de pénétration  $\Delta t_p$  (110) est faible par rapport à l'écart de température entre les deux faces de la paroi. Ceci s'exprime par:

$$\left| \frac{dT_f}{dt} \right| \Delta t_p \ll \left| T_{p1} - T_{p2} \right| \quad (111)$$

De la réponse indicielle de la variation de température  $\Delta T(x,t)$  donnée par (103) on peut aussi déduire successivement la réponse indicielle de la variation du flux de chaleur  $\Delta \dot{Q}$  à la surface de la paroi ( $x = 0$ ) et la réponse à une perturbation quelconque (voir respectivement (105) et (109) table 23). Pratiquement si un calcul est fait avec un modèle de paroi à une zone, on peut évaluer avec ces formules l'amplitude de l'écart du flux de chaleur  $\Delta \dot{Q}$  dû à l'effet de peau et comparer avec l'amplitude obtenue avec le modèle numérique à une zone (voir par exemple le terme source de chaleur de l'éq. de conservation d'énergie, fig. 3b, annexe, vol. 2). On peut encore ajouter dans le calcul numérique le terme  $\Delta \dot{Q}$  obtenu analytiquement et observer l'effet sur les résultats. C'est ce qui a été fait dans les expériences numériques 19 et 20 et qui sera discuté au chap. 4.6.2.1.

#### Remarque:

On s'aperçoit qu'une analyse approfondie de l'effet de peau suppose:

- i) un modèle de paroi multi-couches

- ii) un modèle hydrodynamique complet, car une variation brusque de la température de saturation ne peut être induite que par une perturbation brusque de la pression soit une perturbation sonique
- iii) un modèle détaillé du transfert de chaleur dont il faudrait vérifier la validité pour des variations très rapides de l'état hydro-thermodynamique de l'écoulement diphasique (ce qui dans une large mesure dépasse encore les connaissances actuelles).

Une telle analyse serait très vaste: les quelques considérations faites ici n'en sont donc qu'une esquisse.



### Inertie thermique

Le modèle à une couche appliqué ici peut-être encore simplifié en négligeant l'inertie thermique de la paroi (chap. 3.3.4). La température de paroi prend alors à chaque instant la valeur d'équilibre correspondant aux valeurs des températures des fluides primaire et secondaire. On économise ainsi une équation différentielle. Cette simplification ne modifie pas les états stationnaires et comme la température de paroi n'intervient qu'indirectement à travers le terme source de chaleur  $\dot{q}$  dans l'équation de conservation d'énergie (voir table 5, terme CE 4), elle ne modifie pas non plus le caractère des équations de conservation, donc les propriétés des différents modèles de l'hydrodynamique diphasique discutées en 4.3.

L'inertie thermique de la paroi se manifeste de deux manières:

- 1) la température de paroi suit avec retard des variations brusques des températures des fluides (constante de temps)
- 2) la puissance thermique cédée par le fluide primaire n'est pas identique en régime transitoire à celle reçue par le fluide secondaire: la différence représente la variation de l'énergie accumulée sous forme de chaleur dans la paroi.

La constante de temps de la paroi  $\tau_p$  apparaît lorsque l'on met l'équation de sa température (équ. (77), table 15, p. 128) sous la forme

$$\frac{d}{dt} T_p = \frac{1}{\tau_p} T_p + f(T_1, T_2)$$

et vaut, formule (97), p.150 :

$$\tau_p = \frac{\rho_p c_{pp} (r_1^2 - r_2^2)}{2 \left( \frac{r_1}{R_{1p}} + \frac{r_2}{R_{p2}} \right)} \quad (112)$$

avec

$r_1$  = rayon des tubes côté primaire

$r_2$  = rayon des tubes côté secondaire

$R_{1p}$  = résistance thermique du fluide primaire et de la demi-épaisseur de paroi côté primaire, table 12, p.125

$R_{p2}$  = idem côté secondaire (table 13, p.126)

Pour le générateur considéré dans les expériences numériques  $\tau_p$  est compris entre 0.35 s et 0.65 s (avec et sans ébullition nucléée respectivement).

Remarquons de plus que l'expression (112) devient identique au temps de pénétration  $\Delta t_p$  donné par (110) pour la plaque infinie si 1<sup>o</sup>) les rayons  $r_1$  et  $r_2$  deviennent infinis, 2<sup>o</sup>) la différence  $r_1 - r_2$  est égale à l'épaisseur  $e$  et 3<sup>o</sup>) les résistances thermiques des fluides sont nulles. Ceci signifie que le temps de réaction de la paroi et le temps de pénétration d'une perturbation de la température (ou effet de peau) sont des notions identiques.

Concernant le deuxième effet de l'inertie thermique mentionné auparavant, à savoir l'écart entre les puissances thermiques

cédée par un fluide et reçue par l'autre, il est donc dû aux variations de l'énergie thermique accumulée dans la paroi (capacité thermique). Ceci résulte directement du bilan thermique de la paroi, qui peut s'écrire selon (77) table 15 et en négligeant la conduction axiale:

$$\rho_p c_{pp} \frac{dT_p}{dt} = S_1 \dot{Q}_{1p} - S_2 \dot{Q}_{p2}$$

variation de l'énergie thermique de la paroi	puissance thermique cédée par le fluide 1	puissance thermique reçue par le fluide 2
---	--	--

(avec:  $S_1$  = surface d'échange côté primaire

$S_2$  = surface d'échange côté secondaire)

Il n'est pas possible de savoir à priori si le terme en  $dT_p / dt$  ci-dessus va rester négligeable au cours d'un transitoire vis à vis de l'un ou l'autre des termes de droite. Ceci parce que l'évolution de la température de la paroi est un résultat du calcul. Admettons cependant qu'un calcul soit fait en négligeant l'inertie thermique de la paroi, donc en négligeant précisément le terme en  $dT_p / dt$  et en posant:

$$S_1 \dot{Q}_{1p} = S_2 \dot{Q}_{p2} = P_{th} \text{ puissance thermique transférée}$$

On peut alors, sur la base du résultat du calcul, vérifier à posteriori si la simplification était justifiée. Il suffit alors de contrôler si la variation d'énergie thermique dans la paroi est restée à tout instant et en chaque zone négli-

geable par rapport à la puissance thermique transférée, soit si:

$$\rho_p C_{pp} \frac{dT_p}{dt} \ll P_{th} (\approx S_1 \dot{Q}_{1p} \approx S_2 \dot{Q}_{p2}) \quad (113)$$

pour le générateur de vapeur considéré ici et pour des perturbations près de l'état stationnaire standard on en déduit qu'une variation  $\Delta T_p$  de la température moyenne de paroi doit durer au moins un temps

$$\Delta t_p = \Delta T_p \frac{\rho_p C_{pp} V_p}{0.01 P_{th}} \approx \Delta T_p \cdot 4 \text{ (s)} \quad (114)$$

pour que le taux de variation de l'énergie thermique accumulée ne dépasse pas un pour cent de la puissance thermique du générateur.

#### Remarque:

Les critères (99) et (100) sur la validité des simplifications du modèle de l'hydrodynamique diphasique ne faisaient intervenir des grandeurs dynamiques que pour les conditions aux limites et étaient applicables à priori. Ils permettaient ainsi de savoir à l'avance si un transitoire pouvait supporter une simplification du modèle. Au contraire les critères (111) et (113) pour la validité des simplifications du modèle de la paroi font intervenir des grandeurs dynamiques à l'intérieur du générateur de vapeur, grandeurs qui ne sont généralement pas connues avant le calcul. Ces derniers critères s'appliquent donc à postériori pour contrôler si une simplification était acceptable.

#### 4.6.2 Expériences numériques no. 19 à 23

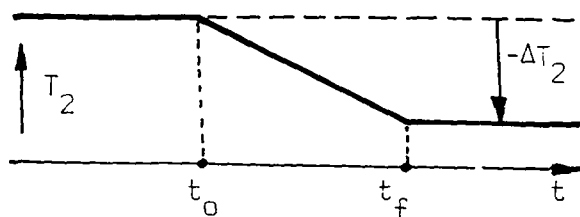
Les caractéristiques des expériences numériques et les figures associées sont rassemblées dans l'annexe (volume 2).

##### 4.6.2.1 Effet thermique de peau

###### Expérience numérique no. 19

L'expérience consiste à comparer les réponses au saut négatif de la pression de vapeur obtenues en négligeant ou en tenant compte de l'effet de peau.

L'effet de peau a été approximé en ajoutant artificiellement au flux surfacique de chaleur paroi  $\rightarrow$  fluide secondaire  $\dot{Q}_{p2}^{(1)}$  un terme correctif  $\Delta\dot{Q}_{p2}(t)$  qui représente la "bouffée de chaleur" due à la déformation momentanée du profil radial de température. Ce terme correctif  $\Delta\dot{Q}_{p2}$  a été évalué à l'aide de l'expression (109) de la table 23 valable pour une plaque semi-infinie en prenant pour variation de la température du fluide la rampe suivante:



$$\begin{aligned}\Delta T_2 &= 4^\circ \text{C} \\ t_0 &= 0.02 \text{ s} \\ t_f &= 0.04 \text{ s}\end{aligned}$$

---

(1) définitions de  $\dot{Q}_{p2}$  et  $\dot{q}$  voir table 13, p.126

Cette rampe est une approximation du comportement calculé de la température de saturation dans la zone d'évaporation (voir variable  $T_{2,7}$  fig. 22). On a alors selon (109) et tous calculs faits:

$$\Delta \dot{Q}_{p2} = \begin{cases} \frac{\Delta T_2}{t_f - t_i} \cdot \frac{2\lambda}{\sqrt{\pi\alpha}} \cdot \sqrt{t - t_0} & \text{pour } t_0 \leq t \leq t_f \\ \frac{\Delta T_2}{t_f - t_i} \cdot \frac{2\lambda}{\sqrt{\pi\alpha}} \cdot (\sqrt{t - t_0} - \sqrt{t - t_f}) & \text{pour } t > t_f \end{cases}$$

(115)

Le fait de considérer que la plaque est semi-infinie est sans importance pour le début du transitoire, c'est-à-dire tant que la perturbation de température n'a pas traversé la paroi. Au-delà, le terme  $\Delta \dot{Q}_{p2}$  devrait décroître rapidement vers 0 pour tenir compte de l'épaisseur finie de la paroi, ce qui n'est pas le cas avec l'expression (115) ci-dessus. Pour en tenir compte les calculs numériques ont été répétés en multipliant l'expression (115) de  $\Delta \dot{Q}_{p2}$  par une exponentielle décroissante lorsque  $t > t_f$ . Les résultats sont donnés sur les figures 22 et 23 de l'annexe avec:

cas	—————	:	$\Delta \dot{Q}_{p2}$ nul
cas	— · — · — · — · —	:	$\Delta \dot{Q}_{p2}$ selon (115)
cas	.....	:	$\Delta \dot{Q}_{p2}$ selon (115) $\times e^{-20(t-t_f)}$ lorsque $t > t_f$

On constate que:

- l'effet est bien visible, particulièrement sur le débit de vapeur ( $\dot{m}_{2,S}$ ) et la pression d'entrée ( $p_{2,E}$ , fig. 22)
- le terme source de chaleur  $\dot{q}$  dans l'équation de conservation d'énergie (fig. 23) subit une brusque et passagère augmentation dont l'amplitude n'est pas négligeable ( $\sim + 100\%$ )
- le comportement dynamique des différentes variables et des termes des équations de conservation n'est pas fondamentalement modifié dans sa nature.

#### Expérience numérique no. 20

Il s'agit de la même expérience que la précédente, le saut de pression de vapeur étant remplacé par une rampe de 0.5 s.

On constate que:

- le débit de vapeur reste très sensible à la "bouffée" de chaleur (fig. 24)
- l'amplitude du terme correctif  $\Delta \dot{Q}_{p2}$  est encore grande vis-à-vis de la valeur non corrigée du flux de chaleur (environ 30%; voir terme  $\dot{q}$  de l'équation de conservation d'énergie fig. 25).

L'effet de peau disparaît pour une durée de la rampe de pression d'environ 2 - 3 s soit dix fois le temps de pénétration de la perturbation de température dans la paroi donné par (110).

Remarques:

- le modèle hydrodynamique complet (3 eq. diff./noeud) a été utilisé pour ces deux dernières expériences:  
les modèles simplifiés auraient exagéré l'effet de peau car ils entraînent une variation plus brusque de la température de saturation en supprimant les retards soniques
- les expériences numériques 19 et 20 ne prétendent pas reproduire avec exactitude l'effet de peau: il aurait fallu introduire un modèle multi-couche de la paroi. Il s'agissait surtout de donner l'allure et l'ordre de grandeur de cet effet. L'ordre de grandeur observé correspond d'ailleurs plutôt à une valeur maximum car le terme correctif  $\Delta \dot{Q}_{p2}$  a été ajouté uniformément sur toute la surface d'échange, alors qu'en réalité seule la zone d'ébullition nucléée (résistance thermique presque nulle) est concernée.

4.6.2.2 Effet de l'inertie thermique

Expérience numérique no. 21 (fig. 26)

On constate que l'inertie thermique - pour le modèle de paroi à une zone radiale - ne joue pratiquement pas de rôle pour un transitoire essentiellement hydrodynamique comme le saut de pression de vapeur.

Ceci s'explique par le fait que l'inertie globale de la paroi est grande vis-à-vis de perturbations aussi rapides: la seule modification rapide possible du flux de chaleur ne peut pro-



venir que d'une déformation au voisinage de la surface du profil interne de température (effet de peau discuté auparavant), effet dont la seule inertie thermique globale ne peut rendre compte.

Expériences numériques no. 22 (fig. 27) et 23 (fig. 28)

Ces deux transitoires thermiques montrent l'importance de la variation de l'énergie thermique accumulée dans la paroi et de sa répercussion sur le bilan thermique des fluides primaire et secondaire. La variable la plus sensible est le débit de vapeur dont la déviation maximum est plus grande et plus brève en négligeant la capacité thermique de la paroi.

Le critère (114) appliqué à ces deux expériences indique que pour rendre cet effet négligeable les perturbations devraient s'étendre sur une durée  $\Delta t_p$  qui vaut:

expérience 22:  $\Delta t_p \simeq 40 \text{ s}$        $(\Delta T_p \simeq 10^\circ\text{C})$

expérience 23:  $\Delta t_p \simeq 80 \text{ s}$        $(\Delta T_p \simeq 20^\circ\text{C})$

Il a été vérifié que pour des rampes ayant ces durées-là, les différences deviennent bien négligeables.

Dans le cas de l'expérience no. 23, avec une rampe de 10 s, on constate (fig. 28) que l'effet sur le débit de vapeur est encore sensible bien que cette durée de 10 s soit supérieure à la constante de temps de la paroi ( $\sim 0.35 - 0.6 \text{ s}$  selon (112)).

#### 4.7 Influence du pas de discrétisation spatiale

(Expériences numériques 24 à 26)

La présente étude a été volontairement consacrée à l'influence des paramètres physiques du modèle et non à l'influence du traitement numérique: on se limite donc ici à vérifier qu'en doublant le nombre de zones relativement faible (10) de l'espace discret choisi par raison d'économie de temps de calcul pour les expériences numériques précédentes, on ne modifie pas les résultats ou les conclusions que l'on peut en tirer. Signalons que:

- le choix du pas de discrétisation est toujours un compromis entre le temps de calcul et la précision dans la représentation des profils spatiaux des différentes variables,
- les variables pression et débit ont des profils relativement plats en l'absence de perturbations soniques fortes: un très grand pas de discrétisation spatiale  $\Delta z$  peut-être suffisant pour ces variables en dehors de ces transitoires,
- les températures et surtout le transfert de chaleur diphasique présentent, même en régime stationnaire, des profils très irréguliers qui nécessitent toujours un pas  $\Delta z$  assez petit,
- la simulation numérique de la propagation d'un saut de température qui ne subit pas de déformation (pas d'échange avec la paroi et pas de conduction à l'intérieur du fluide) requiert, à la limite, un pas infiniment petit.

Expérience numérique no. 24

On compare ici les réponses au saut négatif de la pression de sortie de la vapeur obtenues avec 10 zones et 20 zones spatiales. Le pas de discrétisation vaut respectivement  $16/10 = 1.6$  m et  $16/20 = 0.8$  m.

On constate des différences peu importantes dans le comportement global du générateur de vapeur (fig. 29). Le comportement des profils spatiaux montre quelques différences plus marquées (fig. 30<sup>a-b</sup>). Le saut instantané de la pression de sortie provoque évidemment une perturbation très forte des profils de pression et de débit dont la représentation discrète avec seulement 10 zones (11 points) est forcément approximative. On remarque en particulier un effet d'aplatissement là où le gradient est très fort. Les variables numériques discrètes représentent plus des valeurs moyennes sur l'espace  $\Delta z$  que des valeurs locales et la constante de temps de ces valeurs moyennes dépend ainsi de  $\Delta z$ . Ceci s'observe aussi sur le comportement des termes des équations de conservation (fig. 31 a - c pour le point  $z = 9.6$  m et la fig. 31 d pour le point  $z = 14.4$  m): la fréquence des oscillations des termes à caractère sonique est plus élevée avec 20 zones que 10 zones. Cette fréquence dépend en plus des conditions locales donc de la position axiale (comparer les fig. 31 c et 31 d).

Expérience numérique no. 25

L'influence du nombre de zones s'atténue considérablement dès que la perturbation devient moins violente. Ici on examine le cas d'une rampe de la pression de vapeur de sortie

de 0.1 s et de même amplitude que le saut de l'expérience précédente. On constate, à travers le comportement des termes de l'équation de conservation de quantité de mouvement (fig. 32), que les différences entre 10 et 20 zones ont presque disparues.

#### Expérience numérique no. 26

La fig. 33 montre qu'il n'y a pratiquement pas de différence entre les réponses obtenues avec 10 ou 20 zones à un saut de la température d'entrée du fluide primaire. Le très bon contact thermique entre le fluide primaire (sodium liquide) et la paroi est évidemment favorable car il atténue fortement la perturbation. La fig. 34 montre que les profils de température restent très réguliers tout au long du transitoire ce qui explique que la représentation numérique soit suffisamment précise avec seulement 10 zones. On trouvera chez L'ÄUBLI /72/ étude spécialement consacrée à la simulation de la propagation de perturbations de température dans un fluide échangeant de la chaleur avec une paroi. L'ÄUBLI arrive au critère suivant, applicable à un fluide monophasique en phase gazeuse:

$$n > x_D = \frac{\alpha \cdot U \cdot L}{\dot{m} \cdot C_p} \quad (116)$$

- où
- $n$  = nb de zones de discrétisation
  - $x_D$  = "longueur" adimensionnelle de l'écoulement  
ou "nombre d'unités de transfert"
  - $\alpha$  = coefficient de transfert de chaleur "paroi  $\rightarrow$  fluide"
  - $U$  = périmètre de la paroi
  - $L$  = longueur de l'écoulement
  - $\dot{m}$  = débit du fluide
  - $C_p$  = chaleur spécifique du fluide

On trouve dans notre cas pour le côté primaire

$$x_D \approx 5.5$$

Ceci confirme que 10 zones peuvent être suffisantes. Du côté diphasique l'analyse de LÄUBLI ne peut pas s'appliquer directement, du fait que la température de toute la zone d'évaporation est fixée par la pression (température de saturation). La propagation des perturbations thermiques est alors déterminée par un jeu plus complexe où l'évolution des profils spatiaux de température dépend du déplacement des points de début et de fin d'évaporation.

#### 4.8 Temps de calcul













Les simplifications du modèle permettent de réduire le temps de calcul. Les expériences numériques ont montré des facteurs de réduction des modèles simplifiés par rapport au modèle de référence dont la table ci-dessous résume les ordres de grandeur:

Elément du modèle sur lequel porte la simplification	Facteur de réduction du temps de calcul par rapport au modèle de référence	origine
Hydrodynamique diphasique	2 éq.diff. 1.5 à 5 1 éq.diff. 2 à 8	moins d'équations différentielles
Glissement	1.1 à 1.5	opérations algébriques plus simples
Transfert de chaleur	1 à 2	opérations algébriques plus simples et calcul plus stable
Inertie thermique de la paroi	1.5 à 2	moins d'équations différentielles

La table 24 ci-après donne quelques valeurs des temps de calcul obtenus avec le programme ALEMBIC sur l'ordinateur CDC 6400.

La table 24 montre en plus l'influence très grande de la discrétisation spatiale et donne les valeurs maximum utilisées pour les pas d'intégration dans le temps  $\Delta t$ . L'augmentation du pas  $\Delta t$  pour les transitoires thermiques explique que 30 s du transitoire "saut de température" coûtent moins que 0.3 s du "saut de pression".

TABLE 24. Influence des simplifications du modèle sur le temps de calcul.

perturbation	temps max réel (s)	pas max d'intégr.	temps de calcul (s) *		
			HYDRODYNAMIQUE DIPHASIQUE		
			3 éq.diff.	2 éq.diff.	1 éq.diff.
 $p_{2,S}$	0.3	0.006	450	90	60
 $p_{2,S}$	1.5	0.006	400	170	120
 $T_{1,E}$	30	0.1	390	260	180
 $\dot{m}_{2,E}$	3	0.02	420	**	90
			GLISSEMENT		
			BANKOFF - JONES		S = 1
 $p_{2,S}$	0.3	0.006	450	360	
 $T_{1,E}$	30	0.1	390	360	
			TRANSFERT DE CHALEUR		
			4 modes	2 modes	1 mode
 $p_{2,S}$	0.3	0.006	380	370	450
 $T_{1,E}$	30	0.1	**	520	180
			INERTIE THERMIQUE PAROI		
			avec	sans	
 $p_{2,S}$	0.3	0.006	450	280	
 $T_{1,E}$	30	0.1	390	350	
			DISCRETISATION SPATIALE		
			20 zones	10 zones	
 $p_{2,S}$	0.3	0.006	2470	450	
 $T_{1,S}$	30	0.1	1150	390	

\* CP-time sur ordinateur CDC 6400,  $\pm 10 \%$

\*\* temps de calcul très grand, instabilités numériques dues aux effets discutés dans l'appendice 1, volume 2, p. A1-40.

Remarques

- 1) Les temps de calcul donnés n'ont qu'une valeur indicative car s'ils dépendent du modèle, ils dépendent aussi fortement de la méthode numérique utilisée et de l'ordinateur. De plus le programme de calcul utilisé ici n'exploitait pas au maximum les possibilités de réduction du temps de calcul offertes par les différentes simplifications du modèle à cause de sa structure très générale (plusieurs modèles dans le même programme).
- 2) 30 secondes du transitoire "saut de  $T_{1,E}$ " coûtent moins cher que 0,3 seconde du transitoire "saut de  $P_{2,E}$ ". Ceci s'explique par le fait que le premier transitoire étant plus "tranquille", la méthode d'intégration choisie ici permet un plus grand pas d'intégration et donc d'avoir à faire moins de pas (voir § 3.4.2, p. 158 et suivantes).



## 5. Conclusions

On a examiné les principales simplifications d'un modèle mathématique pour la simulation du comportement dynamique d'un écoulement diphasique avec échange de chaleur, tel qu'il apparaît dans un générateur de vapeur. Des considérations théoriques et des expériences numériques ont permis d'évaluer les limites de validité et l'influence de ces simplifications sur les résultats. Cette étude a été exclusivement consacrée à un modèle non linéaire applicable à des perturbations fortes et requérant une résolution numérique, le cas des faibles perturbations permettant une linéarisation du modèle ayant été volontairement écarté.

Les principales conclusions de l'étude ont été discutées dans les chapitres 4.3 à 4.7. Elles sont résumées ci-dessous pour chaque élément du modèle:

### 1) hydrodynamique diphasique

#### modèle de référence:

trois équations différentielles de conservation, chacune étant appliquée à l'ensemble des phases liquide et vapeur. Les trois variables différentielles correspondantes sont l'enthalpie  $i$ , la pression  $p$  et le débit  $\dot{m}$ .

#### modèles simplifiés

- a) modèle à deux équations différentielles: une hypothèse de quasi-stationnarité du débit ( $\partial \dot{m} / \partial t = 0$ ) élimine son équation différentielle,

b) modèle à une équation différentielle: la quasi-stationnarité du débit ( $\partial \dot{m} / \partial t = 0$ ) et de la pression ( $\partial p / \partial t = 0$ ) élimine les deux équations différentielles correspondantes.

validité:

les modèles simplifiés sont valables pour des transitoires thermiques quelconques (perturbations des conditions aux limites de température ou de débit du fluide primaire) ou pour des transitoires soniques quasi-stationnaires (perturbations suffisamment lentes des conditions aux limites de pression et de débit du fluide diphasique).

critère:

l'amplitude de la variation de la pression ou du débit diphasique introduite dans un temps égal au temps de parcours sonique de l'écoulement doit être négligeable par rapport aux valeurs stationnaires de ces variables (voir critères (99) et (100) chap. 4.3.1, p. 182).

Remarque:

En présence de perturbations soniques fortes (non quasi-stationnaires), les différences qui apparaissent avec les modèles simplifiés sont dues au fait que les temps de propagation sonique ne sont plus correctement simulés; cela ne modifie le comportement instantané de l'écoulement que sur des périodes de temps très courtes, environ 3 à 4 fois le temps de parcours sonique du générateur de vapeur après l'introduction de chaque perturbation. Le comportement global reste cependant assez bien simulé: en cas de perturbation de pression, la dérivée de celle-ci doit être introduite dans le modèle à une équation différentielle comme condition aux limites pour que le bilan de masse soit respecté, en particulier que l'intégrale de l'écart du débit de sortie corresponde à la variation de masse à l'intérieur du générateur de vapeur.

## 2) glissement des vitesses des phases

### modèle de référence:

le rapport des vitesses des phases liquide et vapeur est une fonction du taux de vide  $\alpha$  et de la pression  $p$  donnée par BANKOFF-JONES (chap. 3.2.1.4-C , pp. 86-87):

$$v_g/v_l = S(p, \alpha)$$

### modèle simplifié:

le glissement des vitesses est négligé, les vitesses sont identiques soit:

$$v_g/v_l = S = 1$$

### limite de validité:

l'influence du coefficient  $S$  sur les équations de conservation est très indirect et surtout statique. On ne peut en déduire de limite théorique: en principe il n'y a pas d'effet dynamique important à attendre. Les résultats numériques confirment cette conclusion.

### Remarque

Pour des transitoires hydrodynamiques rapides se pose la question de la validité du modèle de référence lui-même: au lieu d'une expression stationnaire du rapport  $v_g/v_l$  il s'agirait d'introduire une équation de conservation de quantité de mouvement séparée pour chaque phase. La difficulté est alors de définir un terme de transfert de quantité de mouvement entre les deux phases pour lequel on n'a pas encore de modèle physique.

Dans la mesure où le modèle de référence est valable pour les transitoires thermiques on peut cependant admettre que le modèle de glissement a peu d'effet sur cette catégorie de transitoires.

### 3) Transfert de chaleur "paroi $\rightarrow$ écoulement diphasique"

#### modèle de référence:

on envisage 4 modes différents de transfert de chaleur selon l'état thermodynamique de l'écoulement et de la paroi (convection forcée en phase liquide, ébullition nucléée ébullition en film et convection forcée en phase vapeur). Le point de crise d'ébullition (transition entre ébullition nucléée et ébullition en film) dépend d'une relation entre le titre et le flux de chaleur.

#### modèles simplifiés:

- a) on n'envisage que deux modes de transfert de chaleur (convection forcée et ébullition nucléée). Le point de crise d'ébullition correspond à un titre de vapeur fixe donné,
- b) on n'envisage qu'un mode de transfert de chaleur (convection forcée avec corrélation du type Dittus-Boelter (DB)).

#### limites de validité:

les différents modèles de transfert de chaleur ont pour effet direct de modifier les profils stationnaires des températures. Indirectement tous les transitoires peuvent en être affectés et seule l'expérimentation numérique montre dans quelle proportion. On ne peut donc pas préciser, pour le transfert de chaleur, de limite de validité dynamique. Il y a une exception cependant: l'ébullition nucléée par le très grand coefficient de transfert de chaleur qui lui est associé, joue un rôle

essentiel dans l'effet thermique de peau qui peut apparaître lors de variations brusques de la température de saturation induites par des changements rapides de pression. Ainsi, pour des perturbations fortes de pression, il peut être nécessaire de tenir compte de l'ébullition nucléée, ceci en plus d'une hydrodynamique complète (trois équations différentielles) et d'un modèle de paroi à plusieurs zones radiales. En dehors de ce cas extrême on peut s'attendre à ce que le comportement dynamique global de l'écoulement diphasique soit satisfaisant avec les modèles simplifiés dans la mesure où le comportement stationnaire lui-même l'est. Les expériences numériques faites ici montrent un effet relativement faible du modèle de transfert de chaleur sur le comportement dynamique global: ceci ne peut cependant pas être généralisé à n'importe quelles conditions thermo-hydrodynamiques pour lesquelles les expériences numériques devraient être répétées.

#### Remarque

Les corrélations pour le transfert de chaleur ne représentent pas une modélisation du processus physique mais seulement des formules approchées basées sur des états stationnaires expérimentaux. La validité des modèles de références eux-mêmes, particulièrement pour des transitoires très rapides, reste un problème ouvert.

#### 4) Modèle de la paroi

##### modèle de référence:

modèle à une zone radiale dans laquelle on considère une température moyenne et une équation différentielle globale de conservation d'énergie.

##### modèle simplifié:

on néglige l'inertie thermique de la paroi: l'équation différentielle globale de conservation d'énergie est remplacée par une expression algébrique quasi-stationnaire de la température de paroi, fonction des températures instantanées des fluides primaire et secondaire .

##### limites de validité:

l'inertie thermique de la paroi ne peut être négligée que pour des transitoires thermiques assez lents. Pour des transitoires soniques rapides, qui impliquent une variation brusque de la température de saturation (perturbation de pression) c'est le modèle de référence utilisé ici qui devient insuffisant: un modèle à plusieurs zones radiales est alors nécessaire pour simuler les déformations du profil radial de température et les variations induites du flux de chaleur à la surface de la paroi. (Effet thermique de peau).

critère:

l'inertie thermique de paroi est négligeable si le taux de variation de l'énergie thermique accumulée l'est vis-à-vis de la puissance thermique transférée (voir critère (113), 4.6.1, p. 212)

Le modèle à une zone radiale et inertie thermique est suffisant si la variation de température de fluide pendant un temps égal au temps de pénétration des perturbations thermiques dans la paroi est négligeable par rapport à la différence radiale de température entre les deux faces de la paroi (critère (111), 4.6.1, p. 207)

5) Résumé

L'essentiel des conclusions est résumé dans la table 25.

On constate que pour les transitoires qui sont habituellement à analyser pour un générateur de vapeur (transitoires thermiques ou soniques quasi-stationnaires) les approximations suivantes se révèlent être suffisamment précises:

- hydrodynamique diphasique quasi-stationnaire (une seule équation différentielle)
- pas de glissement
- une seule zone radiale pour la paroi, avec ou sans inertie thermique selon la rapidité du transitoire.

Le modèle de transfert de chaleur peut-être dans certains cas simplifié, mais cette conclusion n'est pas générale et reste à vérifier numériquement de cas en cas. Une représentation

Table 25 Validité des modèles simplifiés

Elément du modèle  R = référence S = simplifié	Perturbation			
	Sonique (pression,débit)		Thermique (température,débit)	
	Rapide	Lente	Rapide	Lente
	S suffisant			
Hydrodynamique diphasique  R: 3 éq.diff.  S: 1-2 éq.diff.	R nécessaire	S suffisant selon critères (99,100),p.182		
	Exp. num. n° 1 à 7	Exp. num. n° 8 à 10		
Glissement des vitesses  R: BANKOFF  S: pas de gliss. <sup>t</sup>	Pas d'effet dynamique direct R évent.insuff. <sup>1)</sup>	Pas d'effet dynamique direct		
	Exp. num. n° 11 à 13	Exp. num. n° 14 à 15		
Transfert de chaleur  R: plusieurs modes  S: un mode	Pas d'effet dynamique direct			
	Exp. num. n° 16	Exp. num. n° 17 à 18		
Paroi  R: 1 zone avec inertie  S: 1 zone sans	R nécessaire évent, insuff. <sup>2)</sup> selon critère (111),p.207	S suffisant selon critère (113),p.212	R nécessaire	S suffisant selon critère (113),p.212
	Exp. num. n° 19 à 21		Exp. num. n° 22 à 23	

1) modèle à fluides séparés

2) modèle à plusieurs zones radiales



précise du transfert de chaleur et de ses nombreux régimes  
reste l'élément le plus complexe et le plus coûteux en temps  
de calcul de la modélisation d'un générateur de vapeur  
chauffé par un fluide primaire, et ceci quel que soit le type  
de transitoire.

Références

- /1/ Symposium on two phase flow dynamics, Proceedings  
Eindhoven, sept 4 - 9, 1967  
Report EUR 4288 e
  
- /2/ Boiler dynamics and control in nuclear power stations.  
Proceedings  
Conference of the BNES  
London, March 22 - 23, 1973
  
- /3/ T. Bjørlo, T. Euroola, R. Grumbach, P. Hansson,  
A. Olsen, J. Rasmussen, K. Romslo  
Comparative studies of mathematical hydrodynamic  
models applied to selected boiling channel experiments.  
Report: OECD Halden reactor project Nr. HPR 67
  
- /4/ L. Landau, E. Lifchitz  
Mécanique des fluides.  
Ed. Mir, Moscou 71
  
- /5/ P. Germain  
Thermodynamique des milieux continus.  
Entropie no 55, janv. - févr. 74
  
- /6/ E. Schmidt  
Properties of Water and steam in SI units.  
Springer Verlag, Berlin, 1969
  
- /7/ D. Brosche  
Instationärer Druckaufbau in Volldrucksicherheits-  
behältern, Vergleich zwischen Theorie und Experiment.  
Atomkernenergie, Bd 19, 1972

- /8/ J.A. Bouré  
Critical two-phase flow.  
Lecture series 71, 1974  
von Karman Institute for Fluid Dynamics
- /9/ P. Saha and N. Zuber  
Point of net vapor generation and vapor void fraction  
in subcooled boiling.  
5<sup>th</sup> Int. Heat Transfer Conf, Tokyo 1974
- /10/ J.G. Collier  
Convective boiling and condensation.  
Mac Graw-Hill, 72
- /11/ J.A. Bouré  
Constitutive equations for two-phase flows.  
Lecture Series 71 on "Two-phase flows with application  
to nuclear reactor design problems"  
1974, von Karman Institute for Fluid Dynamics
- /12/ P. Suter  
Cours de mécanique fondamentale des fluides.  
Ecole polytechnique fédérale de Lausanne, 1972
- /13/ L.F. Moody  
Friction Factor for Pipe Flow.  
Trans. Am. Soc. Mech. Engrs., 66 (1944)
- /14/ A. Tiberini  
Das dynamische Verhalten eines gasgekühlten schnellen  
Brutreaktors mit direktem Gasturbinenkreislauf, dar-  
gestellt am Beispiel des Rohrbruchunfalles in einer  
1000 MWe-Anlage mit Rekuperator.  
Diss. Nr. 5329, ETH-Zürich, 1974

- /15/J.F. Dupont, R. Jeanmonod, H.U. Frutschi  
TUGSIM-10, a computer code for transient analysis  
of closed gas turbine cycles and applications.  
(accepted for publication in Nuclear Engineering  
and Design)
- /16/J.F. Dupont, N.M. Dang, G. Cina  
Störfallanalyse der 3 x 350 MWe HHT-Anlage.  
Abschlussbericht der Phase 1A.  
EIR internes Bericht TM-ST-367 , 1975
- /17/M. Réocreux  
Contribution à l'étude des débits critiques en  
écoulement diphasique eau-vapeur.  
Thèse, université scientifique et médicale,  
Grenoble, 1974
- /18/A.H. Shapiro  
The Dynamics and Thermodynamics of Compressible  
Fluid Flow.  
Ronald Press, Co. 1954  
Volume II, p. 976
- /19/M. Fischer, W. Häfele  
The dynamics of waves including shocks in two-phase  
flow.  
Symposium on two-phase flow dynamics  
Eindhoven, sept 1967  
Report EUR 4288e

/20/L.S. Tong

Boiling heat transfer and two-phase flow.

John Wiley & Sons, Inc, NY, 1965

/21/N. Zuber, D.E. Dougherty

Liquid metals Challenge to the traditional methods  
of two-phase flow investigations.

Symposium on two-phase flow dynamics

Eindhoven, sept 1967

Report EUR 4288e

/22/J.-M. Delhay

Equations fondamentales des écoulements diphasiques.

1ère partie: Equations générales de conservation.

2e partie: Compléments et remarques.

Rapport CEA-R-3429 (1) + (2)

/23/H. Wundt

Basic relationships in n-component diabatic flow.

Report Euratom, EUR 3459.e

/24/M. Ischii

Thermo-fluid dynamic theory of two-phase flow.

Eyrolles 1975

/25/W. Rohsenow

Chap. 13. Boiling.

P. Griffith

Chap.14. Two-phase flow.

dans

Handbook of heat transfer

Mc Graw-Hill, 1973

/26/R. Jeanmonod

Calcul des propriétés thermophysiques de la vapeur d'eau.

Rapport interne EIR: TM-ST-263, 1972

/27/F. Dittus, L. Boelter

University of California Publications in Engineering 2, 443, 1930

/28/W. Jens, P. Lottes

Analysis of heat transfer, burnout, pressure drop and density data for high pressure water.

USAEC Rept. ANL-4627, 1951

/29/D.C. Groeneweld and G. Delorme

Prediction of Thermal Non-Equilibrium in the Post-Dryout Regime.

Nuclear Engineering and Design 36 (1976) 17-26

/30/D. Groeneweld

Post-dryout heat transfer: physical mechanism and a survey of prediction methods.

Nuclear Engineering and Design 32 (1975) 283-294

/31/D. Groeneweld

The thermal behavior of a heated Surface at and beyond dryout .

Thesis, Report AECL-4309

/32/L. Tong, J. Young

A phenomenological transition and film boiling heat transfer correlation .

Proceedings 5<sup>th</sup> Internat. Heat Transfer Conference, TOKYO, IV (1974), 120-124

- /33/F. Campolonghi, M. Cumo, G. Ferrari, R. Leo,  
G. Vaccaro  
Burn out power in once through turbular steam  
generators.  
Proceedings of 5<sup>th</sup> Int. Heat Transfer Conf., vol IV,  
p. 280  
TOKYO, sept 1974
- /34/S. Aoki, A. Inoue, Y. Kozawa  
Transient boiling crisis during rapid depressurisation.  
Proceeding 5<sup>th</sup> Int. Heat Transfer Conf., vol IV, p 250  
TOKYO, sept 1974
- /35/S. Ishigai, S. Nakanishi, S. Yamauchi, T. Masuda  
Effect of transient flow on premature dry out in tube.  
Proceedings 5<sup>th</sup> Int. Heat Transfer Conf., vol. IV,  
p.300 sept 74, TOKYO
- /36/S. Bankoff  
A variable density single fluid model for two phase  
flow with particular reference to steam-water flow.  
Trans. ASME, Ser. C, J. Heat Transfer 82,  
265-272, 1960
- /37/A. Jones  
Hydrodynamic stability of a boiling channel.  
Knolls Atomic Power Laboratory, KAPL-2170, 1961
- /38/R. Martinelli, D. Nelson  
Prediction of pressure drop during forced circulation  
boiling of water.  
Trans. ASME 70, 695-702 (1948)

/39/D. Lübbesmeyer

WOTAN, ein Digitalprogramm für die Simulation von  
Durchlaufdampfzeugern (once through type).

Inst. für Kerntechnik, TU Berlin

Bericht TUBIK-40, 1974

/40/E. Taylor

Modelling of once-through boiler dynamics.

Proceedings of the BNES Int. Conf. an "Boiler  
dynamics and Control in Nuclear Power stations",  
London, 1973

/41/C. Sanathan, A. Sandberg, F. Clark, O. Burke, R. Stone

Dynamic modelling of a large once through steam  
generator.

Nuclear Engineering and Design 23 (1972) 321-330

/42/J.F. Jaeger

Vergleich zwischen Pandyne, einem nicht linearem  
Digitalprogramm für die Analyse der Dynamik von  
Dampferzeugern, und Versuchen an verschiedenen  
Einrohr-Dampferzeugern.

Techn. Rundschau Sulzer, Sonderheft "Nuclex 72"

/43/J. Rousseau et M. Dobremelle

Etude de la cinétique du circuit secondaire eau-  
vapeur d'une centrale nucléaire.

Atompraxis 16 Heft 4, 1970

/44/E. Schönfeld

Vergleichende dynamische Untersuchungen an einem  
natriumbeheizten Zwangsdurchlauf Dampferzeuger für  
moderne Kernkraftwerke.

Kernforschungszentrum Karlsruhe, Bericht KFK-955, 1969



/45/J. Knowles, A. Robins

Heat transfer regimes and transitions in boiler dynamics models.

BNES Conference, London 1973 (voir /2/)

/46/P. Backstadt, K. Solberg

A model for the dynamics of Nuclear Reactors with boiling coolant with a new approach to the vapour generating process.

Kjeller Report KR-121

ou: proceedings Symposium on Two-Phase Flow

Dynamics, Eindhoven, 1967, EUR 4288e

/47/D. Kirsch et all.

Vergleichsrechnungen mit den Programmen BRUCH-D und RELAP-3 zum Kühlmittelverlustunfall eines 1200 MWe-Druckwasserreaktors.

Kernforschungs Zentrum Karlsruhe,

Externer Bericht 28/74-1, 1974

/48/W. Rettig et all.

RELAP-3 A computer programm for reactor blow down analysis.

KFK IN-1321, June 1970

/49/H. Karwat, K. Wolfert

BRUCH-D, A digital programm for PWR-blowdown investigations.

Nuclear Engineering and Design 11 (1970) 241-254

/50/T.L. Shang

A dynamic model of once-through supercritical pressure boiler.

Diss.ETHZ Nr.4722, Swiss federal Inst. of techn. 1971

/51/B. Arbenz

Druckverlust und Durchflussstabilität von konvektiv beheizten Gegenstrom-Dampferzeugern.

Diss. ETHZ Nr 4145, Eidg. Tech. Hochschule Zurich, 1968

/52/D.G. ten Wolde

Transient behaviour of nuclear steam generator.

Delft university of technology,

Report WTHD 36, 1972

/53/H. Hess, J. Hooper, S. Organ

Analytical and experimental study of the dynamics of a single-tube counterflow boiler.

Nasa CR-1230, 1969

/54/W. Frisch, E. Schönfeld

Rechenprogramme für die Dynamik und Stabilität eines schnellen Leistungsreaktors.

Kernforschungszentrum Karlsruhe,

Bericht KFK 465, 1966

/55/L. Lapidus, J. Seinfeld

Numerical solution of ordinary differential equations.  
Mathematics in science and engineering, Vol. 74,  
Academic Press, 1971.

/56/J. Lambert

Computational method in ordinary differential equations  
Wiley, 1973.

/57/W. Liniger, R. Willoughby

Efficient integration method for stiff systems of  
ordinary differential equations.  
SIAM, J. Numer. Anal., Vol. 7, No 1, March 1970,  
p. 47 - 66.

/58/J.F. Dupont

PASAPA, une subroutine pour l'intégration numérique de  
systèmes différentiels ordinaires.  
Rapport EIR interne: TM-ST-278, 1973.

/59/P. Lax, B. Wendroff

Com. pure appl. Math., vol. 13, p. 217, 1960 et  
vol. 17, p. 381, 1964.

/60/W. Ames

Numerical methods for partial differential equations.  
Nelson 1969.

/61/A. Gourlay, J. Morris

Finite difference methods for non linear hyperbolic  
systems.  
Mathematics of computation, Vol. 22, p. 28, 1968.

/62/J. Leuenberger

Berechnung der thermodynamischen Stoffwerte von Natrium.

Rapport interne TM-ST-266, 1972, EIR-Würenlingen.

/63/J.C. Mayor

DIFFIT, un programme pour l'approximation polynômiale au sens des moindres carrés.

Communication privée.

/64/R. Kehlhofer

NORMZG, une variante de NORMZF

Techn. Memo Nr. 65, EIR-Würenlingen, 1974

et

J. Patry

Programm NORMZF für die Ausgleichrechnung mit einem Polynom von zwei Variablen

Int. Bericht TM-RZ-41, EIR-Würenlingen, 1966.

/65/R.B. Harty

MSG Test Report Steady State Operation.

Atomics International, Report TR-097-330.003.

/66/A. Bishop

Forced convection heat transfer to superheated steam at high pressure and high Prandtl numbers.

WCAP-2056, part 3A, 1963

/67/H. Graber, M. Rieger

Atomikernenergi, 19 (1972), pp. 23 - 40.

- /68/ 1000 MWe Liquid Metal Fast Breeder Reactor.  
Follow-on Study. Conceptual Design Report.  
Report AI-AEC-12792
- /69/ Handbook of Heat Transfer  
Mc. Graw-Hill, 1973
- /70/ D. Le Febve de Vivy  
Dynamique des températures d'une paroi. Fonctions  
de transfert et courbes de référence.  
Revue générale de thermique no. 49, janvier 66,  
pp. 21 - 31
- /71/ D. Le Febve de Vivy  
Dynamique et contraintes thermiques d'une paroi.  
Fonctions de transfert et courbes de références.  
Revue générale de thermique no. 78, juin 68,  
pp. 619 - 628
- /72/ F. Läubli  
Zum Problem der Nachbildung des dynamischen Verhal-  
tens von Dampferzeugern auf Analogie-Rechenmaschinen.  
Sulzer Technische Rundschau vol. 43, no. 2, 1961,  
pp. 35 - 42.



C U R R I C U L U M   V I T A E

Nom	DUPONT
Prénom	Jean-François
Parents	Marcel Dupont, maître charpentier et Olga, née Siberino
Lieux et date de naissance	Lausanne, le 30 mars 1945
Nationalité	Suisse
Commune d'origine	Puidoux et Vevey, Vaud
Etat civil	marié à Irène née Ducommun deux enfants : Aline (1970) et Véronique (1972)

ETUDES

1951-1956	Ecole primaire à Lausanne
1956-1961	Collège scientifique cantonal, Lausanne Certificat d'études secondaires en 1961
1961-1963	Gymnase scientifique cantonal, Lausanne Maturité fédérale et baccalauréat ès sciences en 1963
1963-1968	Ecole polytechnique de l'Université de Lausanne (maintenant EPF-L), diplôme d'ingénieur-physicien, janvier 1968 (section génie atomique, prof. B. Vittoz)

ACTIVITE PROFESSIONNELLE

1968-1971	Ingénieur-physicien à l'EIR-Würenlingen, département des études (ST), groupe de dynamique et sécurité
-----------	---





1971-1978

Chef du groupe de dynamique et sécurité  
département des études, EIR.

Travaux du groupe :

- Analyse du comportement dynamique (études de réglage et d'accident) de centrales nucléaires refroidies avec du gaz en cycle direct (projets GCFR et HHT),
- Développements de méthodes pour l'analyse de transitoires rapides dans les cycles à turbine à gaz, études d'accidents hypothétiques,
- Analyse du comportement dynamique du générateur de vapeur d'une centrale LMFBR,
- Analyses de risques et de fiabilité de systèmes nucléaires,
- Prestations de services pour des clients externes dans les domaines de la dynamique, du risque et de la fiabilité.

#### PUBLICATIONS

The rapid loss of pressure in a GCFR plant using a direct cycle.  
J.-F. Dupont, G. Sarlos, A. Tiberini  
Trans. Amer. Nucl. Soc. 15 (1972) 849.

Dynamic studies of gas turbine fast reactor  
G. Sarlos, J.H. Broido, J.-F. Dupont, P.L. Telleschi, A. Tiberini  
BNES International Conference on Nuclear Gas Turbines, London,  
April 1970, EIR Report 191 (1970).

PLAYGAS, a computer code for the transient analysis of nuclear  
gas turbine power plants  
J.-F. Dupont, G. Cina, M. Dang  
1st European Nuclear Conference, April 1975, Paris und EIR-Bericht Nr. 284, Juli 1975.

TUGSIM-10, a computer code for transient analysis of closed gas  
turbine cycles and specific applications  
J.-F. Dupont, P. Jeanmonod, H.U. Frutschi  
Nuclear Engineering and Design 40 (1977) 421-430.

The rapid depressurisation of a compressible fluid : comparison  
of usual 1-D numerical analyses and a 2-D experiment based on  
the shallow water analogy  
M.Dang, J.-F. Dupont, H. Weber  
EIR-Bericht Nr. , 1978 (à paraître)



Rapports internes EIR (sélection)

Dynamique d'un gaz compressible

J.-F. Dupont

TM-ST-200, 28.1.1970

Flow in a Laval nozzle

J.-F. Dupont

TM-ST-249, 20.9.1971

Modèle mathématique de TUGSIM-10 pour la simulation d'une centrale GCFR avec cycle direct à gaz

J.-F. Dupont, R. Jeanmonod

TM-ST-252, 2.11.1971

PASAPA, une subroutine pour l'intégration numérique de systèmes différentiels ordinaires

J.-F. Dupont

TM-ST-278, 20.12.1972

Störfallanalyse, Abschlussbericht der Phase I des HHT-Projektes

J.-F. Dupont, G. Cina, M. Dang

TM-ST-367, TM-HHT-59

HHT 3x350 MW-Anlage, Regelverhalten, Abschlussbericht der Phase I

J.-F. Dupont, G. Cina, R. Kehlhofer

TM-ST-371, TM-HHT-64, 8.9.1975

Die Sicherheitsproblematik einer HHT-Anlage : eine Skizzierung

J.-F. Dupont

AN-ST-201, AN-HHT-97, 17.5.1976

Simulation numérique du comportement dynamique d'un générateur de vapeur

J.-F. Dupont

TM-ST-429, 30.9.1976

Verhalten des Gasdruckes in der thermischen Isolation eines Hochtemperaturreaktors nach einer raschen Druckentlastung

J.-F. Dupont, H. Weber

TM-ST-490, TM-HHT-142, 7.7.1977



**INFLUENCE DU DEGRE DE SIMPLIFICATION DU  
MODELE DE L'HYDRODYNAMIQUE DIPHASIQUE  
SUR LE COMPORTEMENT DYNAMIQUE SIMULE  
D'UN GENERATEUR DE VAPEUR**

**VOLUME II**

**THÈSE No 311 (1978)**

**PRÉSENTÉE AU DÉPARTEMENT DE MÉCANIQUE**

**ÉCOLE POLYTECHNIQUE FÉDÉRALE DE LAUSANNE**

**POUR L'OBTENTION DU GRADE DE DOCTEUR ÈS SCIENCES TECHNIQUES**

**PAR**

**JEAN-FRANÇOIS DUPONT**

**Ingénieur - physicien EPFL  
originaire de Puidoux et Vevey**

**acceptée sur proposition du jury:**

**Prof. P. Suter, rapporteur  
Prof. G. Sarlos, corapporteur  
M. D. M. Le Febvre, corapporteur**



ANNEXE

Illustrations des expériences numériques


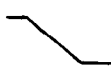
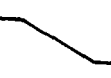
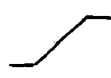

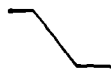





INFLUENCE DU DEGRE DE SIMPLIFICATION DU  
MODELE DE L'HYDRODYNAMIQUE DIPHASIQUE  
SUR LE COMPORTEMENT DYNAMIQUE SIMULE  
D'UN GENERATEUR DE VAPEUR

VOLUME II

	<u>page</u>
<u>ANNEXE:</u> Illustrations des expériences numériques	2
<u>APPENDICE 1:</u> Discrétisation spatiale du modèle de référence	A1-1
<u>APPENDICE 2:</u> Méthode d'intégration numérique des équations différentielles	A2-1
<u>APPENDICE 3:</u> Approximation numérique des dérivées partielles $D_{\rho p}$ et $D_{\rho i}$	A3-1
<u>APPENDICE 4:</u> Corrélations pour le transfert de chaleur	A4-1
<u>APPENDICE 5:</u> Approximation polynomiales des propriétés thermophysiques du sodium liquide	A5-1
<u>APPENDICE 6:</u> Profils spatiaux des principaux états stationnaires numériques	A6-1



EXPERIENCES NUMERIQUES ET FIGURES CORRESPONDANTES

Exp. num. no.	Perturbation (1)	Etat stat. init. (2)	Paramètre varié du modèle (3)	Variables illustrées (4)	Fig. no.
I	 $P_{2,S}$	S	hydr. 2-ph 1,2,3 éq.diff.	var.standard profils $\dot{m}, p$ CM 1-3 CE 1-4 CQ 1-5	1 1b 2a 2b 2c
2	 $P_{2,S}$	S	hydr. 2-ph 1,2,3 éq.diff.	var.standard CM 1-3 CE 1-4 CQ 1-5	3 4a 4b 4c
3	 $P_{2,S}$	S	$dp/dt$ dans mo- dèle 1 éq.diff.	$\dot{m}_{2,S}, P_{2,E}$	5
4	 $P_{2,S}$	S	hydr. 2-ph 1,2,3 éq.diff.	var.standard	6
5	 $P_{2,S}$	$X_S = .16$	hydr. 2-ph 1,2,3 éq.diff.	var.standard $M, M_g, \int \Delta \dot{m} dt$ $M, M_g, \int \Delta \dot{m} dt$ {	7 7a
5b	 $P_{2,S}$				7b 7b1-4
6	 $\dot{m}_{2,E}$	S	hydr. 2-ph 1,2,3 éq.diff.	var.standard	8
7	 $\dot{m}_{2,E}$	S	hydr. 2-ph 1,2,3 éq.diff.	var.standard	9
8	 $T_{2,E}$	S	hydr. 2-ph 1,2,3 éq.diff.	var.standard	10
9	 $\dot{m}_1$	S	hydr. 2-ph 1,2,3 éq.diff.	var.standard	11
10	 $T_{1,E}$	S	hydr. 2-ph 1,2,3 éq.diff.	var.standard profils $\dot{m}$ CM 1-3 CE 1-4 CQ 1-5	12 12b 13a 13b 13c

(1) chap. 4.1.2





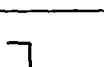
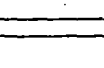
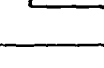
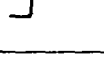
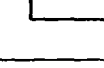

(3) chap. 4.1.1

(2) chap. 4.1.4

(4) chap. 4.1.5


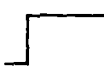
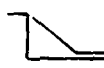

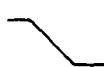

suite →

EXPERIENCES NUMERIQUES ET FIGURES CORRESPONDANTES (SUITE 1)

Exp. num. no.	Perturbation	Etat stat. init.	Paramètre varié du modèle	Variables illustrées	Fig. no.
11	 $p_{2,S}$	S	glissement + hydr. 2-ph	var.standard	14
12	 $p_{2,S}$	$x_S=.16$	glissement	var.standard	15
13	 $p_{2,S}$	$p=40\text{bar}$ $x_S=.45$	glissement	var.standard	16
14	 $T_{1,E}$	S	glissement	var.standard	17
15	 $T_{1,E}$	$x_S=.16$	glissement	var.standard	18
16	 $p_{2,S}$	S	transf. chaleur	var.standard	19
17	 $\dot{m}_1$	S	transf. chaleur	var.standard	20
18	 $T_{1,E}$	S	transf. chaleur	var.standard	21
19	 $p_{2,S}$	S	paroi $\Delta\dot{Q}_{p2}$ effet de peau	var.standard + $p_{2,7}$ , $T_{2,7}$ CE 1-4	22 23
20	 $p_{2,S}$	S	paroi $\Delta\dot{Q}_{p2}$ effet de peau	var.standard + $p_{2,7}$ , $T_{2,7}$ CE 1-4	24 25

suite →

EXPERIENCES NUMERIQUES ET FIGURES CORRESPONDANTES (SUITE 2)

Exp. num. no.	Perturbation	Etat stat. init.	Paramètre varié du modèle	Variables illustrées	Fig. no.
21	 $p_{2,S}$	S	inertie paroi	var.standard	26
22	 $\dot{m}_1$	S	inertie paroi	var.standard	27
23	 $T_{1,E}$	S	inertie paroi	var.standard	28
24	 $p_{2,S}$	S	discrétisation spatiale $\Delta z$	var.standard profils $\dot{m}, p$  CM 1-3 $z=9.6$ m CE 1-4       " CQ 1-5       " CQ 1-5 $z=14.4$ m	29 30a 30b  31a 31b 31c 31d
25	 $p_{2,S}$	S	discrétisation spatiale $\Delta z$	CQ 1-5 $z=9.6$ m	32
26	 $T_{1,E}$	S	discrétisation spatiale $\Delta z$	var.standard profils T	33 34

REPONSE A UN SAUT NEGATIF DE LA PRESSION DE VAPEUR DE 178,9 A 170 BAR (-8,9 BAR)

influence du modèle d'hydrodynamique diphasique

- 3 éq. diff./noeud (i,p,m)
- - - 2 éq. diff./noeud (i,p)
- ..... 1 éq. diff./noeud (i)

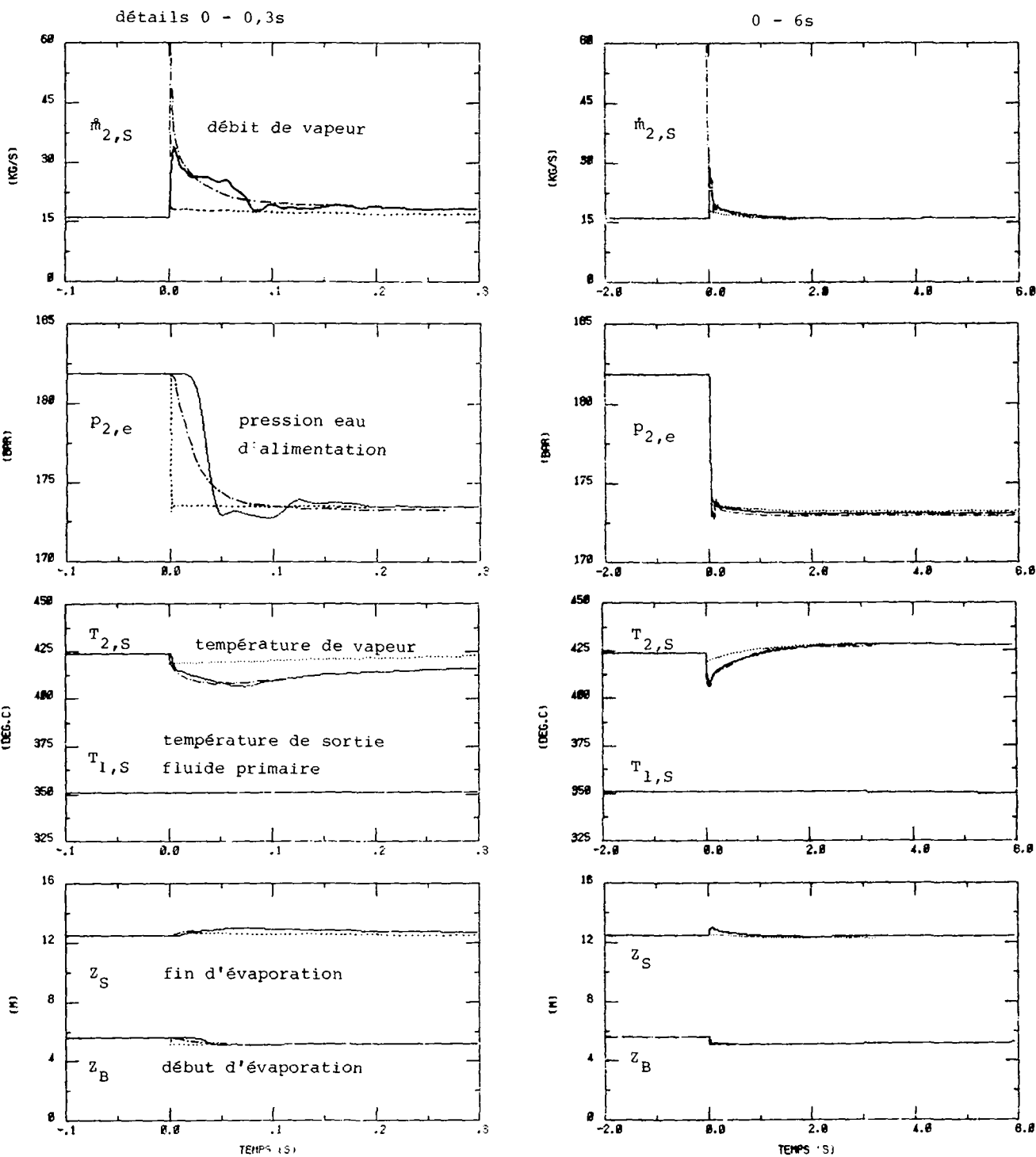


FIG. 1b  
(SUITE 1)

modèle de l'hydrodynamique diphasique: 2 éq. diff./noeud

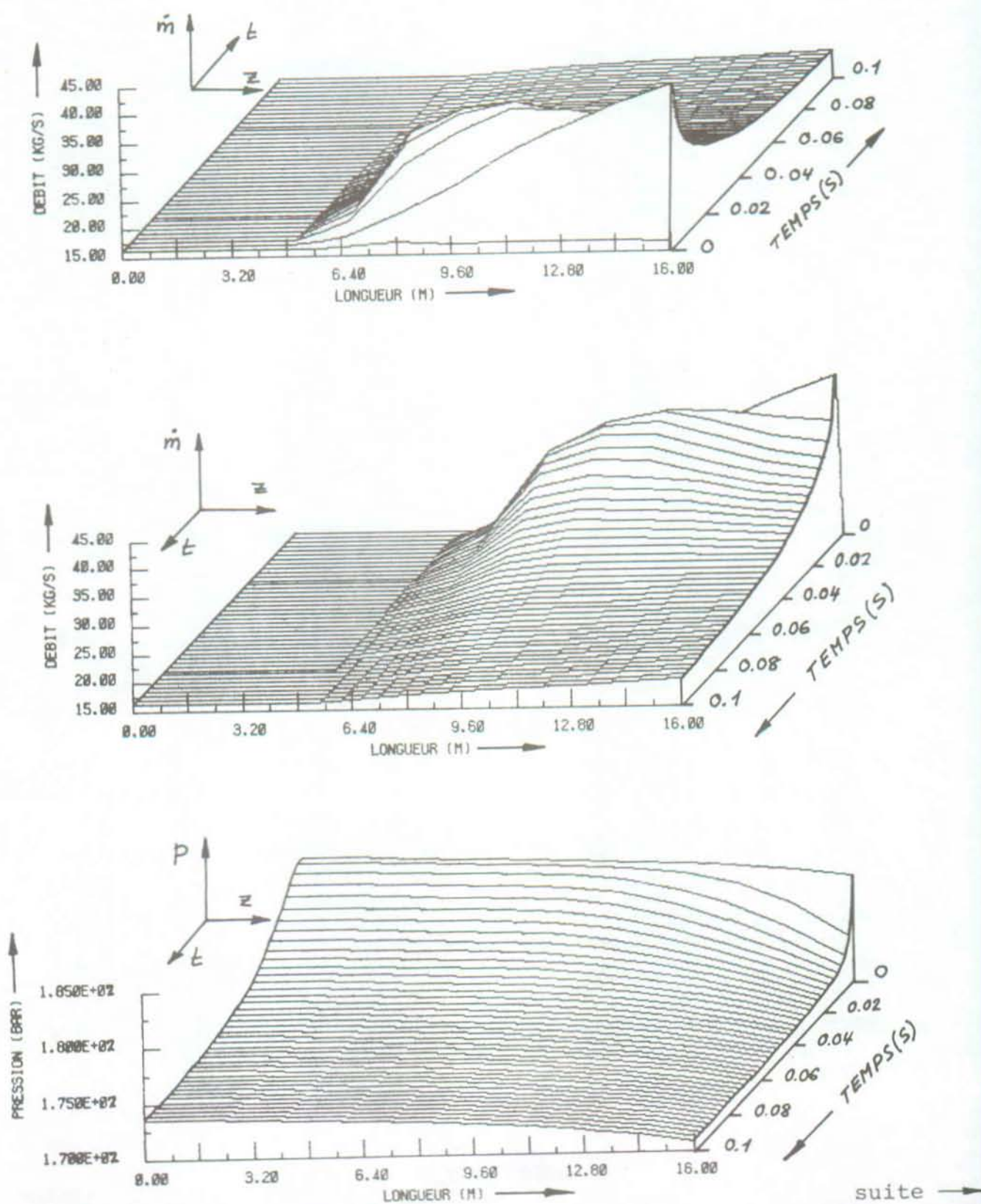


FIG. 1b  
(SUITE 1)

modèle de l'hydrodynamique diphasique: 2 éq. diff./noeud

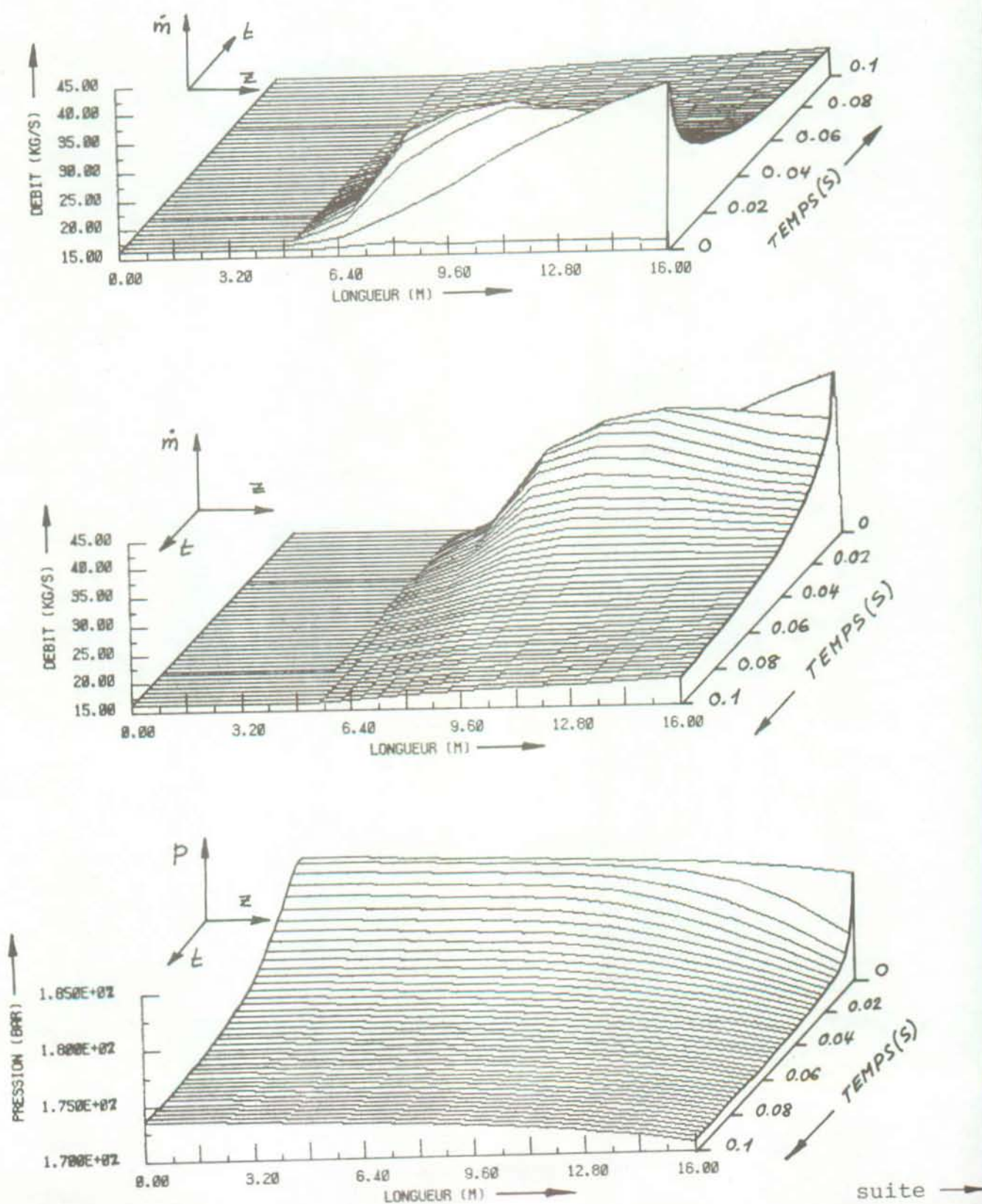
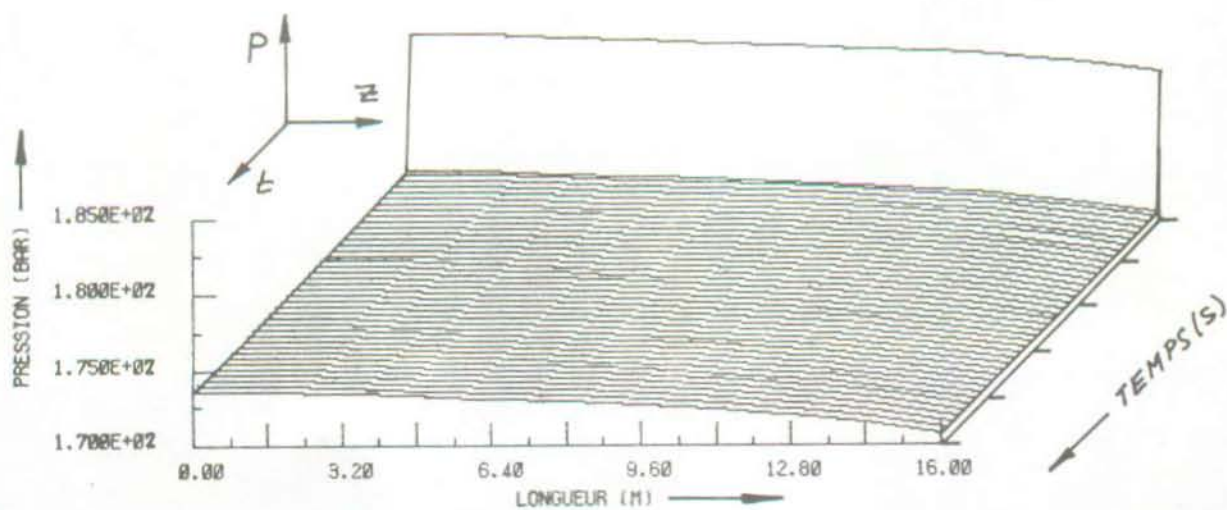
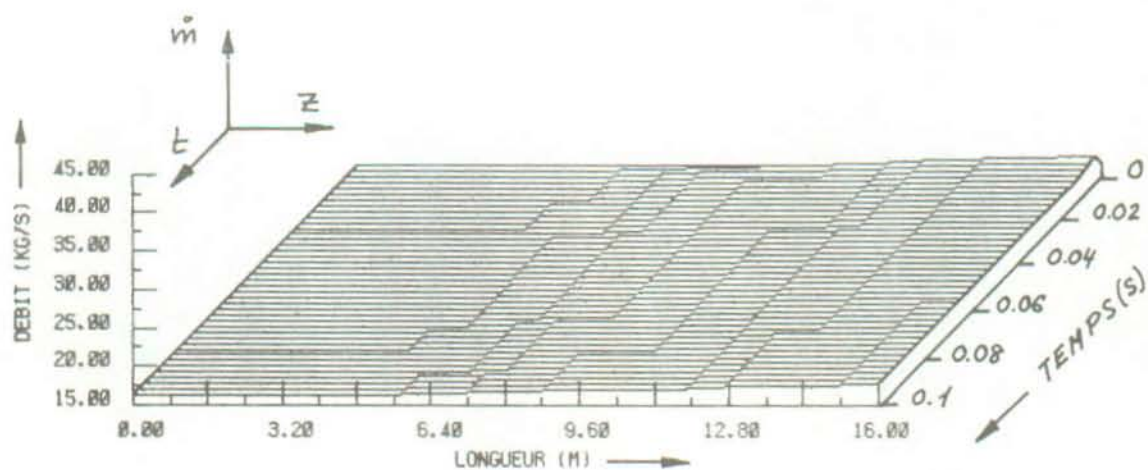
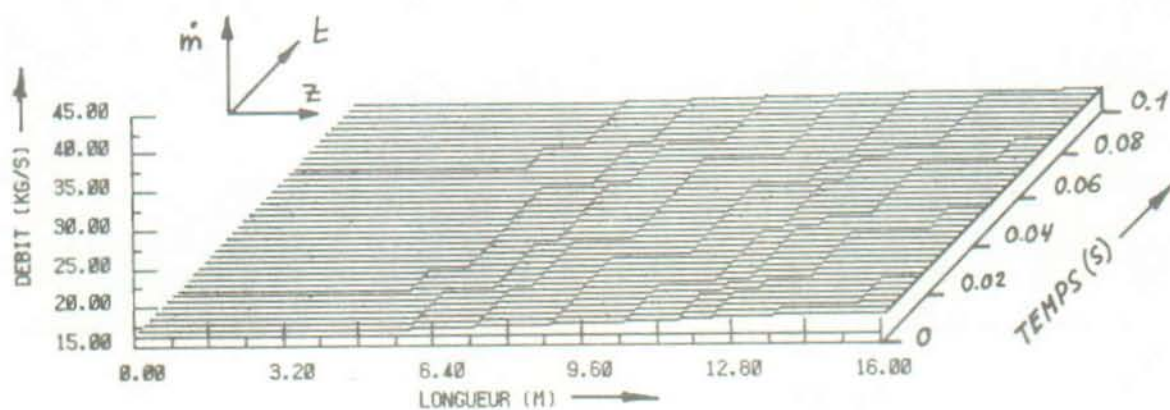




FIG. 1b  
(SUITE 2)

modèle de l'hydrodynamique diphasique: 1 éq. diff./noeud



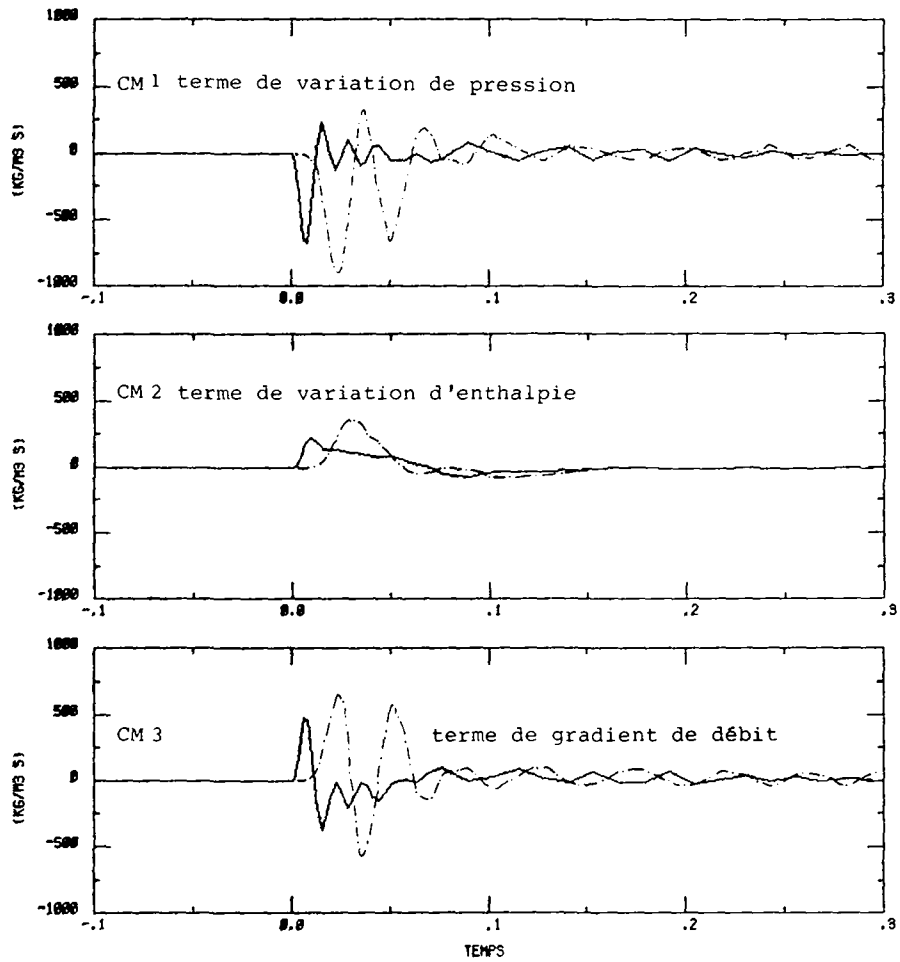
REPONSES A UN SAUT NEGATIF DE LA PRESSION DE VAPEUR DE 178,9 A 170 BAR  
(-8,9 BAR)

comportement des termes de l'équation de conservation de masse

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} - \frac{1}{A} \frac{\partial \dot{m}}{\partial z} = 0 \quad \text{ou} \quad \underbrace{\frac{\partial \rho}{\partial p} \frac{\partial p}{\partial t}}_{\text{CM1}} + \underbrace{\frac{\partial \rho}{\partial i} \frac{\partial i}{\partial t}}_{\text{CM2}} + \underbrace{\frac{1}{A} \frac{\partial \dot{m}}{\partial z}}_{\text{CM3}} = 0$$

— noeud 10  $z = 14,4 \text{ m}$

- - - - - noeud 7  $z = 9,6 \text{ m}$





REPONSES A UN SAUT NEGATIF DE LA PRESSION DE VAPEUR DE  
178,9 A 170 BAR (-8,9 BAR)

comportement des termes de l'équation de conservation d'énergie

$$\underbrace{\rho \frac{\partial i}{\partial t}}_{\text{CE 1}} - \underbrace{\frac{\partial p}{\partial t}}_{\text{CE 2}} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial z} (\rho v_{ml} i)}_{\text{CE 3}} - \underbrace{\frac{1}{A} \frac{\partial \dot{m}}{\partial z}}_{\text{CE 4}} - \dot{q} = 0$$

CE 1

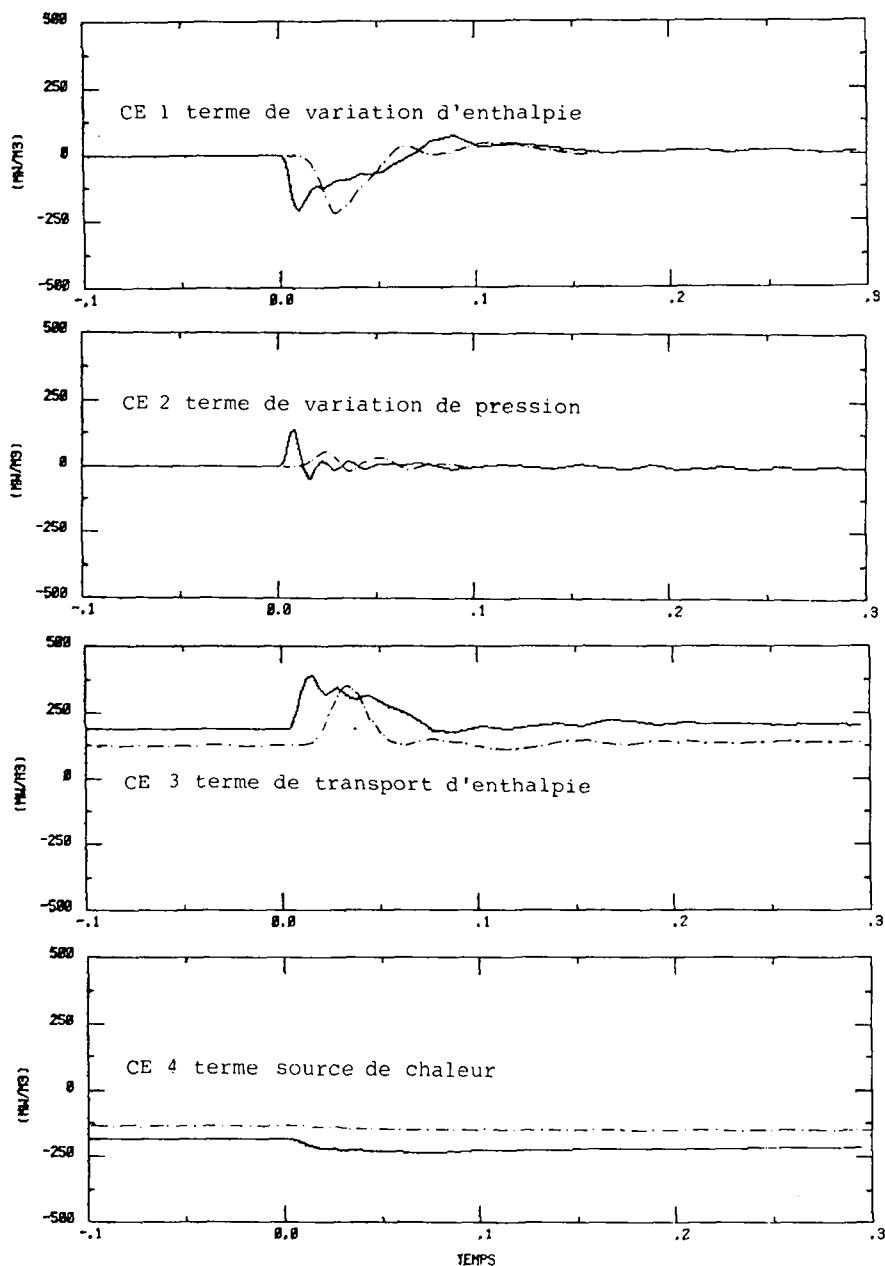
CE 2

CE 3

CE 4

— noeud 10 z = 14,4 m

- - - - - noeud 7 z = 9,6 m



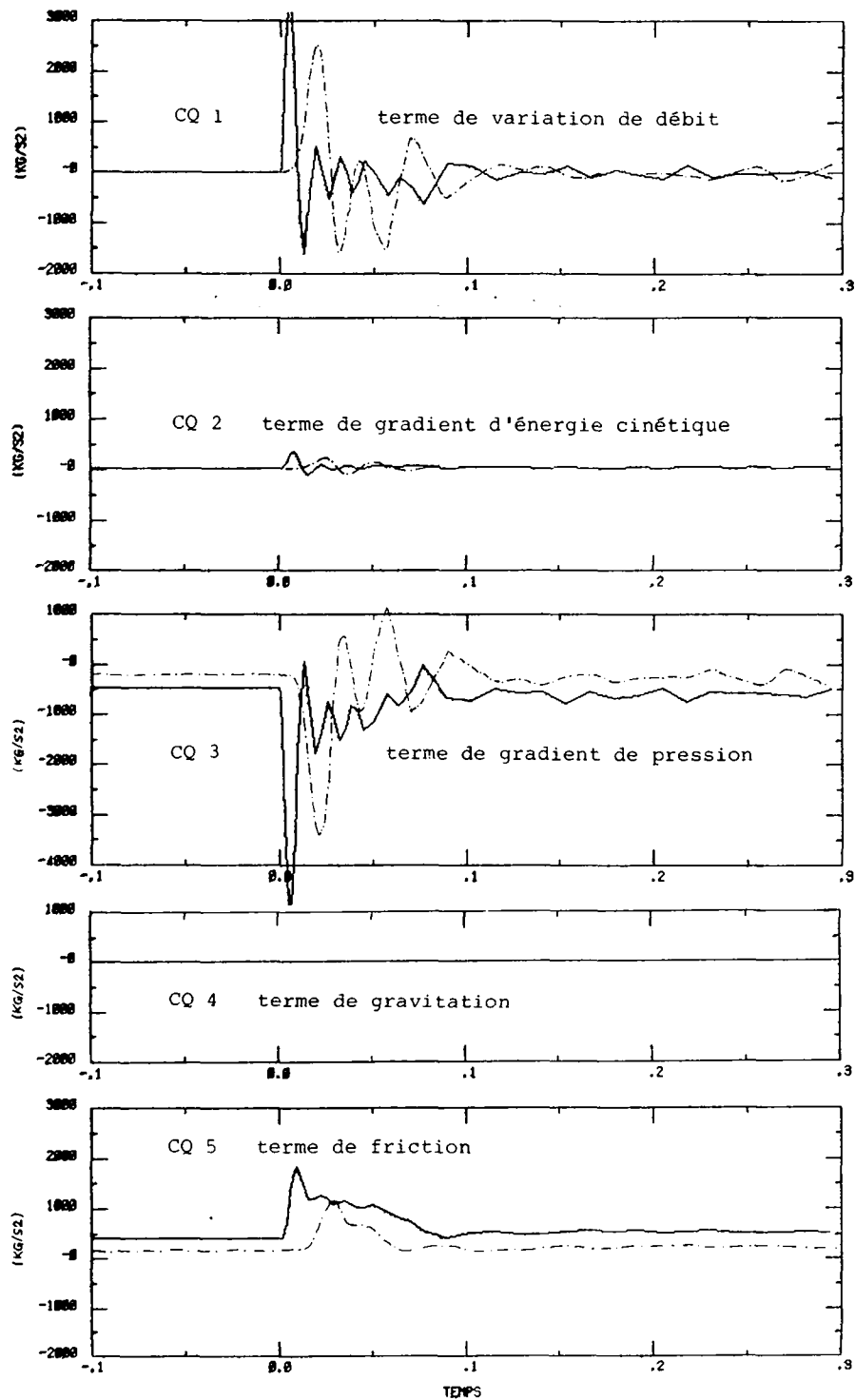
REPONSES A UN SAUT NEGATIF DE LA PRESSION DE VAPEUR DE  
178,9 A 170 BAR (-8,9 BAR)

comportement des termes de l'équation de conservation de quantité  
de mouvement

$$\underbrace{\frac{\partial \dot{m}}{\partial t}}_{\text{CQ 1}} + A \underbrace{\frac{\partial}{\partial z} (\rho v^2)}_{\text{CQ 2}} + A \underbrace{\frac{\partial p}{\partial z}}_{\text{CQ 3}} + \underbrace{A \rho g \cos \theta}_{\text{CQ 4}} + A \underbrace{\frac{\partial p_{fr}}{\partial z}}_{\text{CQ 5}} = 0$$

— noeud 10 z = 14,4 m

- - - - - noeud 7 z = 9,6 m



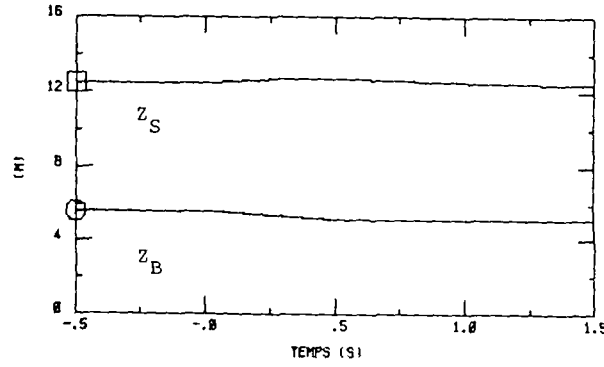
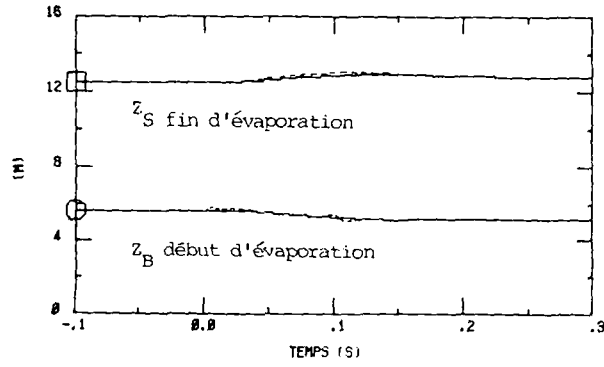
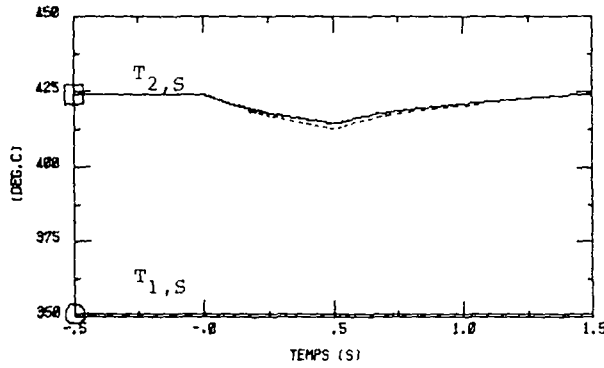
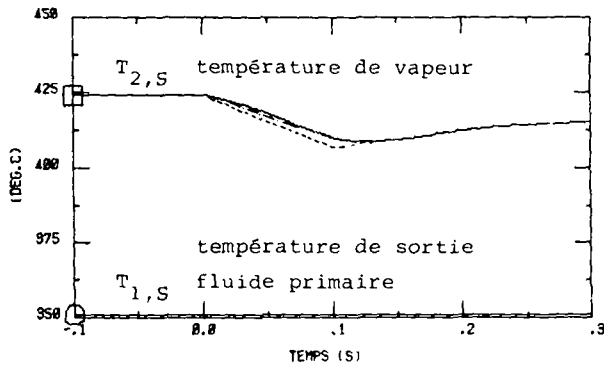
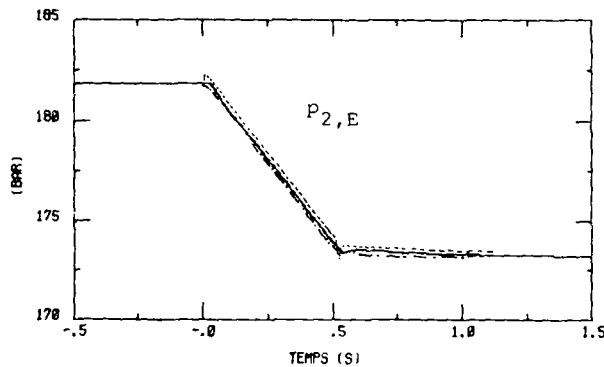
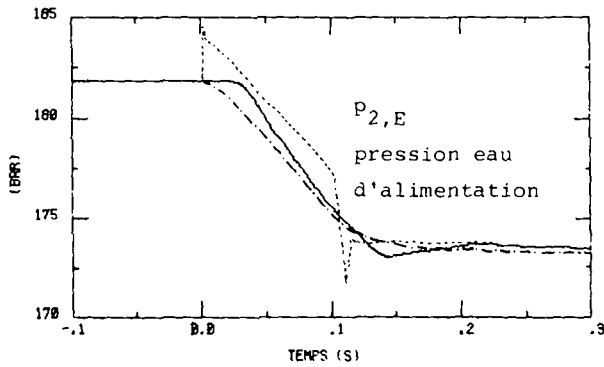
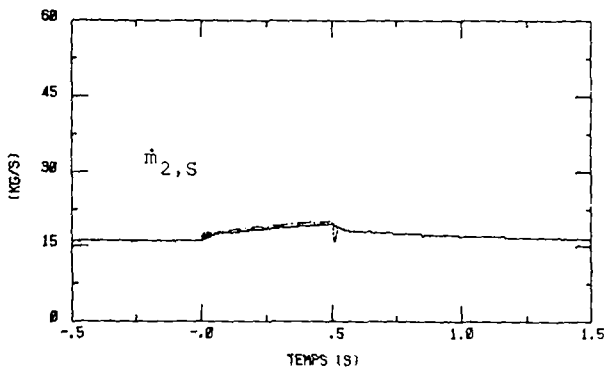
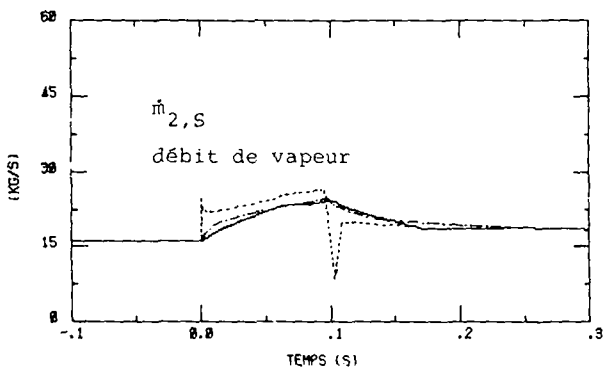
REPNSES A DES RAMPES NEGATIVES DE LA PRESSION DE VAPEUR DE 178,9 A 170 BAR (-8,9 BAR)

influence du modèle d'hydrodynamique diphasique:

- 3 éq. diff./noeud (i,p,m)
- - - 2 éq. diff./noeud (i,p,)
- ..... 1 éq. diff./noeud (i)

durée de la rampe : 0,1s

durée de la rampe : 0,5s



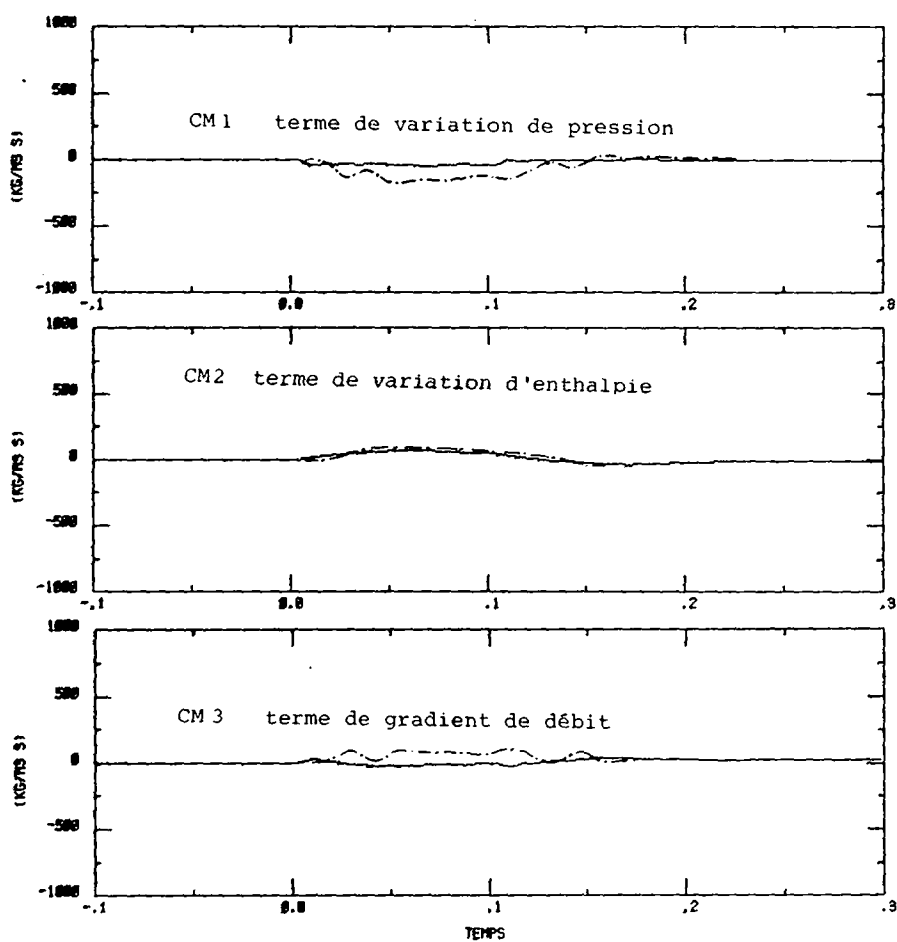
REPONSES A UNE RAMPE NEGATIVE DE LA PRESSION DE VAPEUR DE  
178,9 A 170 BAR (-8,9 BAR) EN 0,1 S.

comportement des termes de l'équation de conservation de masse

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} - \frac{1}{A} \frac{\partial \dot{m}}{\partial z} = 0 \quad \text{ou} \quad \underbrace{\frac{\partial \rho}{\partial p} \frac{\partial p}{\partial t}}_{\text{CM1}} + \underbrace{\frac{\partial \rho}{\partial i} \frac{\partial i}{\partial t}}_{\text{CM2}} + \underbrace{\frac{1}{A} \frac{\partial \dot{m}}{\partial z}}_{\text{CM3}} = 0$$

— noeud 10     $z = 14,4 \text{ m}$

- - - - - noeud 7     $z = 9,6 \text{ m}$



REponses A UNE RAMPE NEGATIVE DE LA PRESSION DE VAPEUR DE  
178,9 A 170 BAR (-8,9 BAR) EN 0,1 S.

comportement des termes de l'équation de conservation d'énergie

$$\underbrace{\rho \frac{\partial i}{\partial t}}_{\text{CE 1}} - \underbrace{\frac{\partial p}{\partial t}}_{\text{CE 2}} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial z} (\rho v_{ml} i)}_{\text{CE 3}} - \underbrace{\frac{i}{A} \frac{\partial \dot{m}}{\partial z}}_{\text{CE 4}} - \dot{q} = 0$$

CE 1

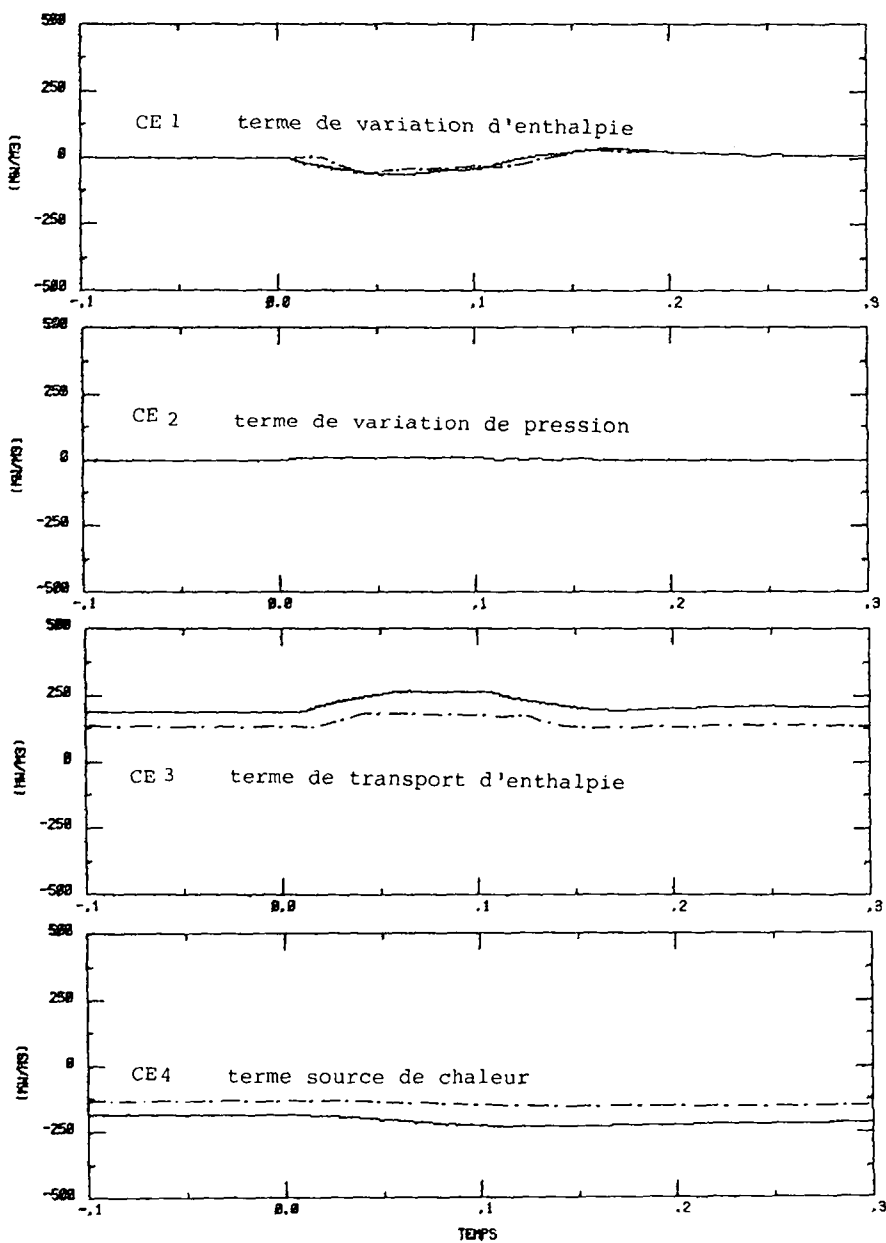
CE 2

CE 3

CE 4

— noeud 10 z = 14,4 m

- - - - - noeud 7 z = 9,6 m



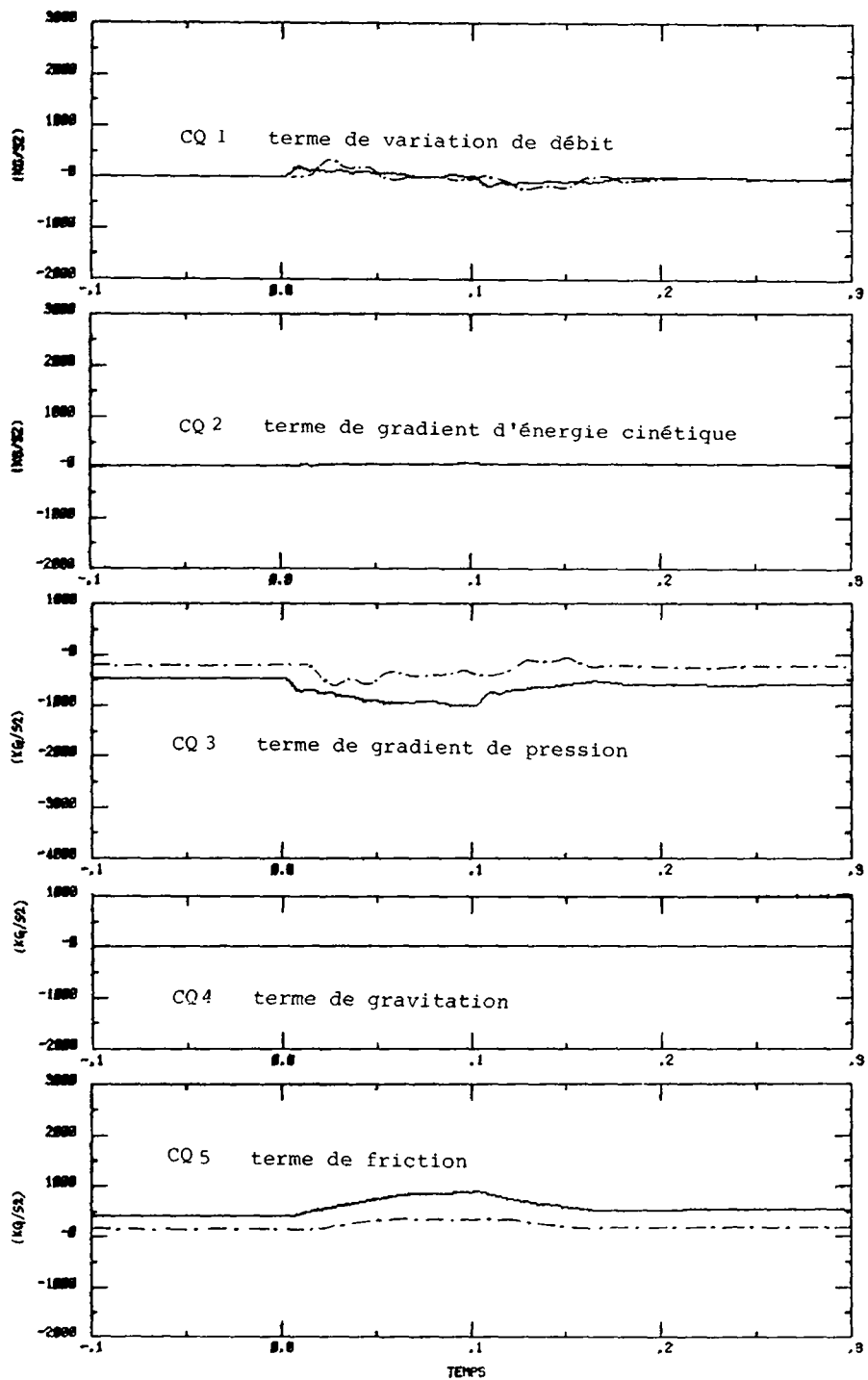
REPONSES A UNE RAMPE NEGATIVE DE LA PRESSION DE VAPEUR DE  
178,9 A 170 BAR (-8,9 BAR) EN 0,1 S.

comportement des termes de l'équation de conservation de quantité  
de mouvement

$$\underbrace{\frac{\partial \dot{m}}{\partial t}}_{\text{CQ 1}} + A \underbrace{\frac{\partial}{\partial z} (\rho v^2)}_{\text{CQ 2}} + A \underbrace{\frac{\partial p}{\partial z}}_{\text{CQ 3}} + \underbrace{A \rho g \cos \theta}_{\text{CQ 4}} + A \underbrace{\frac{\partial p_{fr}}{\partial z}}_{\text{CQ 5}} = 0$$

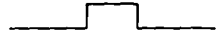



— noeud 10 z = 14,4 m

- - - - - noeud 7 z = 9,6 m



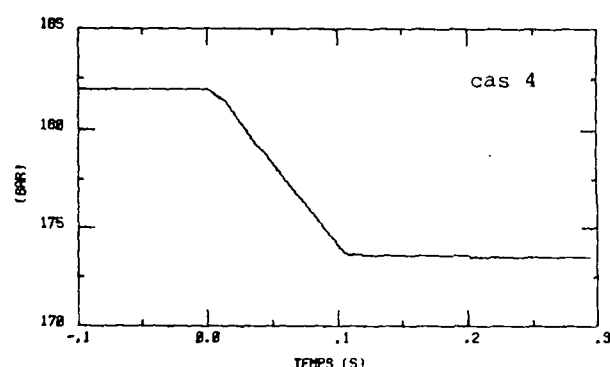
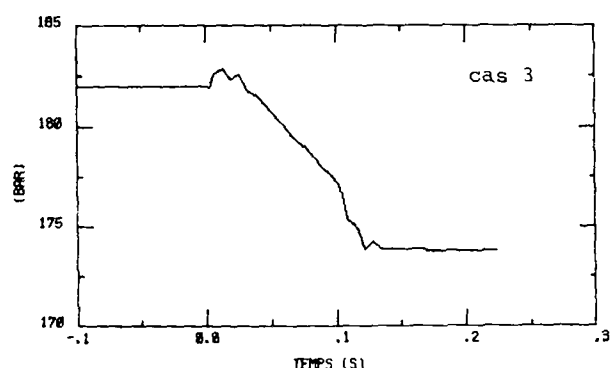
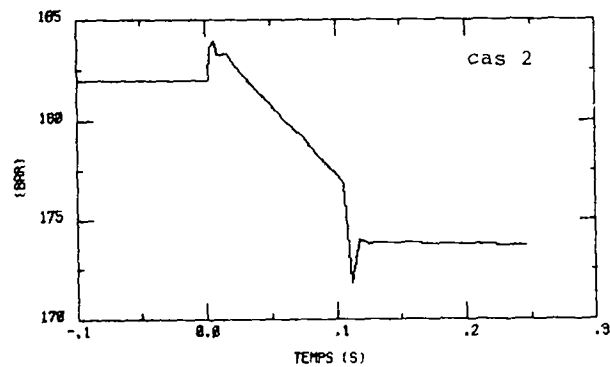
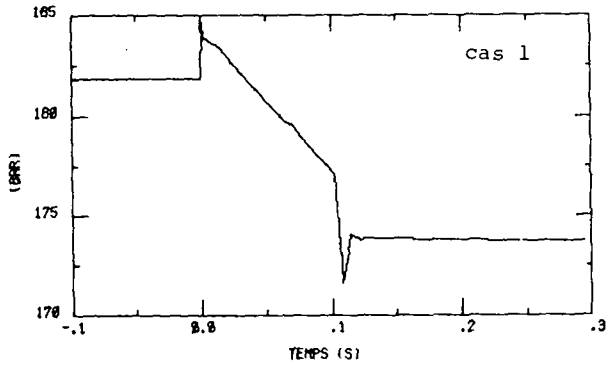
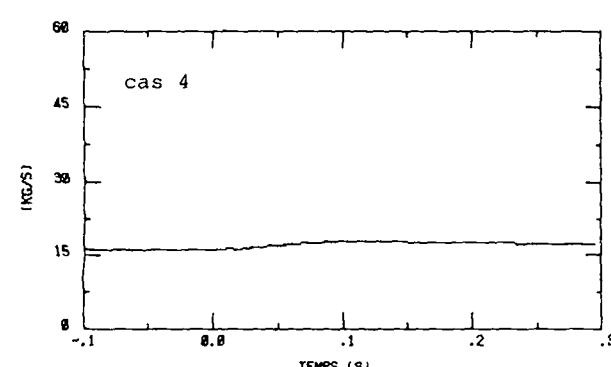
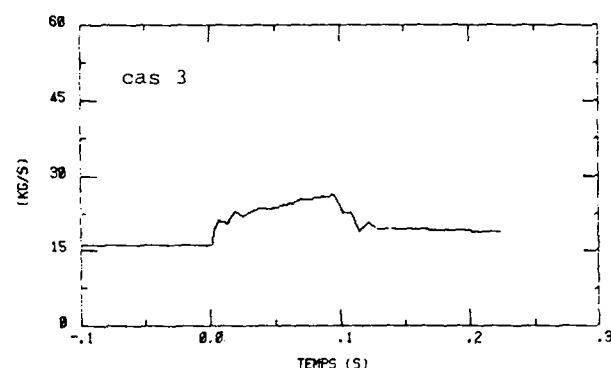
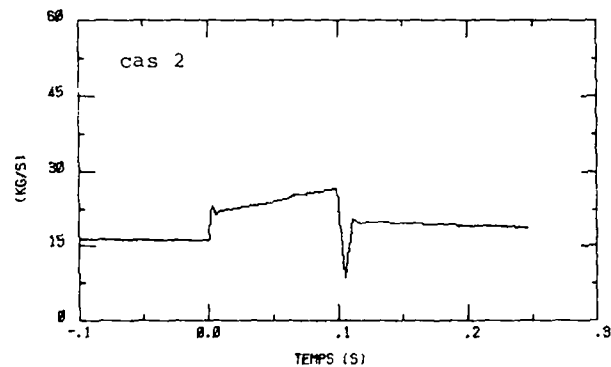
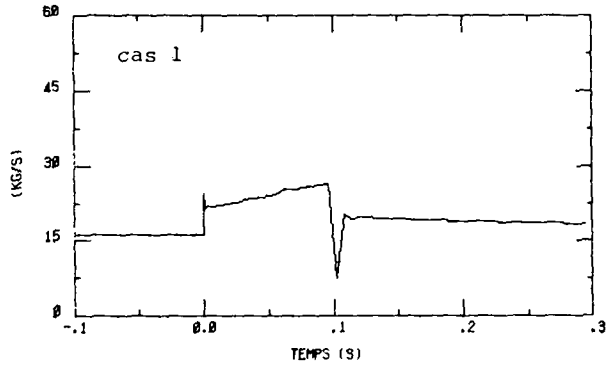
REPONSES A UNE RAMPE NEGATIVE DE LA PRESSION DE VAPEUR DE 178,9 A 170 BAR (-8,9 BAR)  
EN 0,1 S.

influence du terme  $\partial p / \partial t$  introduit comme cond. aux limites dans le modèle  
d'hydrodynamique diphasique à 1 éq. diff./noeud

- cas 1  $\partial p / \partial t$  =  sans atténuation
- cas 2  $\partial p / \partial t$  =  atténuation e  $-50t$
- cas 3  $\partial p / \partial t$  =  atténuation e  $-10t$
- cas 4  $\partial p / \partial t$  =  supprimé

réponses du débit de vapeur

réponses de la pression d'eau  
d'alimentation



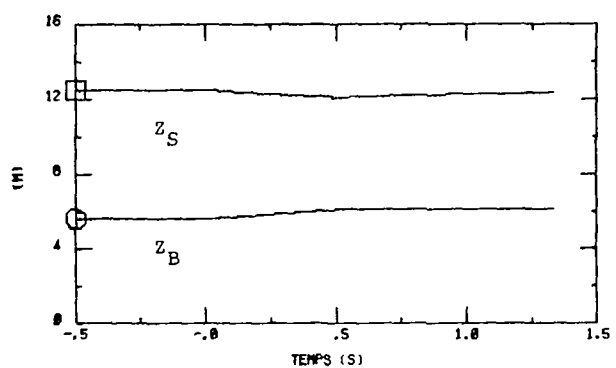
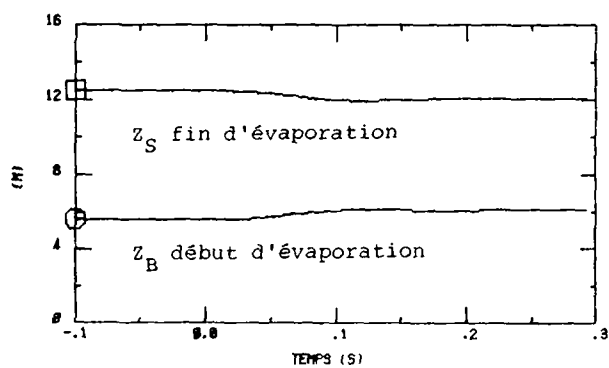
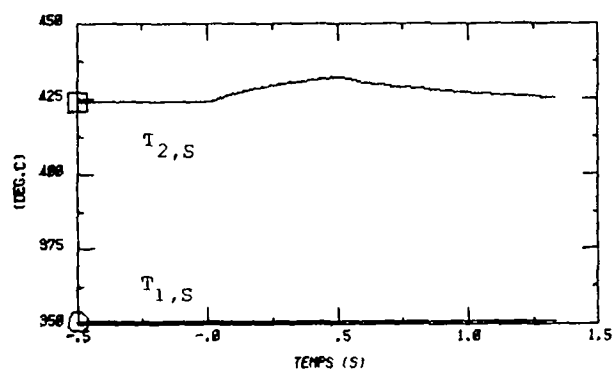
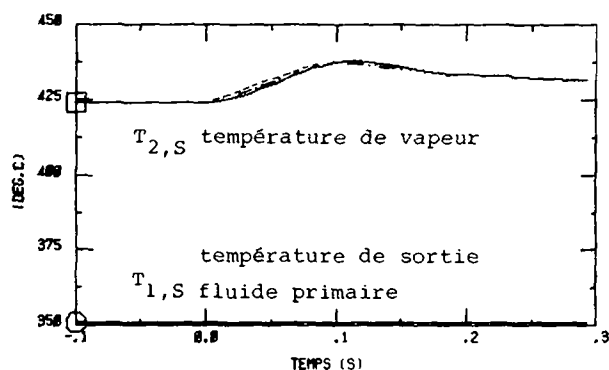
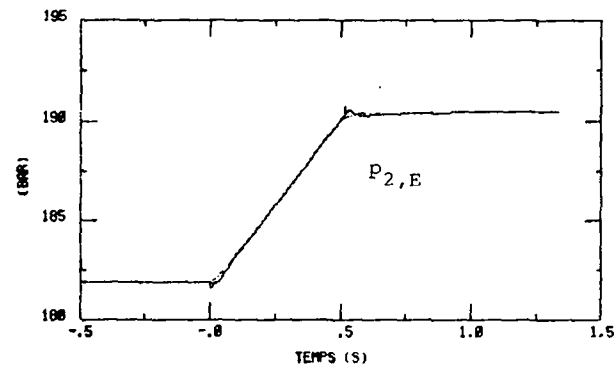
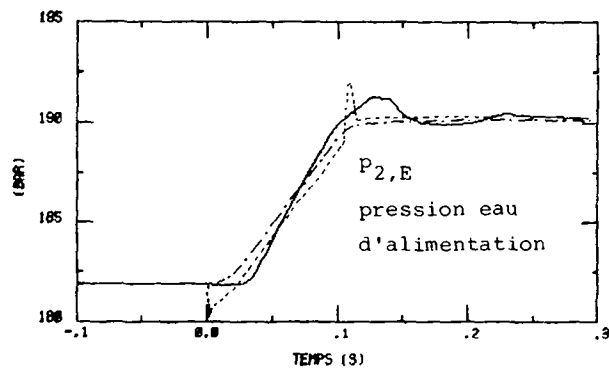
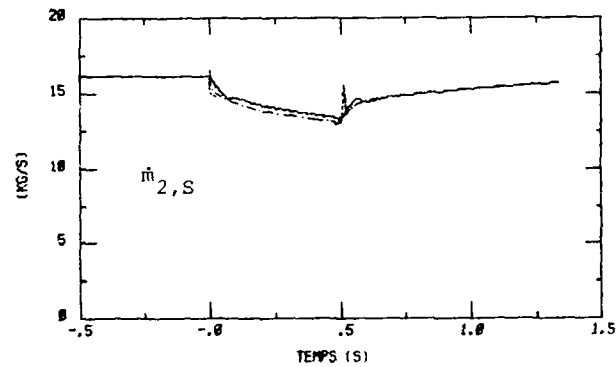
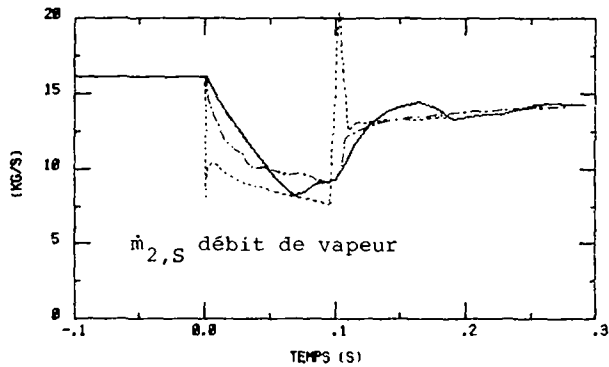
REPNSES A DES RAMPES POSITIVES DE LA PRESSION DE VAPEUR DE 170 A 178.9 BAR (+8,9 BAR)

influence du modèle d'hydrodynamique diphasique:

- 3 éq. diff./noeud (i,p,m)
- .-.-.- 2 éq. diff./noeud (i,p)
- ..... 1 éq. diff./noeud (i)

durée de la rampe : 0,1s

durée de la rampe : 0,5s



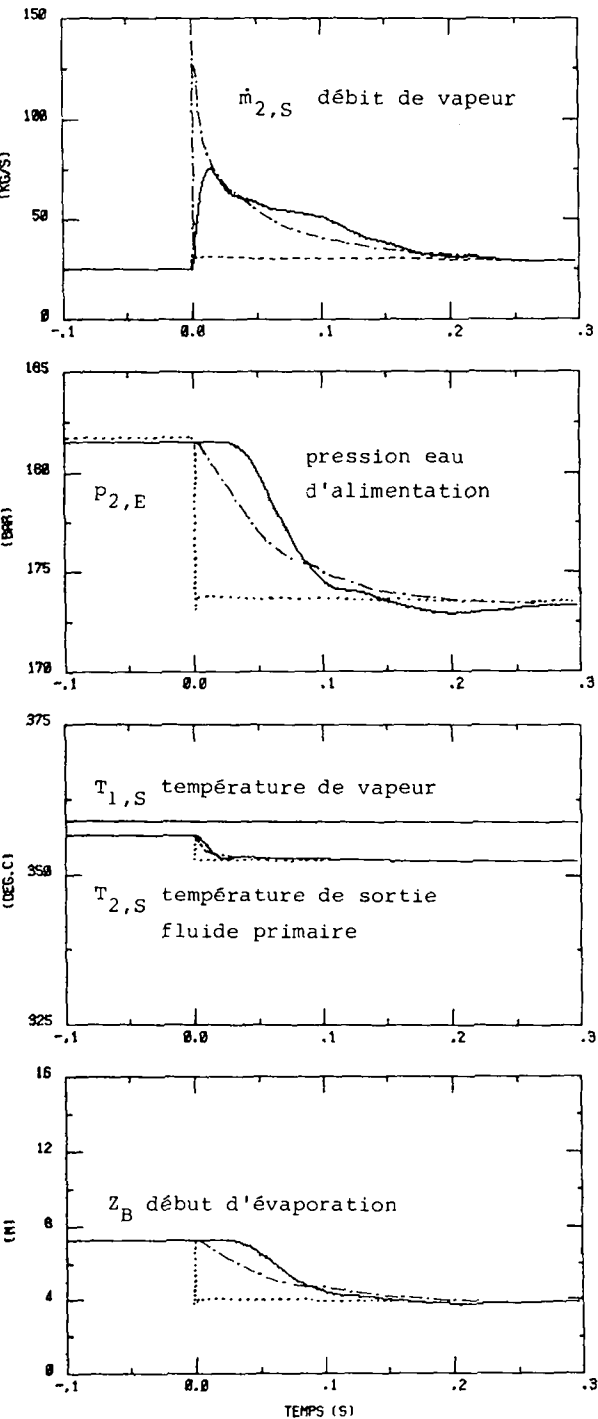


REPNSES A UN SAUT NEGATIF DE LA PRESSION DE VAPEUR DE 178,9 A 170 BAR  
(-8,9 BAR)

ETAT STATIONNAIRE       $X_S = 0,16$

influence du modèle d'hydrodynamique diphasique

- 3 éq. diff./noeud (i,p,m)
- .-.-.- 2 éq. diff./noeud (i,p)
- ..... 1 éq. diff./noeud (i)



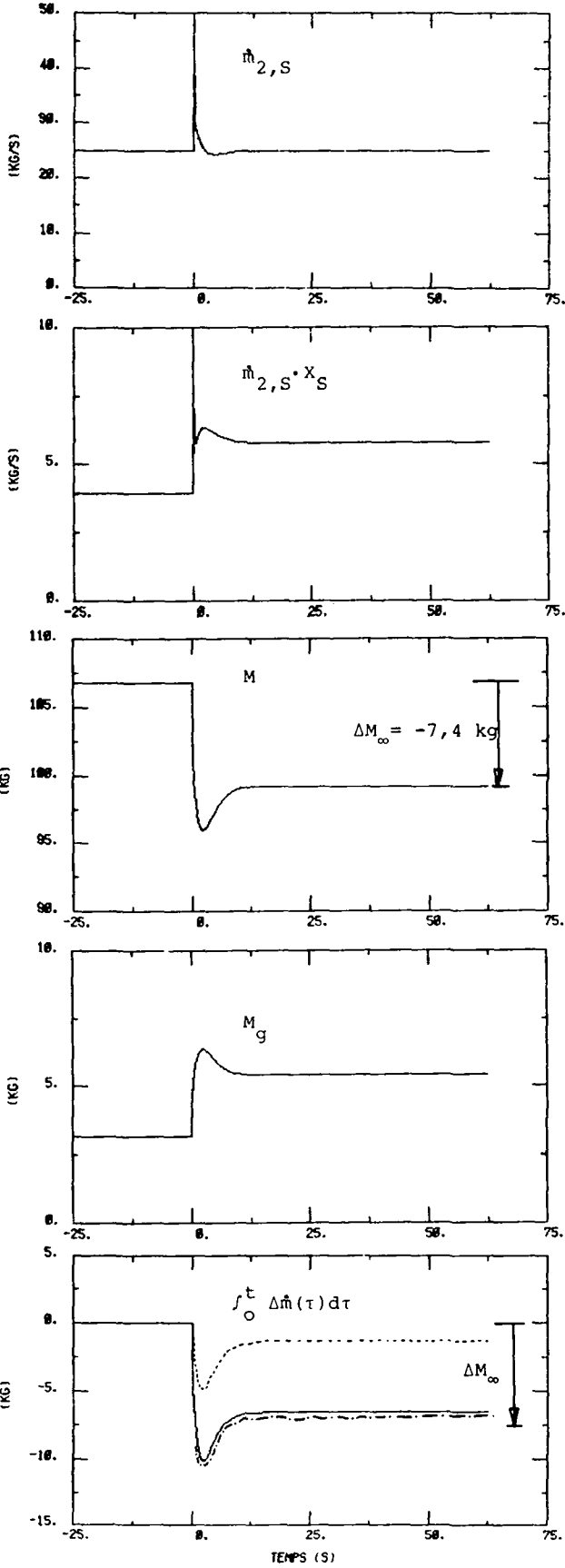
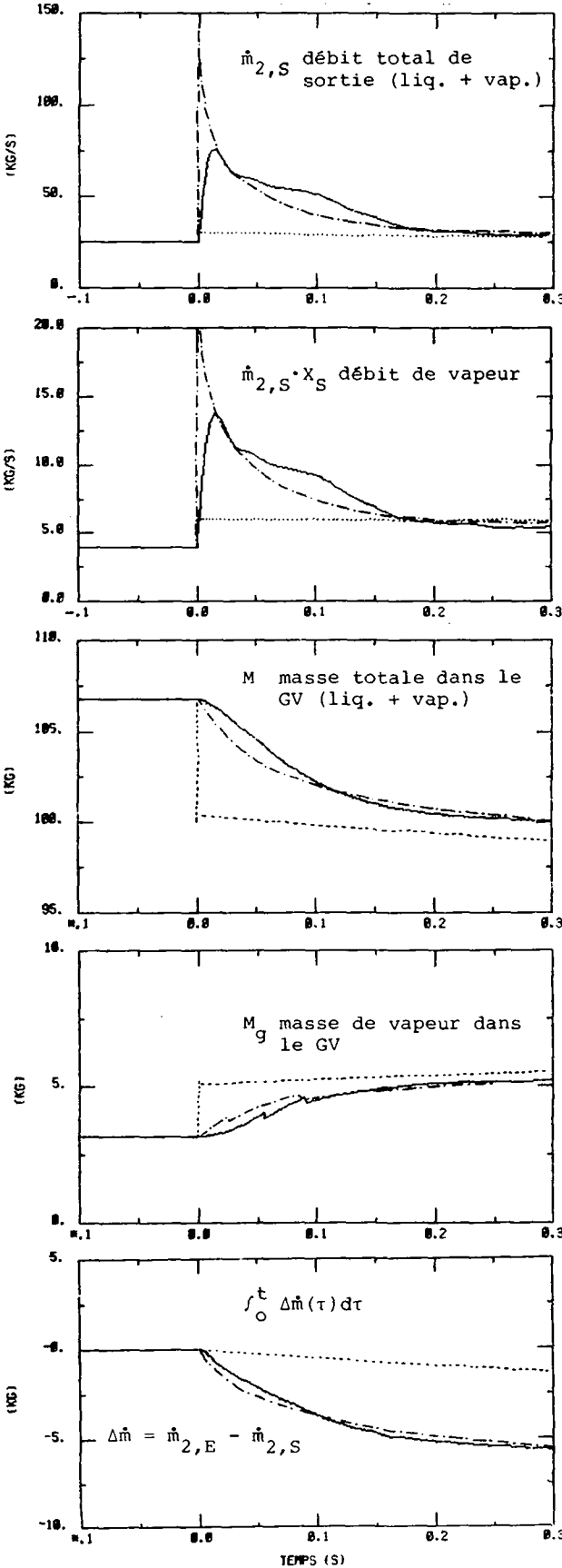
SAUT NEGATIF DE LA PRESSION DE VAPEUR DE 178.9 A 170 BAR (-8.9 bar).

influence du modèle de l'hydrodynamique diphasique sur le bilan global de masse:

- 3 éq.diff./noeud (i,p,m)
- - - - - 2 éq.diff./noeud (i,p)
- ..... 1 éq.diff./noeud (i)

détails 0 - 0.3 s

transitoire 0 - 75 s



RAMPE NEGATIVE DE LA PRESSION DE VAPEUR DE 178.9 a 170 BAR (-8.9BAR) EN 0.5 S.

influence du modèle de l'hydrodynamique diphasique sur le bilan global de masse:

— 3 éq.diff./noeud (i,p,ṁ)  
- - - 2 éq.diff./noeud (i,p)  
..... 1 éq.diff./noeud (i)  
+...+...+ 1 éq.diff./noeud (i) avec ∂p/∂t par cond. aux lim.

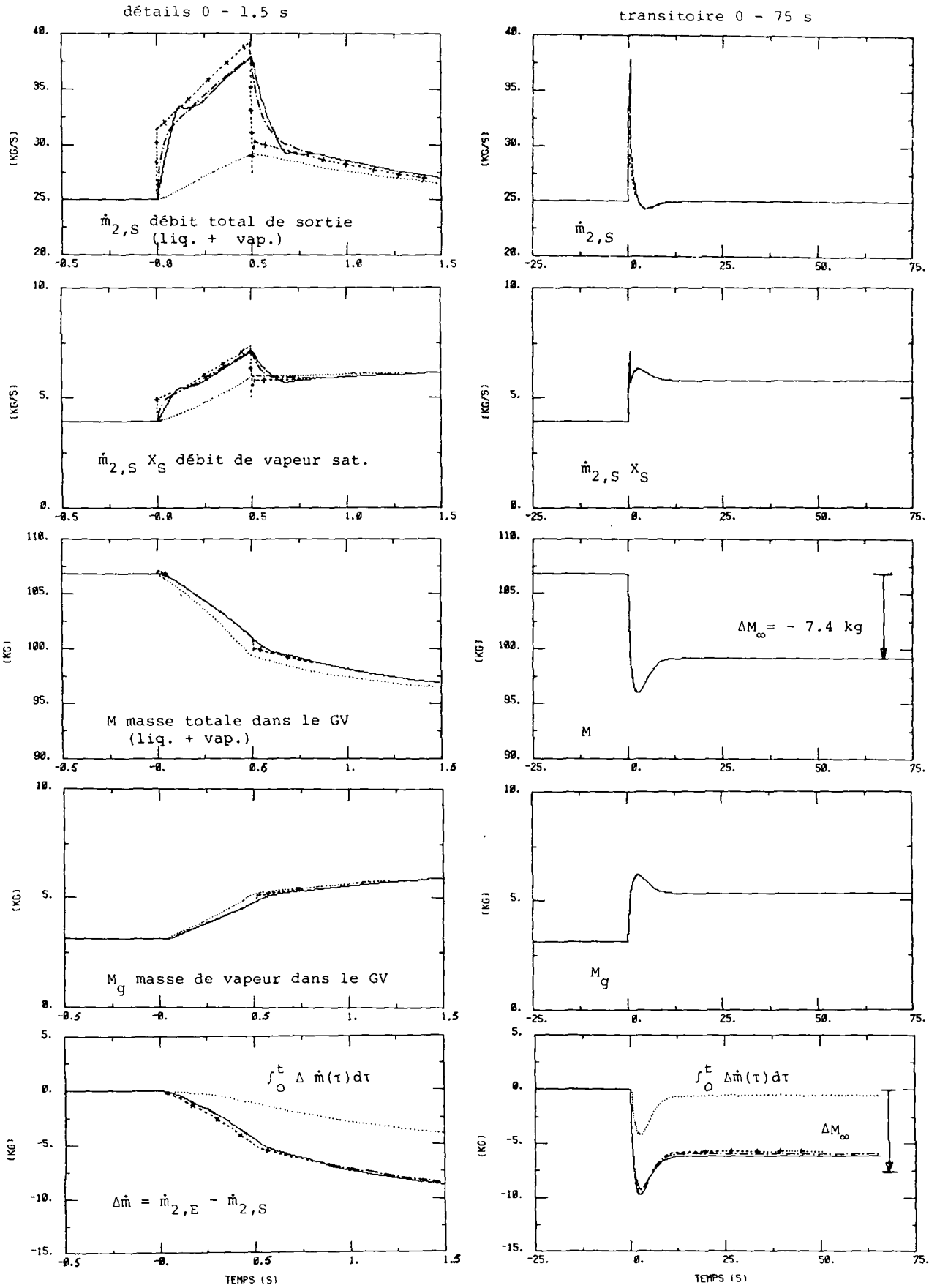


Fig. 7b1

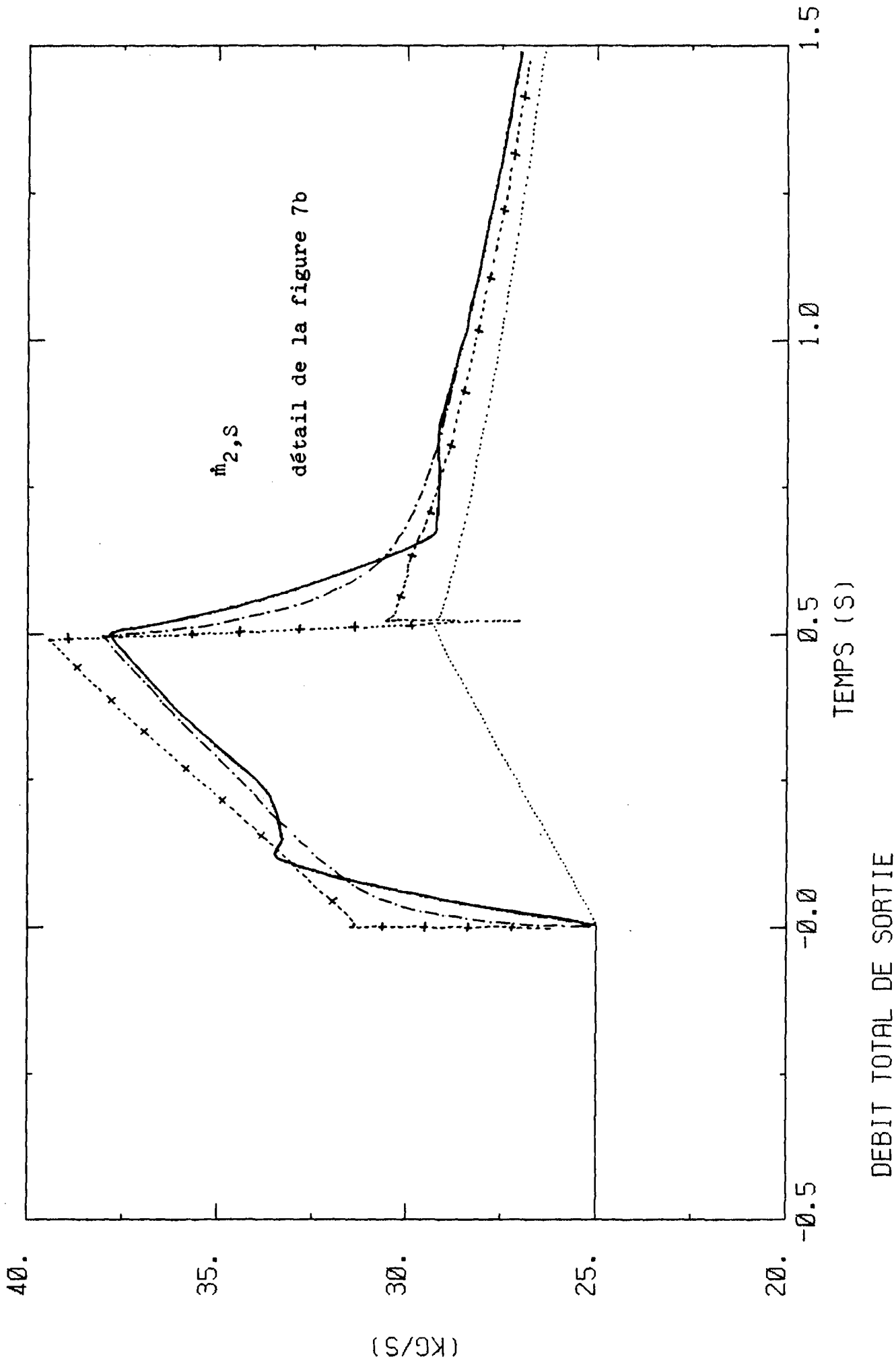


Fig. 7b2

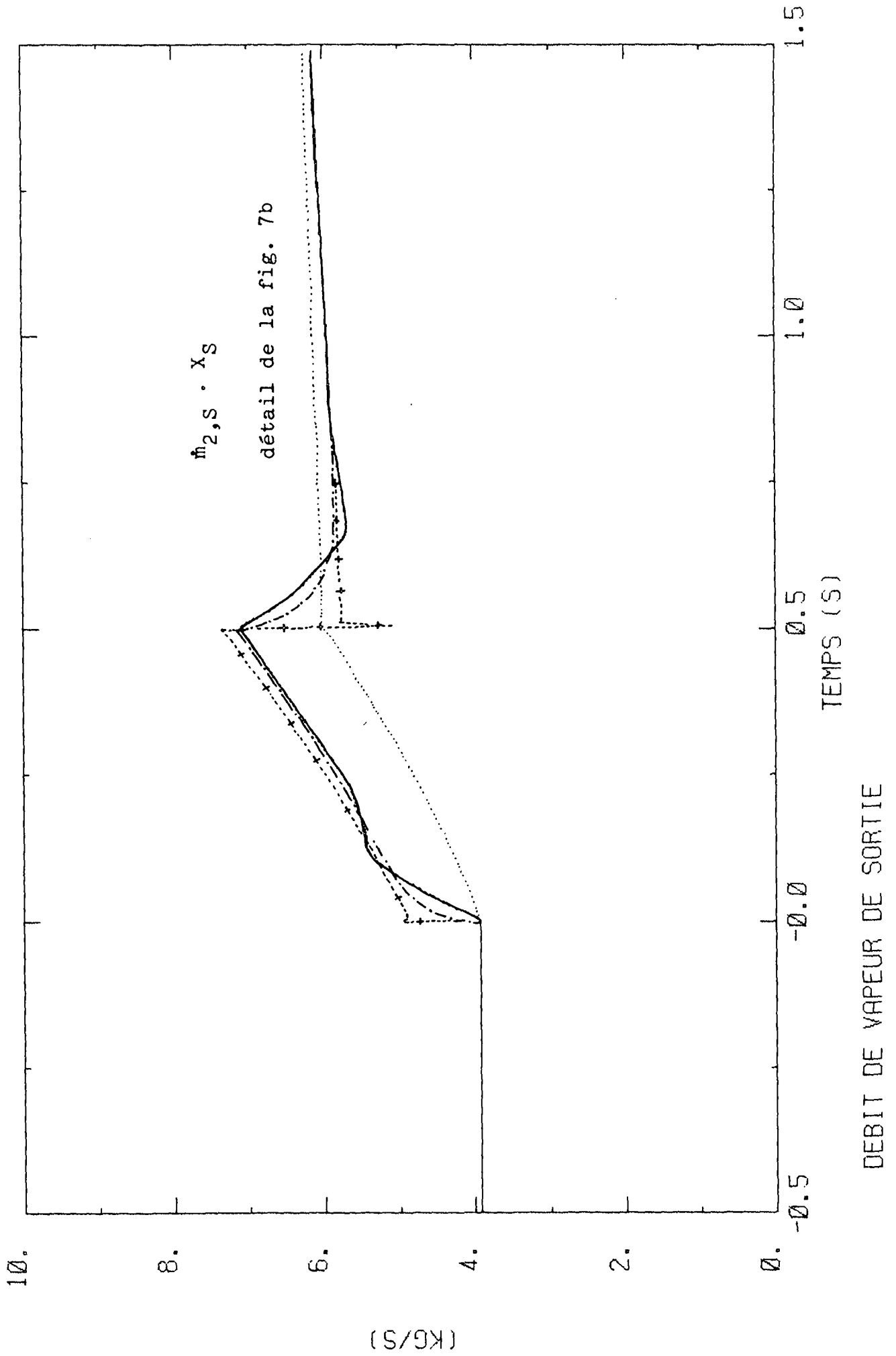


Fig. 7b3

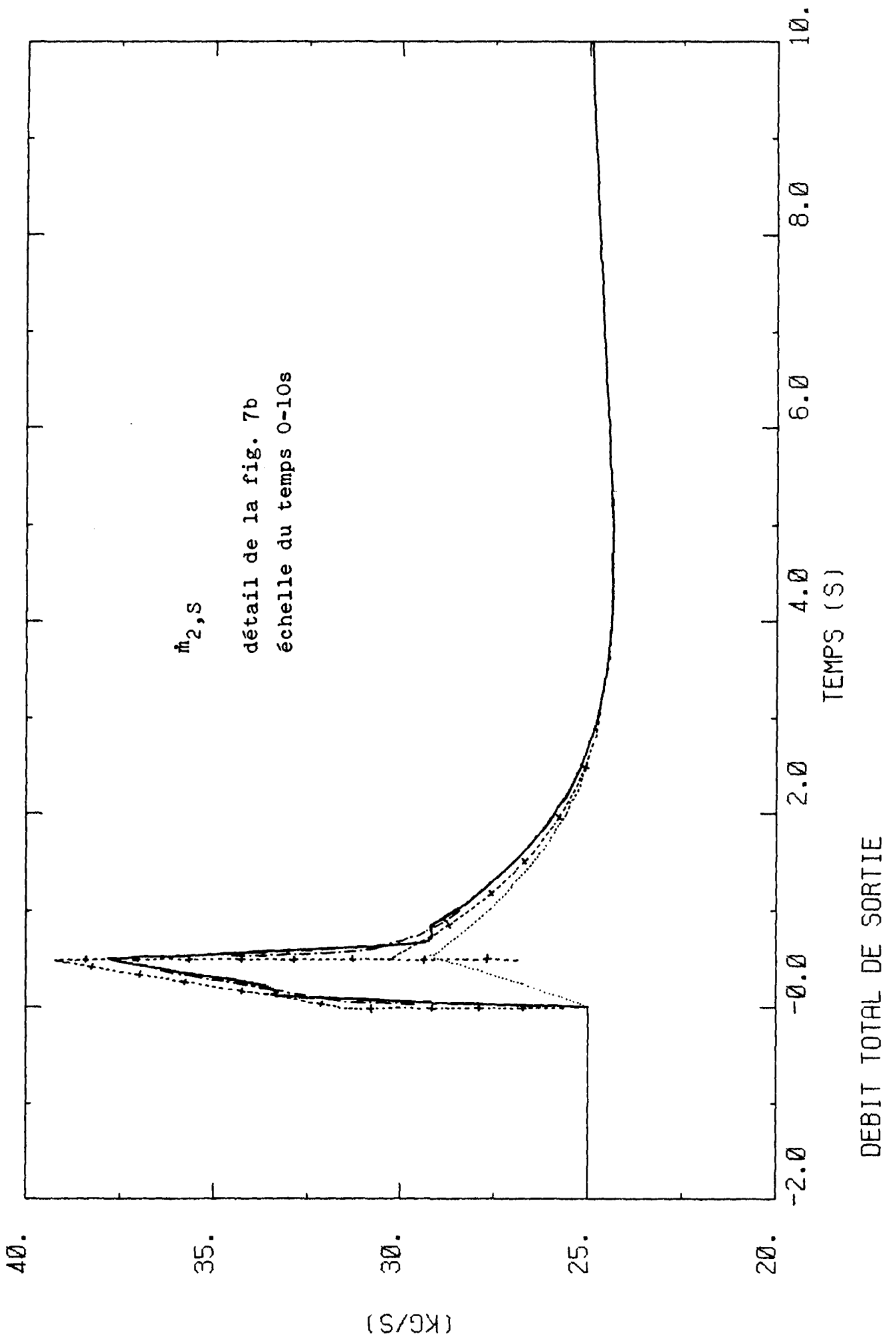
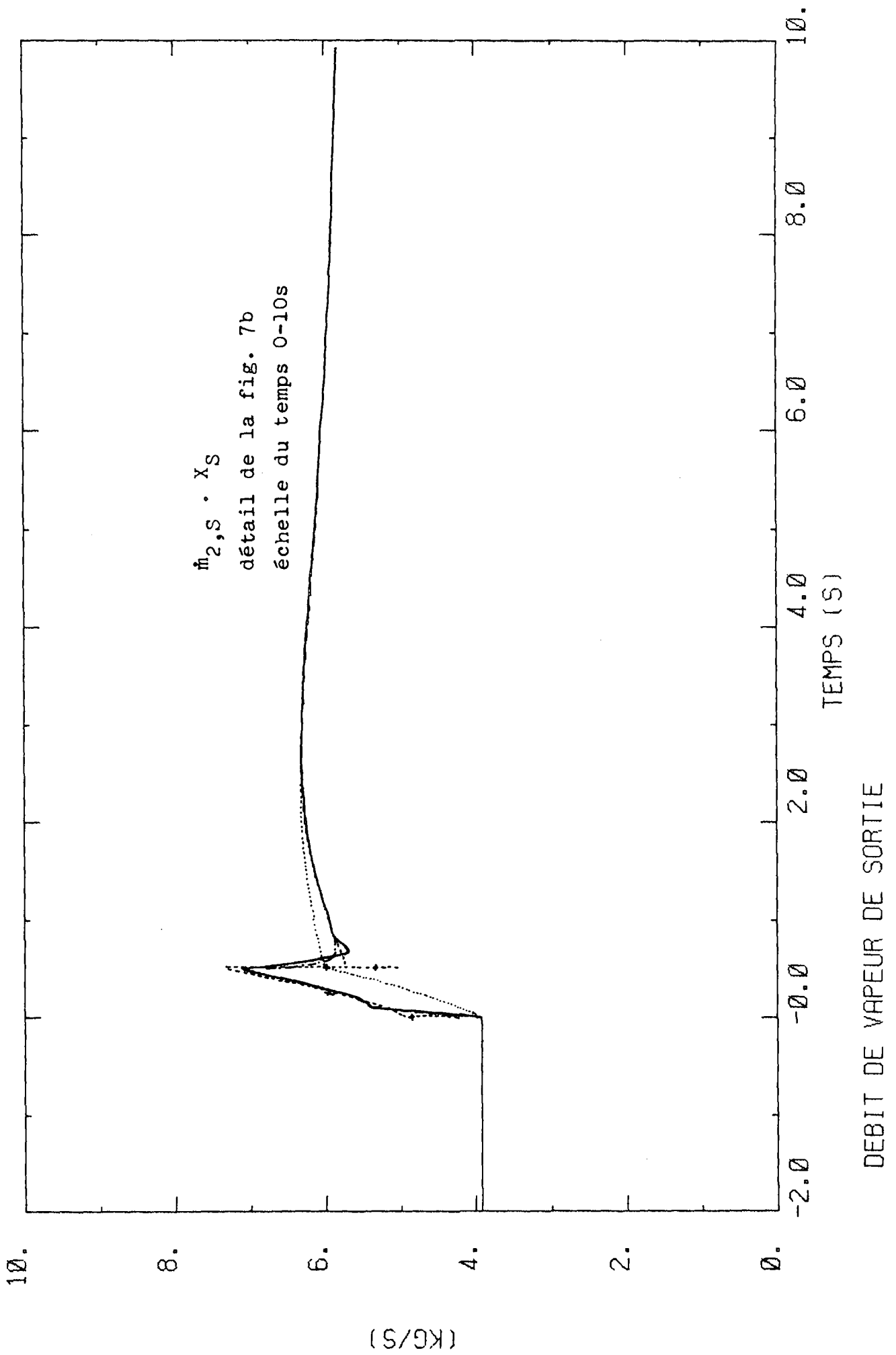


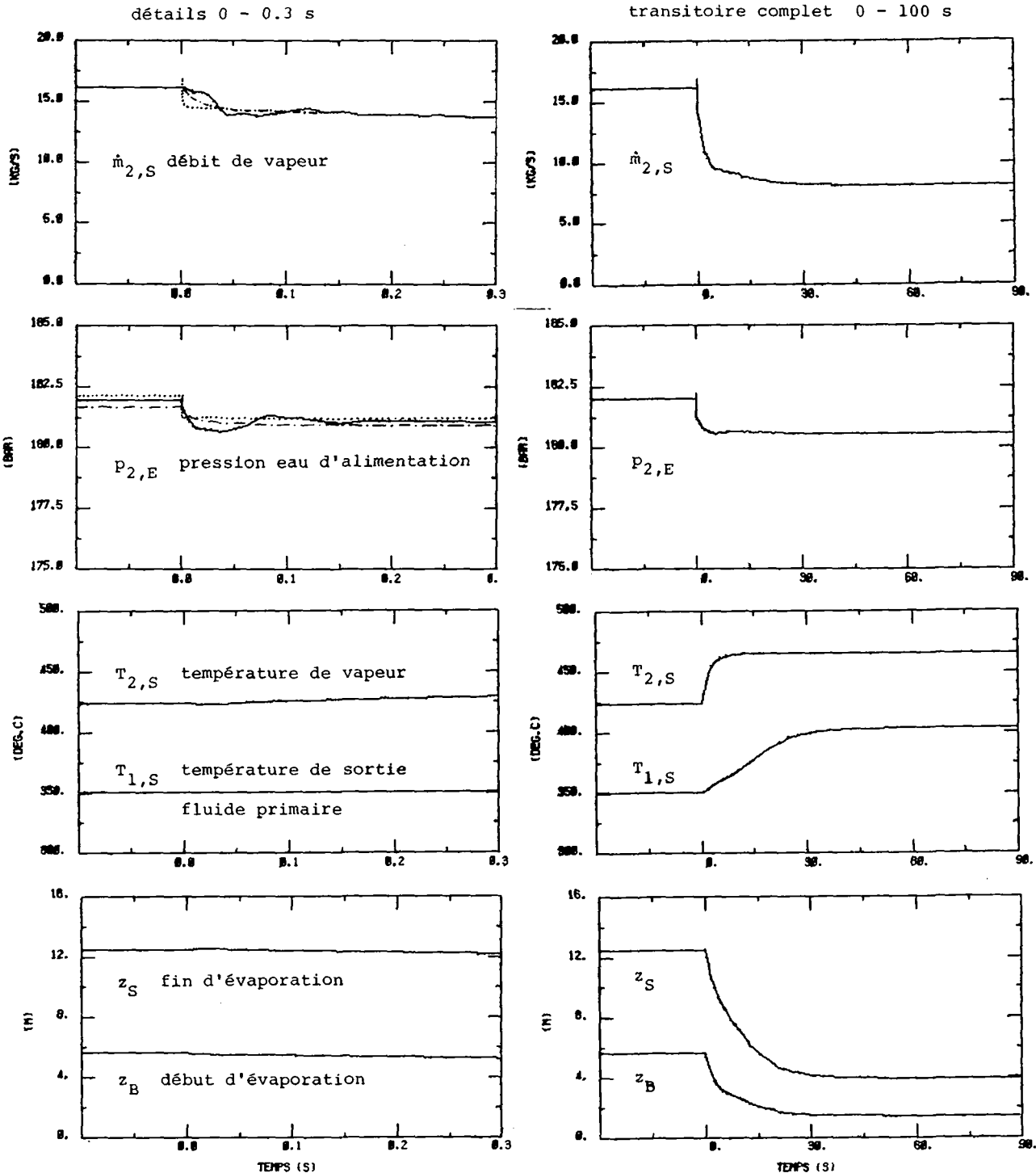
Fig. 7b4



REPONSES A UN SAUT NEGATIF DU DEBIT D'EAU D'ALIMENTATION DE 100 A 50 %

influence du modèle de l'hydrodynamique diphasique

- 3 éq. diff./noeud (i,p,m)
- - - - - 2 éq. diff./noeud (i,p)
- ..... 1 éq. diff./noeud (i)





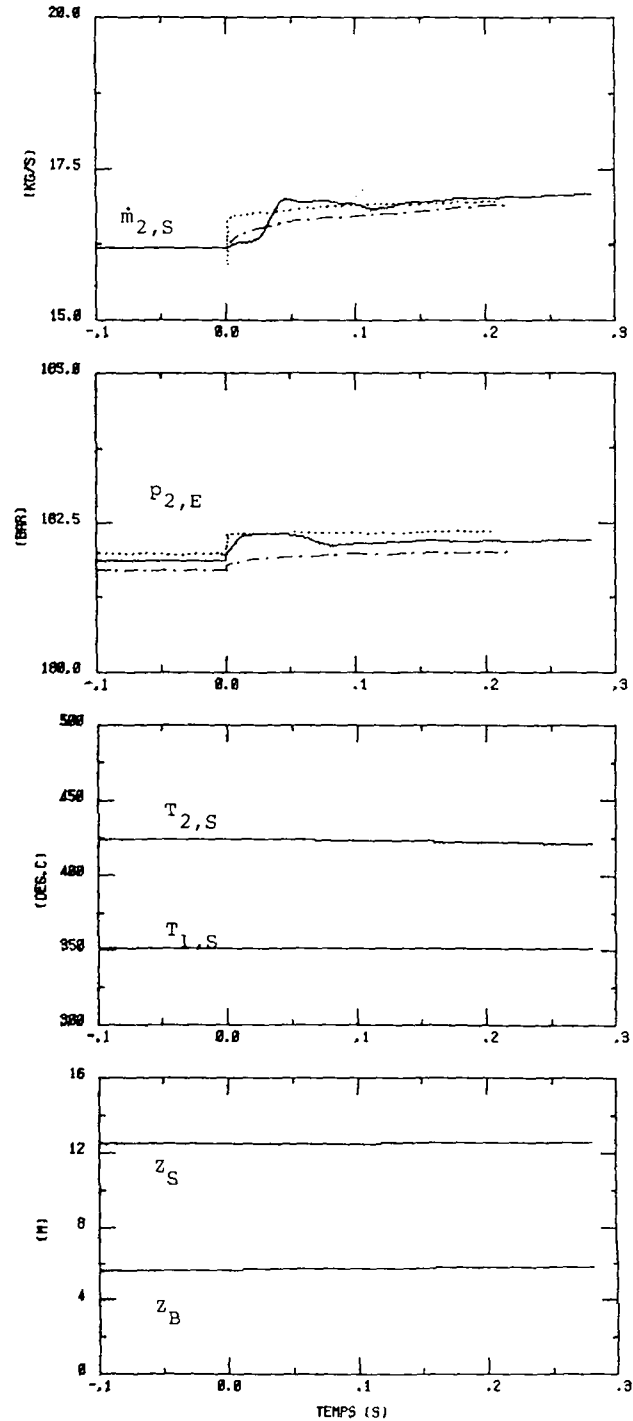
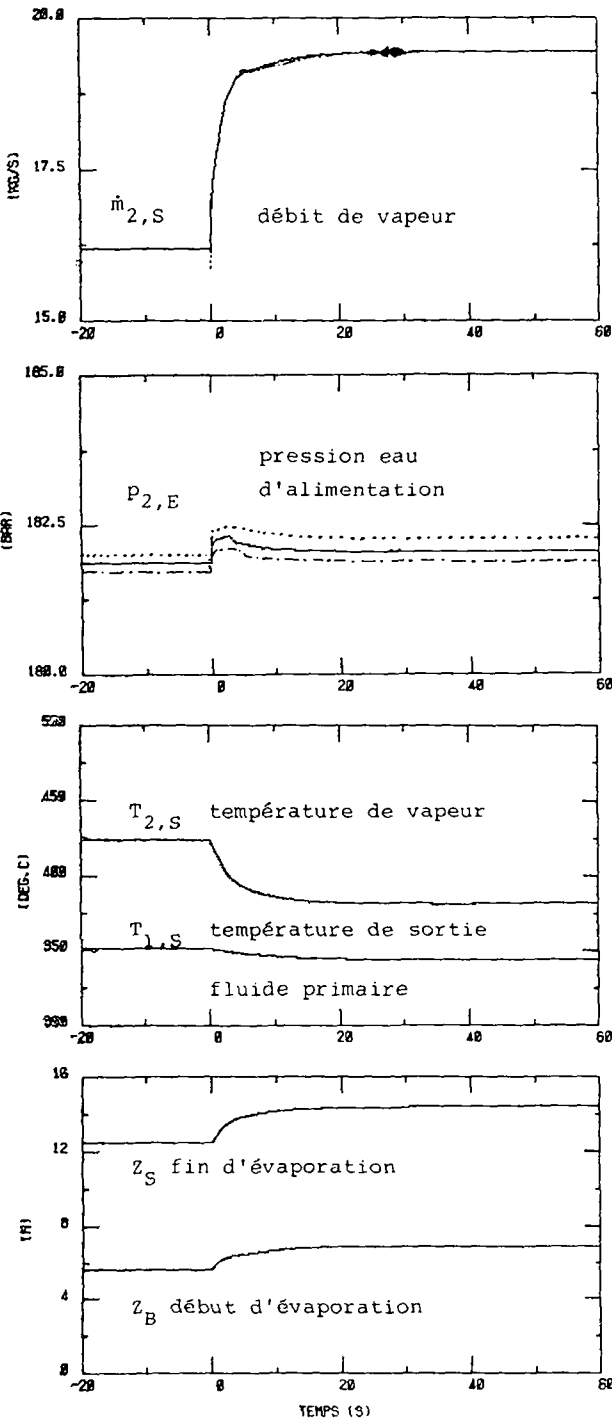
REPONSES A UN SAUT POSITIF DU DEBIT D'EAU D'ALIMENTATION DE 100 a 120 %

influence du modèle d'hydrodynamique diphasique

- 3 éq. diff./noeud (i,p,m)
- - - - - 2 éq. diff./noeud (i,p)
- ..... 1 éq. diff./noeud (i)

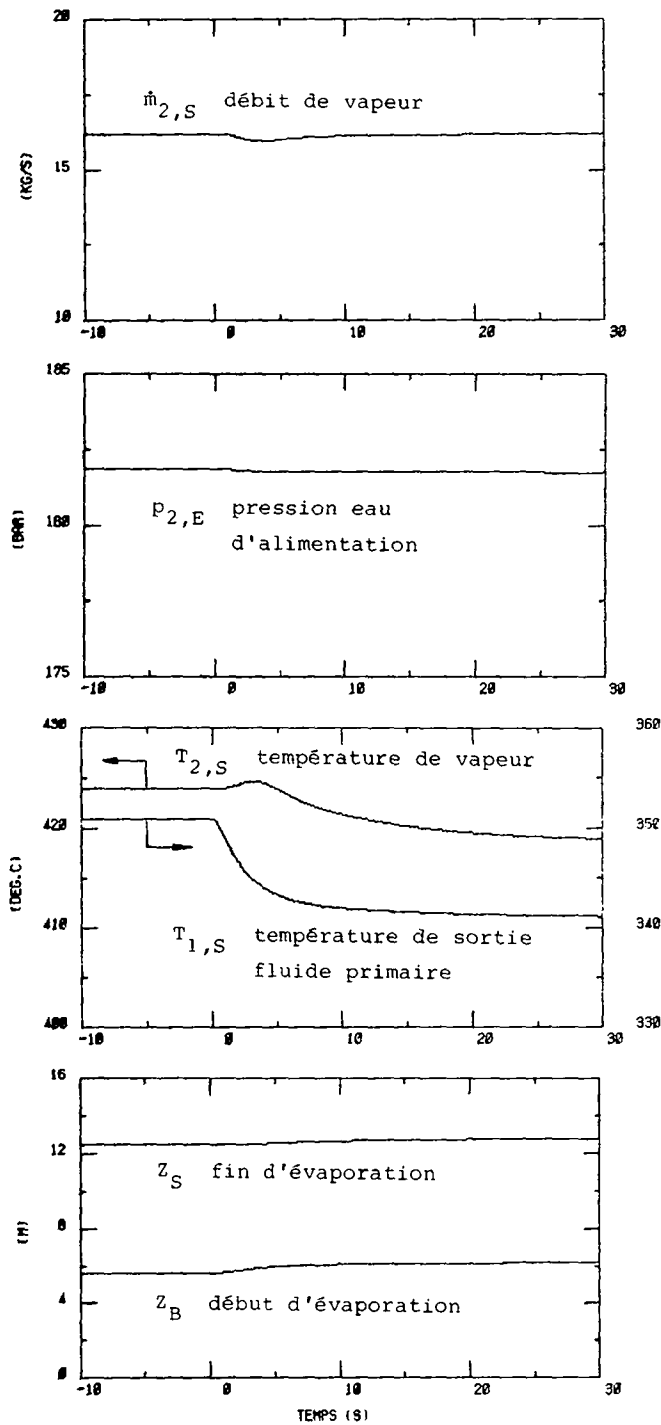
transitoire complet 0 - 60 s

détails 0 - 0,3 S



REPOSES A UN SAUT NEGATIF DE LA TEMPERATURE DE L'EAU D'ALIMENTATION  
DE 243 A 200 °C (-43°C)

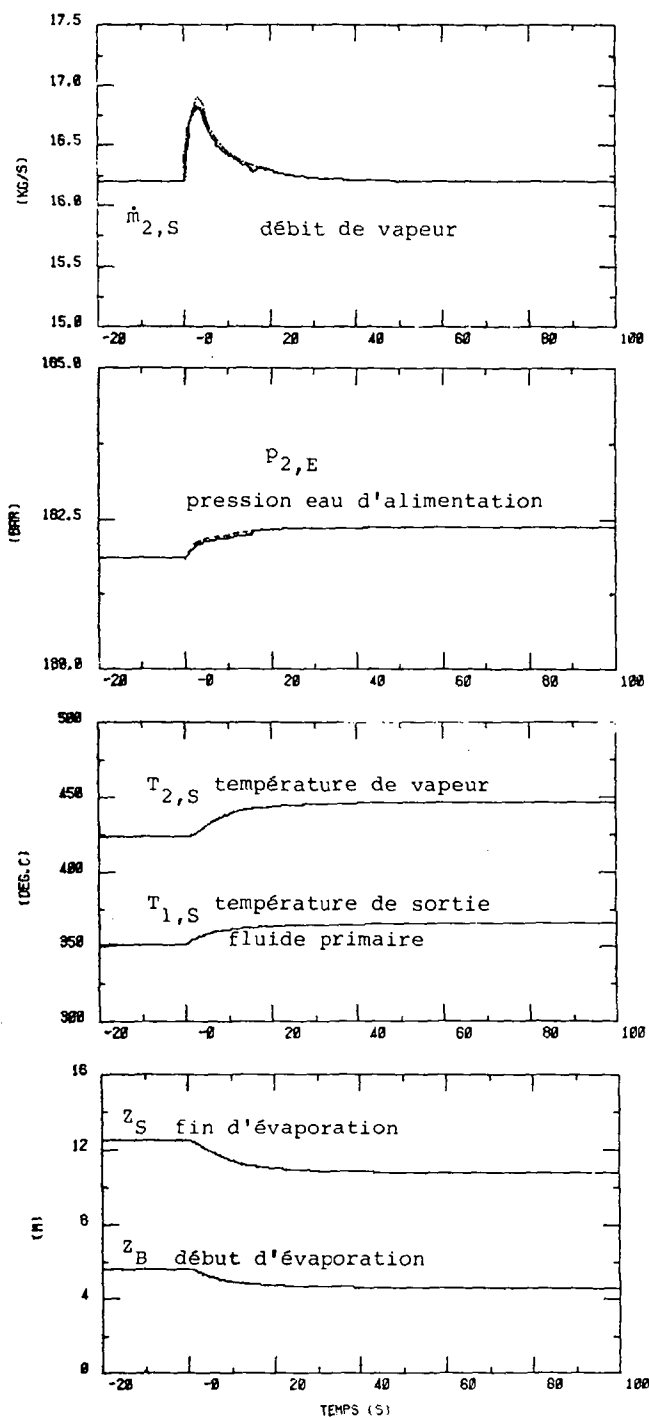
influence du modèle d'hydrodynamique diphasique  
———— 3, 2 et 1 éq. diff./noeud



REPONSES A UN SAUT POSITIF DU DEBIT DU FLUIDE PRIMAIRE DE 100 A 120%.

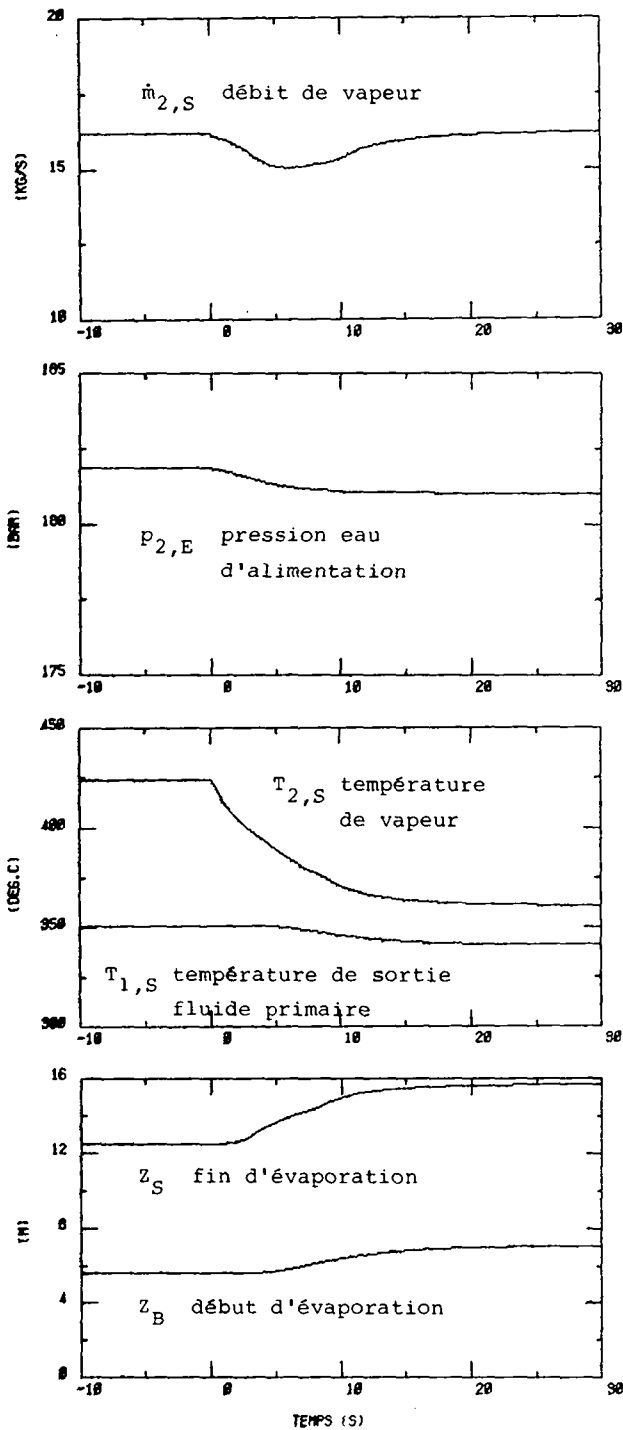
influence du modèle d'hydrodynamique

— 3 éq. diff./noeud (i,p,m)  
- - - 2 éq. diff./noeud (i,p)  
..... 1 éq. diff./noeud (i)



REPONSES A UN SAUT NEGATIF DE LA TEMPERATURE D'ENTREE DU FLUIDE  
PRIMAIRE DE 466 A 430 °C (-36 °C)

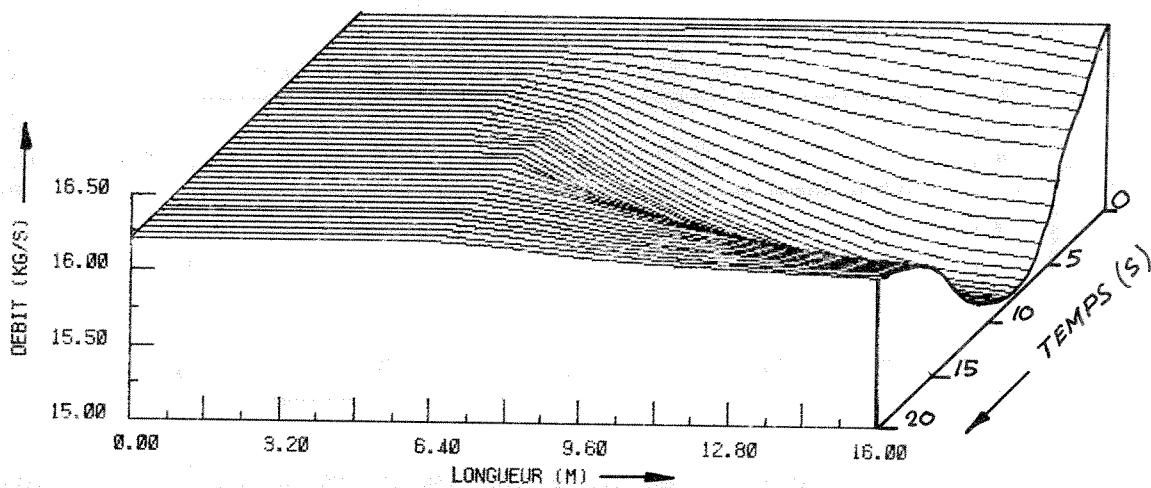
influence du modèle d'hydrodynamique diphasique  
————— 3, 2 et 1 éq. diff./noeud



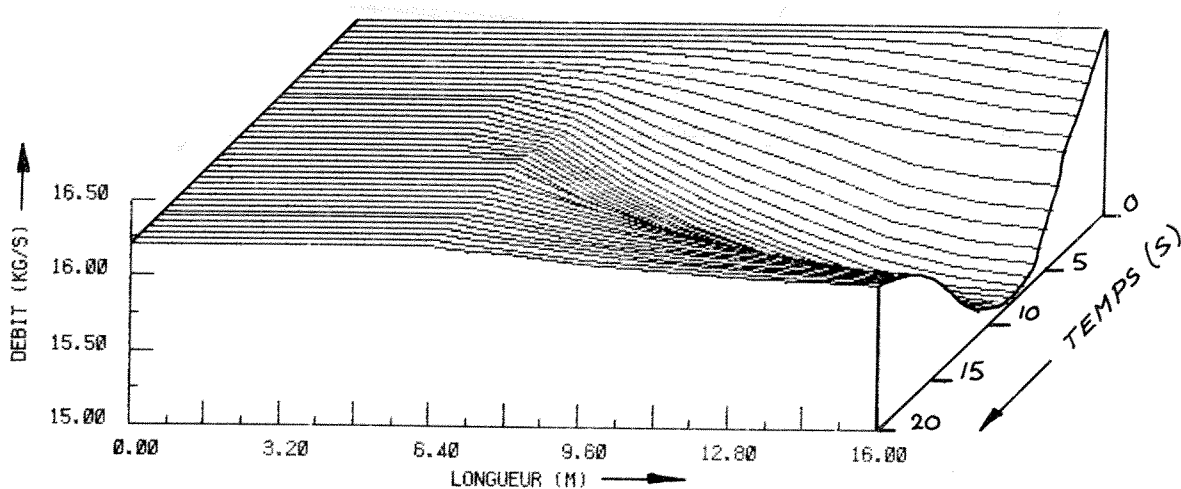
SAUT NEGATIF DE LA TEMPERATURE D'ENTREE DU FLUIDE  
PRIMAIRE DE 466 A 430 °C (-36 °C)

influence du modèle de l'hydrodynamique diphasique  
sur l'évolution du profil spatial du débit

modèle à 3 éq. diff./noeud



modèle à 1 éq. diff./noeud



EXPERIENCE NUMERIQUE N° 10

FIG. 13a

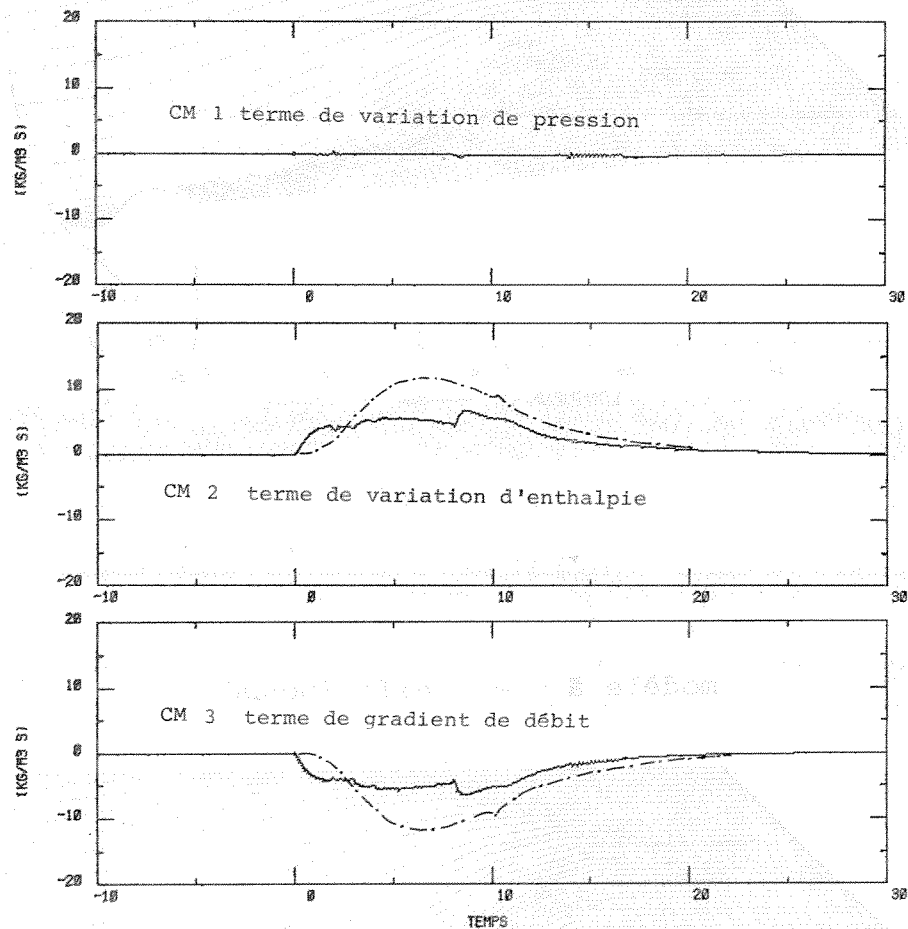
REponses A UN SAUT NEGATIF DE LA TEMPERATURE D'ENTREE  
DU FLUIDE PRIMAIRE DE 466 A 430 °C (-36 °C)

comportement des termes de l'équation de conservation de masse

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} - \frac{1}{A} \frac{\partial \dot{m}}{\partial z} = 0 \quad \text{ou} \quad \underbrace{\frac{\partial \rho}{\partial p} \frac{\partial p}{\partial t}}_{\text{CM 1}} + \underbrace{\frac{\partial \rho}{\partial i} \frac{\partial i}{\partial t}}_{\text{CM 2}} + \underbrace{\frac{1}{A} \frac{\partial \dot{m}}{\partial z}}_{\text{CM 3}} = 0$$

— noeud 10  $z = 14,4 \text{ m}$

- - - - - noeud 7  $z = 9,6 \text{ m}$



REPONSES A UN SAUT NEGATIF DE LA TEMPERATURE D'ENTREE  
DU FLUIDE PRIMAIRE DE 466 A 430 °C (-36 °C)

comportement des termes de l'équation de conservation d'énergie

$$\underbrace{\rho \frac{\partial i}{\partial t}}_{\text{CE 1}} - \underbrace{\frac{\partial p}{\partial t}}_{\text{CE 2}} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial z} (\rho v_{ml} i)}_{\text{CE 3}} - \underbrace{\frac{i}{A} \frac{\partial \dot{m}}{\partial z}}_{\text{CE 4}} - \dot{q} = 0$$

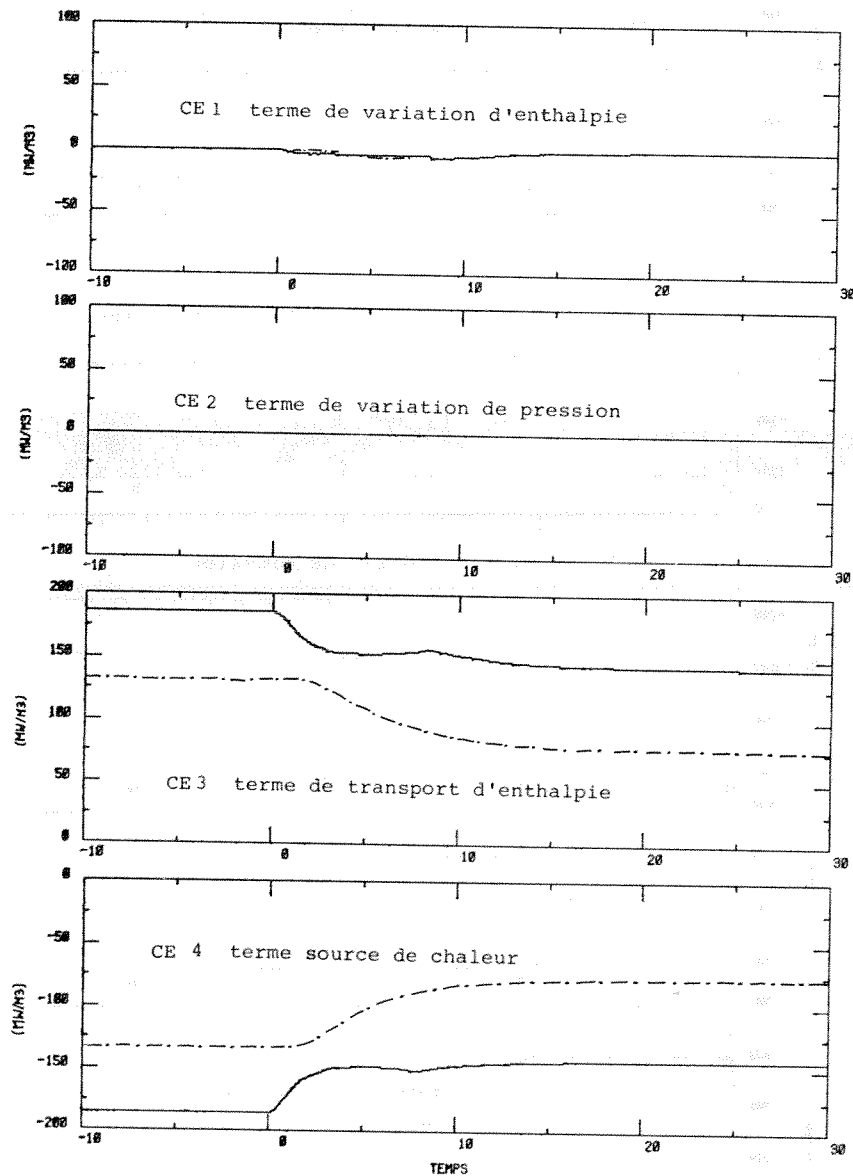
CE 1 CE 2

CE 3

CE 4

— noeud 10 z = 14,4 m

- - - - - noeud 7 z = 9,6 m



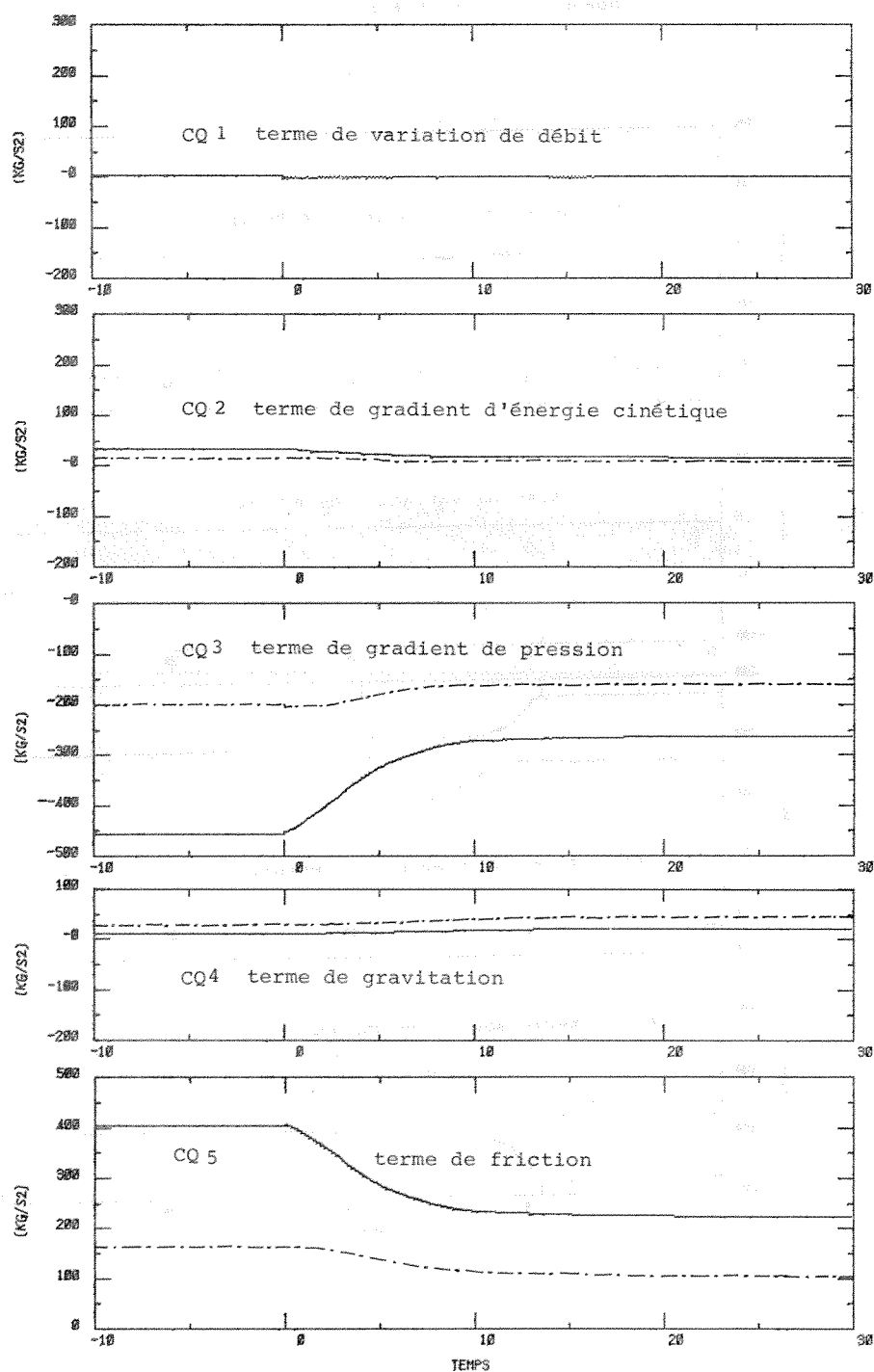
REPONSES A UN SAUT NEGATIF DE LA TEMPERATURE D'ENTREE DU FLUIDE  
 PRIMAIRE DE 466 A 430 °C (-36 °C)

comportement des termes de l'équation de conservation de quantité  
 de mouvement

$$\underbrace{\frac{\partial h}{\partial t}}_{\text{CQ 1}} + A \underbrace{\frac{\partial}{\partial z} (\rho v^2)}_{\text{CQ 2}} + A \underbrace{\frac{\partial p}{\partial z}}_{\text{CQ 3}} + A \underbrace{g \cos \theta}_{\text{CQ 4}} + A \underbrace{\frac{\partial p_{fr}}{\partial z}}_{\text{CQ 5}} = 0$$

— noeud 10 z = 14,4 m

- - - - - noeud 7 z = 9,6 m

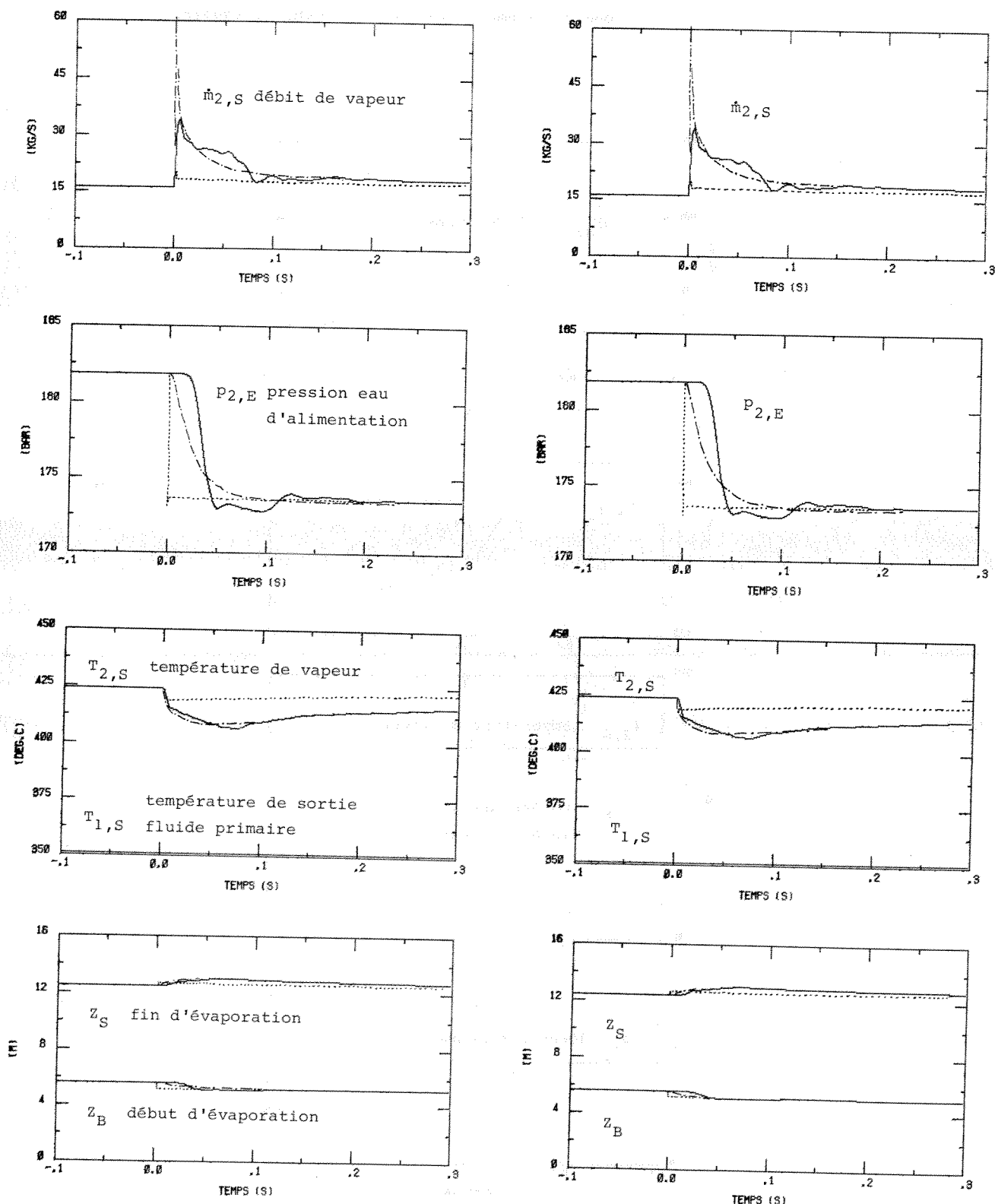




influence du coefficient de glissement

glissement S selon Bankoff

pas de glissement,  $S = 1$

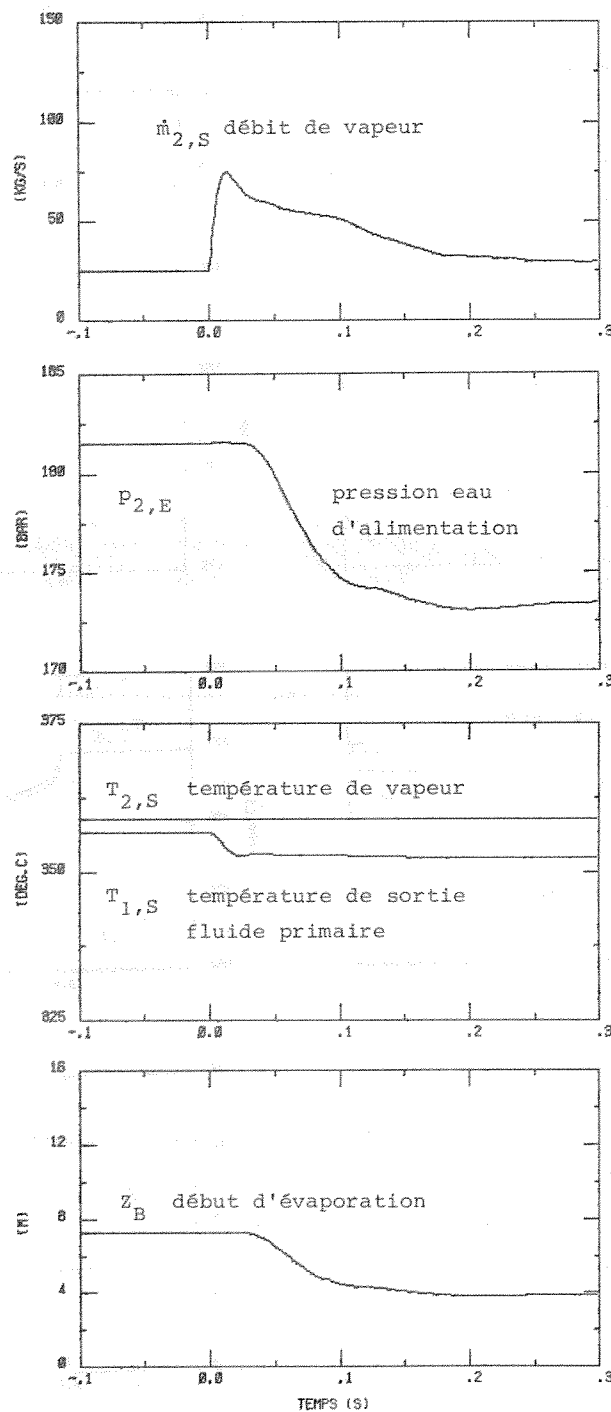


REPOSES A UN SAUT NEGATIF DE LA PRESSION DE VAPEUR DE 178,9 A 170 BAR

(-8,9 BAR)

état stationnaire  $x_s = 0,16$ 

influence du glissement

— avec glissement (Bankoff) et sans glissement ( $S = 1$ )

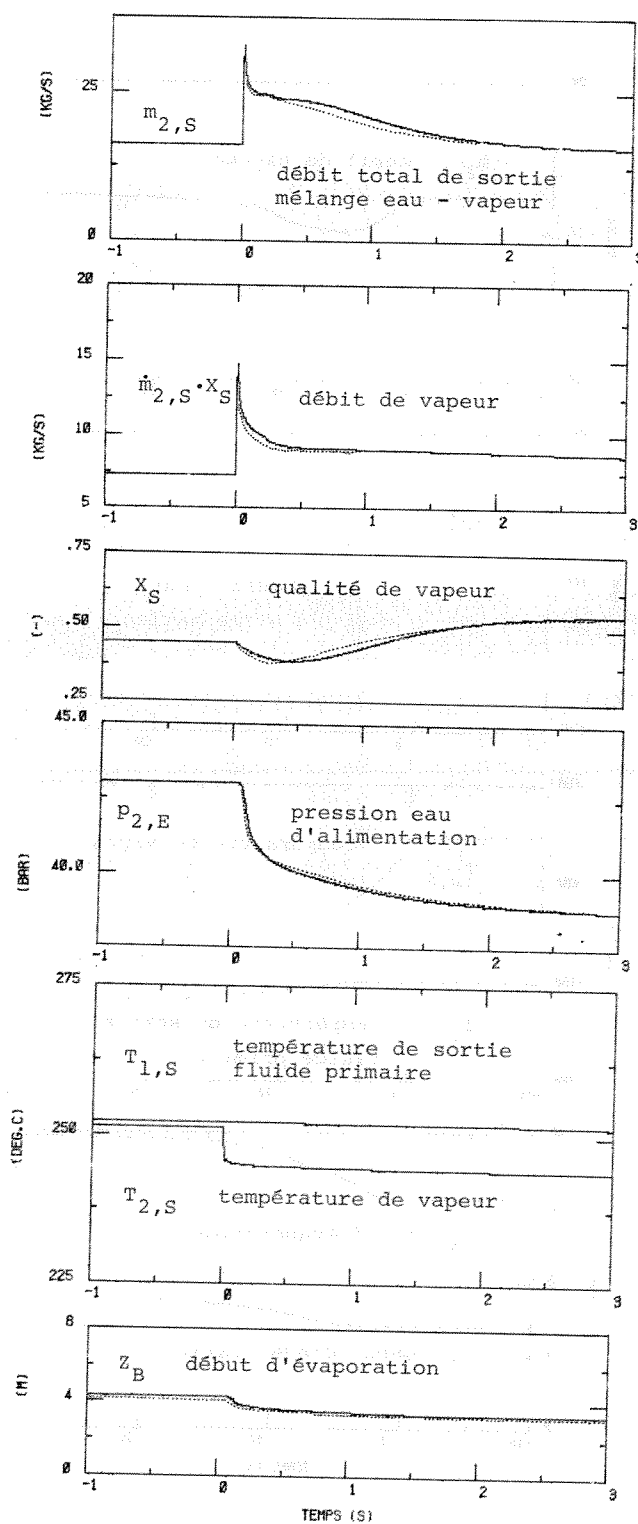
REPOSES A UN SAUT NEGATIF DE LA PRESSION DE VAPEUR DE 40 A 35 BAR (-5BAR)

état stationnaire initial

 $p_{\text{vapeur}} = 40 \text{ bar}, X_S = 0.45$ 

influence du glissement

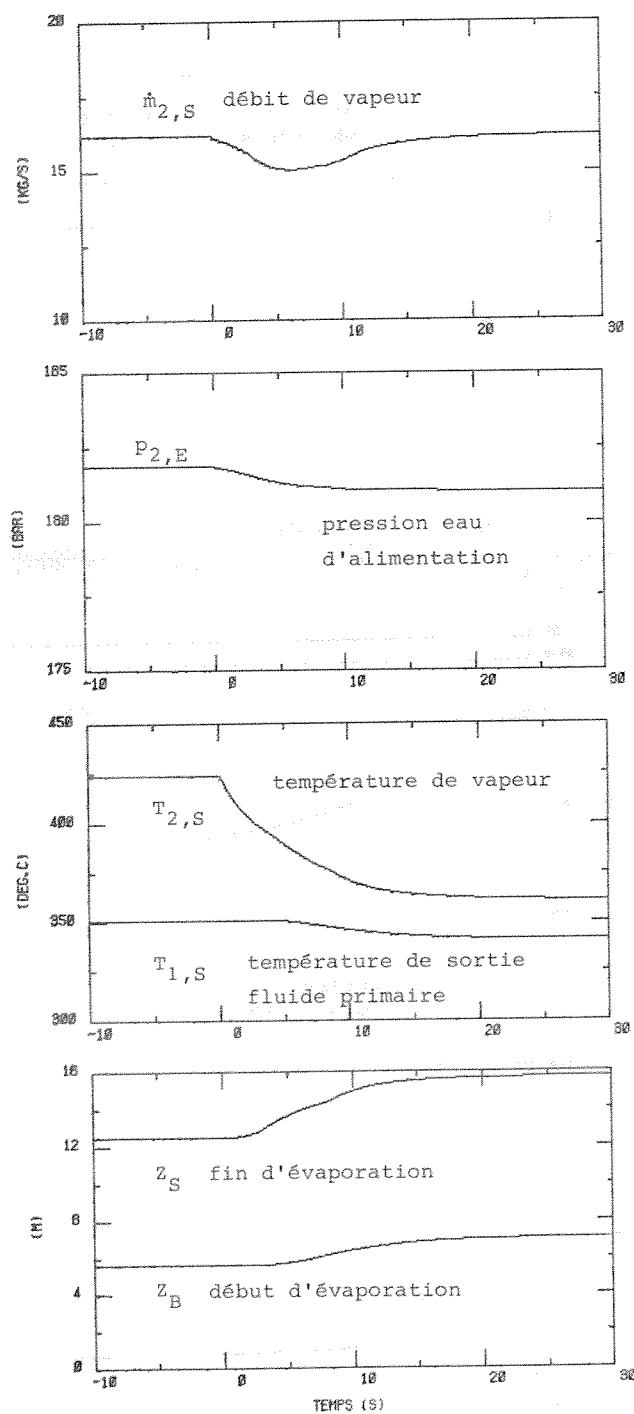
— glissement selon Bankoff  
 ..... pas de glissement ( $S = 1$ )



REPONSES A UN SAUT NEGATIF DE LA TEMPERATURE D'ENTREE DU FLUIDE  
PRIMAIRE DE 446 A 430 °C (-36 °C)

influence du glissement

— avec glissement (Bankoff) et sans glissement ( $S = 1$ )

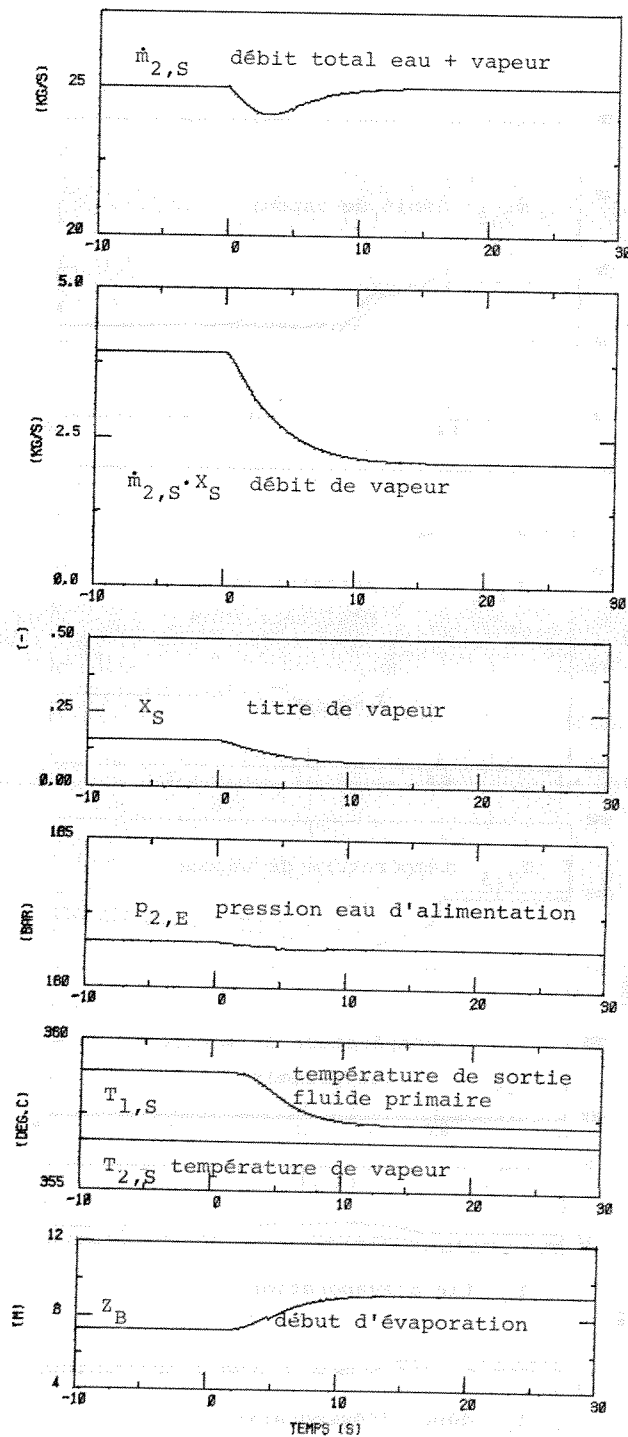


REPONSES A UN SAUT NEGATIF DE LA TEMPERATURE D'ENTREE DU  
FLUIDE PRIMAIRE DE 370 A 365 °C

état stationnaire  $X_S = 0.16$

influence du glissement

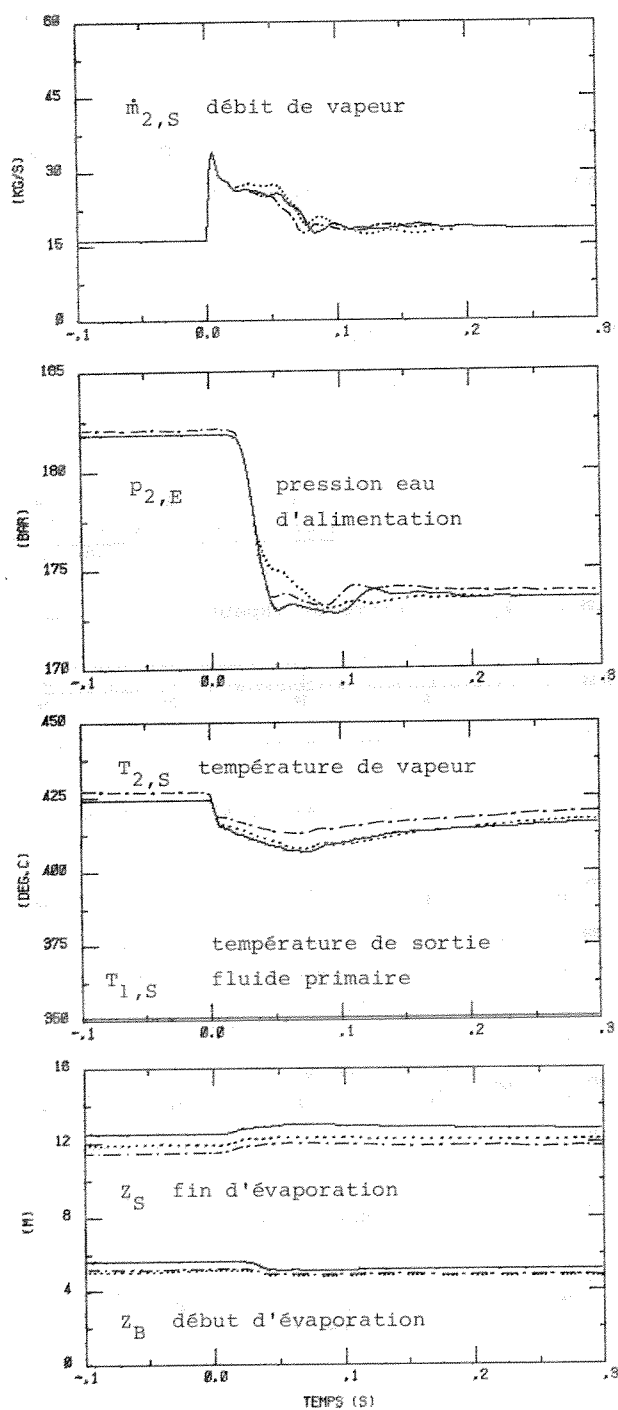
— avec glissement (BANKOFF) et sans glissement ( $S = 1$ )



REPONSES A UN SAUT NEGATIF DE LA PRESSION DE VAPEUR DE 178,9 A 170 BAR  
(-8,9 BAR)

influence du modèle de transfert de chaleur

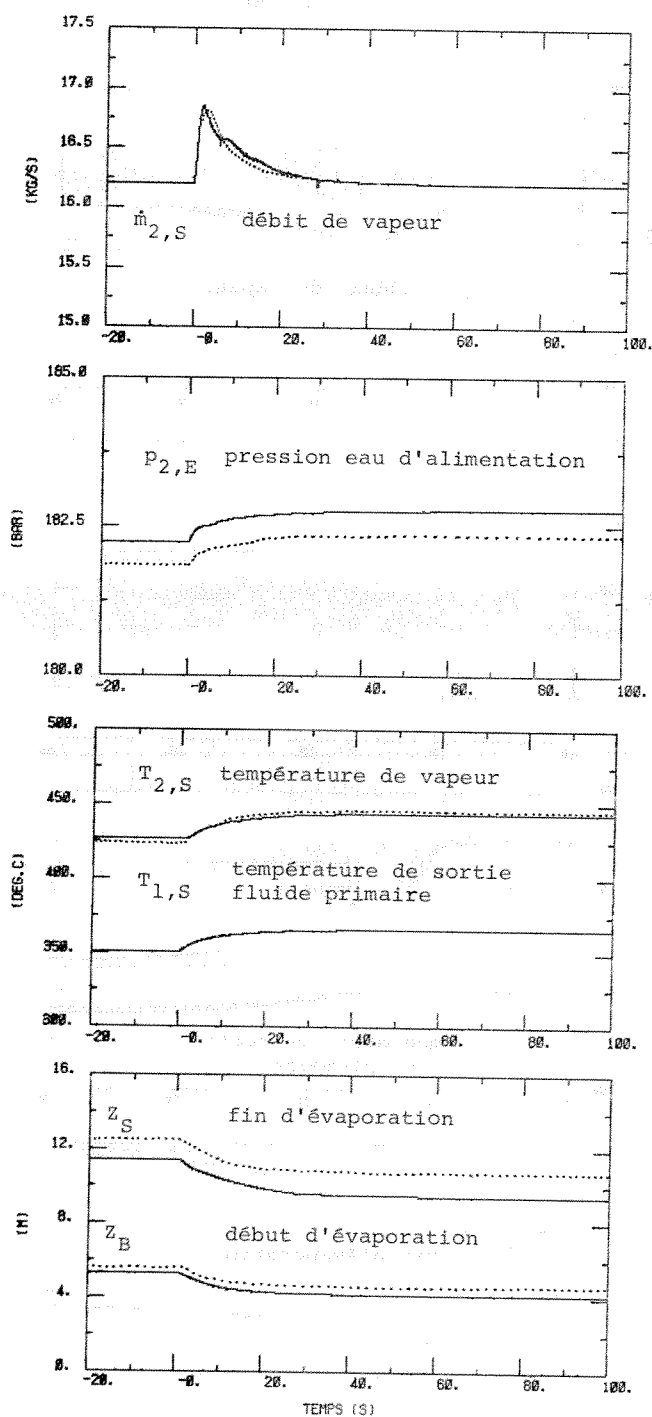
- 1 mode (Dittus-Boelter)
- - - 2 modes,  $X_{DNB}$  fixe
- ..... 4 modes,  $X_{DNB}$  variable



REponses A UN SAUT POSITIF DU DEBIT DU FLUIDE PRIMAIRE DE 100 A 120 %

influence du modèle de transfert de chaleur

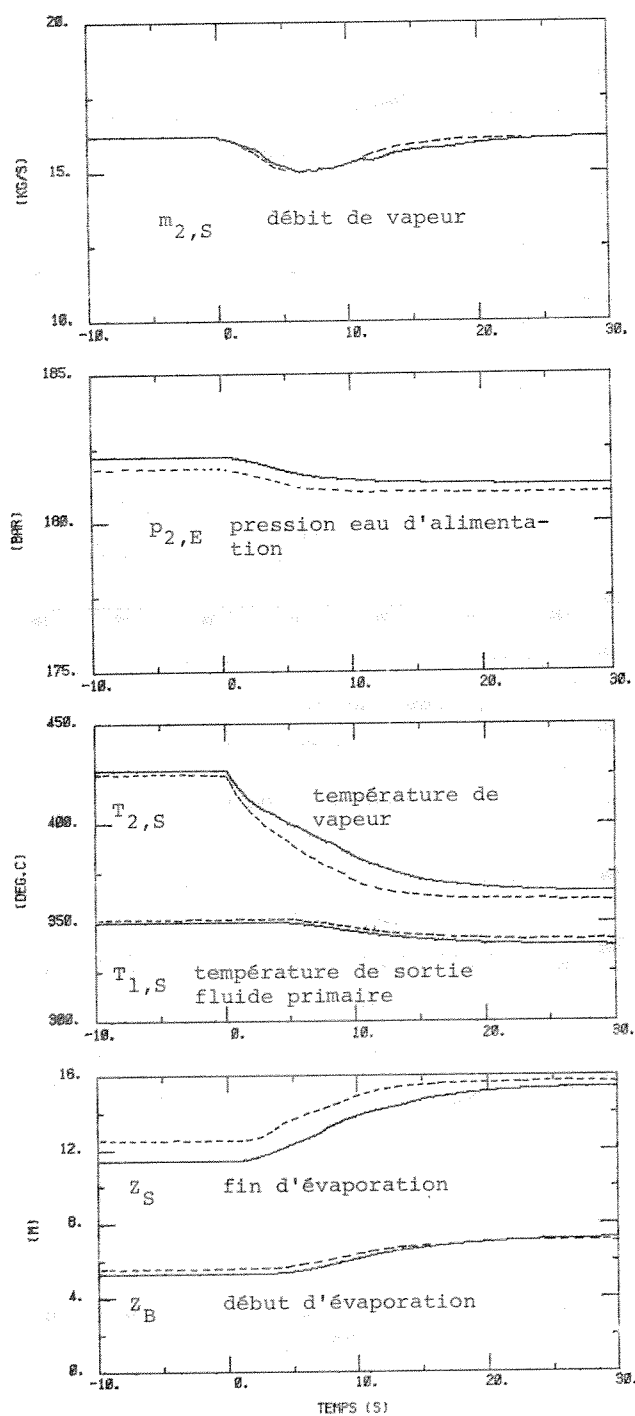
— 1 mode (Dittus-Boelter)  
 ..... 2 modes (Dittus-Boelter + ébullition nucléée),  $X_{DNB}$  fixe



REPOSSES A UN SAUT NEGATIF DE LA TEMPERATURE D'ENTREE DU FLUIDE PRIMAIRE  
DE 466 A 430 °C (-36 °C)

influence du modèle de transfert de chaleur

———— 2 modes (Dittus-Boelter, ébullition nucléée),  $X_{DNB}$  fixe  
..... 1 mode (Dittus-Boelter)

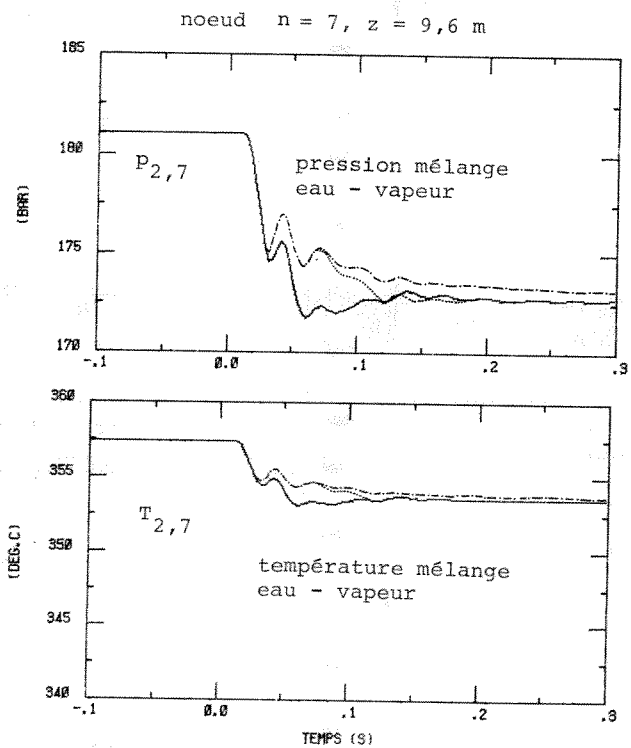
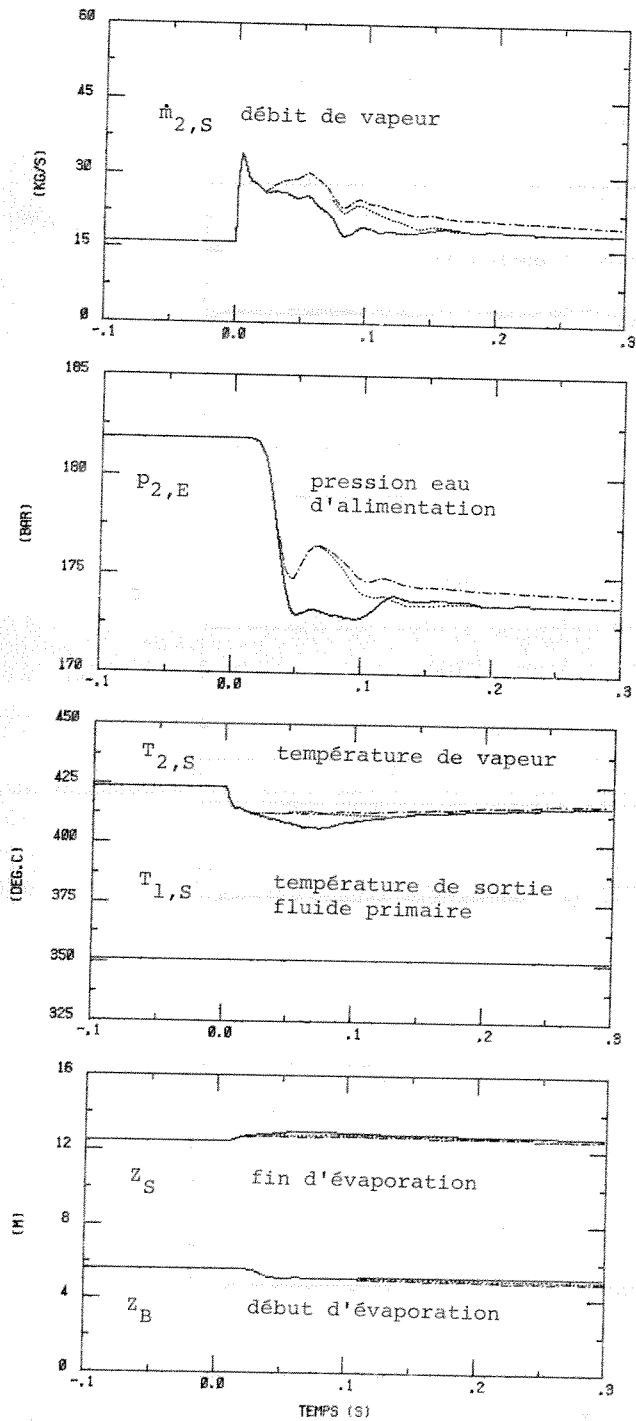




REponses A UN SAUT NEGATIF DE LA PRESSION DE VAPEUR DE 178,9 A 170 BAR (-8,9 BAR)

influence de "l'effet de peau" de la paroi

- $\dot{Q}_{p2}$  non modifié  
 - - -  $\dot{Q}_{p2}$  modifié selon formule de paroi plane  $1/2 \infty$   
 .....  $\dot{Q}_{p2}$  modifié selon formule de paroi plane finie

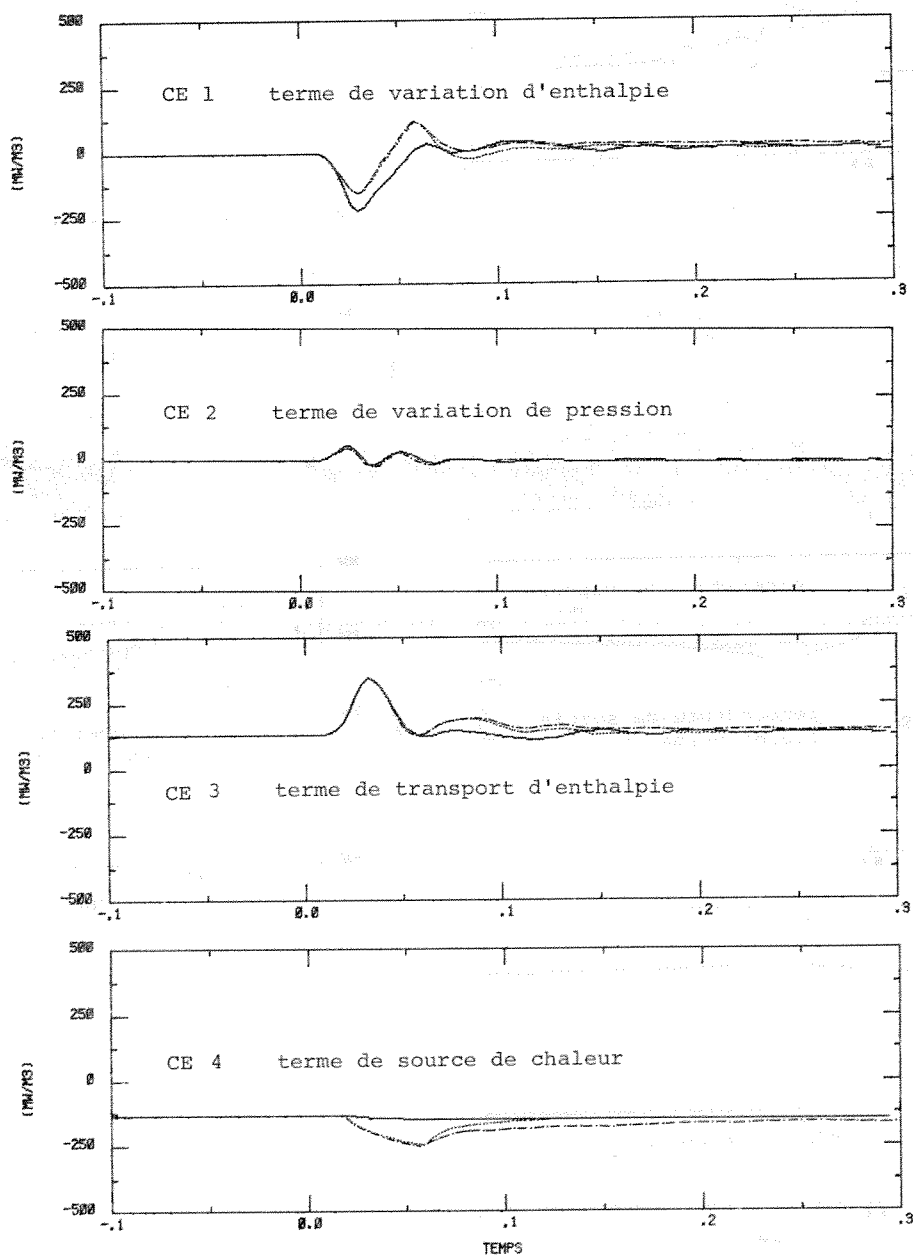


REponses A UN SAUT NEGATIF DE LA PRESSION DE VAPEUR DE 179,9 A 170 BAR (-8,9 BAR)

influence de "l'effet de peau" de la paroi sur le  
comportement des termes de l'équation de conservation d'énergie

$$\underbrace{\rho \frac{\partial i}{\partial t}}_{\text{CE 1}} - \underbrace{\frac{\partial p}{\partial t}}_{\text{CE 2}} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial z} (\rho v_{ml} i)}_{\text{CE 3}} - \underbrace{\frac{i}{A} \frac{\partial \dot{m}}{\partial z}}_{\text{CE 4}} - \dot{q} = 0 \quad \text{au noeud 7, } z = 9.6 \text{ m}$$

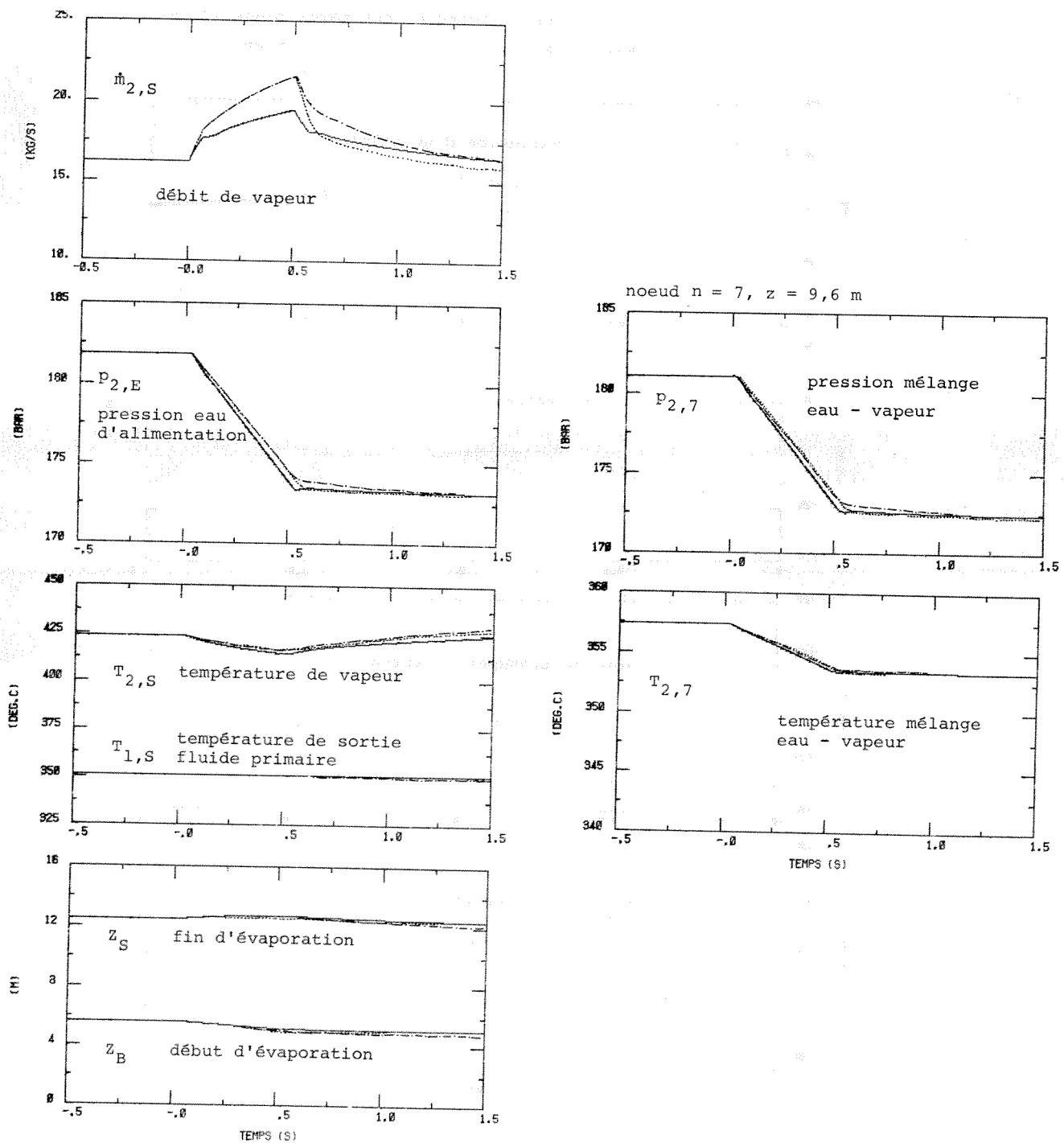
- $\dot{Q}_{p2}$  non modifié  
 - - - - -  $\dot{Q}_{p2}$  modifié selon formule de paroi plane  $1/2 \infty$   
 .....  $\dot{Q}_{p2}$  modifié selon formule de paroi plane finie



REponses A UNE RAMPE NEGATIVE DE LA PRESSION DE VAPEUR DE 178,9 A 170 BAR (-8,9 BAR) EN 0,5s

influence de "l'effet de peau" de la paroi

- $\dot{Q}_{p2}$  non modifié  
 $\dot{Q}_{p2}$  modifié selon formule de paroi plane  $1/2 \infty$   
 $\dot{Q}_{p2}$  modifié selon formule de paroi plane finie



REPONSES A UNE RAMPE NEGATIVE DE LA PRESSION DE VAPEUR DE 178,9 A 170 BAR  
 (-8,9 BAR) EN 0,5 S

influence de "l'effet de peau" de la paroi sur le  
 comportement des termes de l'équation de conservation d'énergie

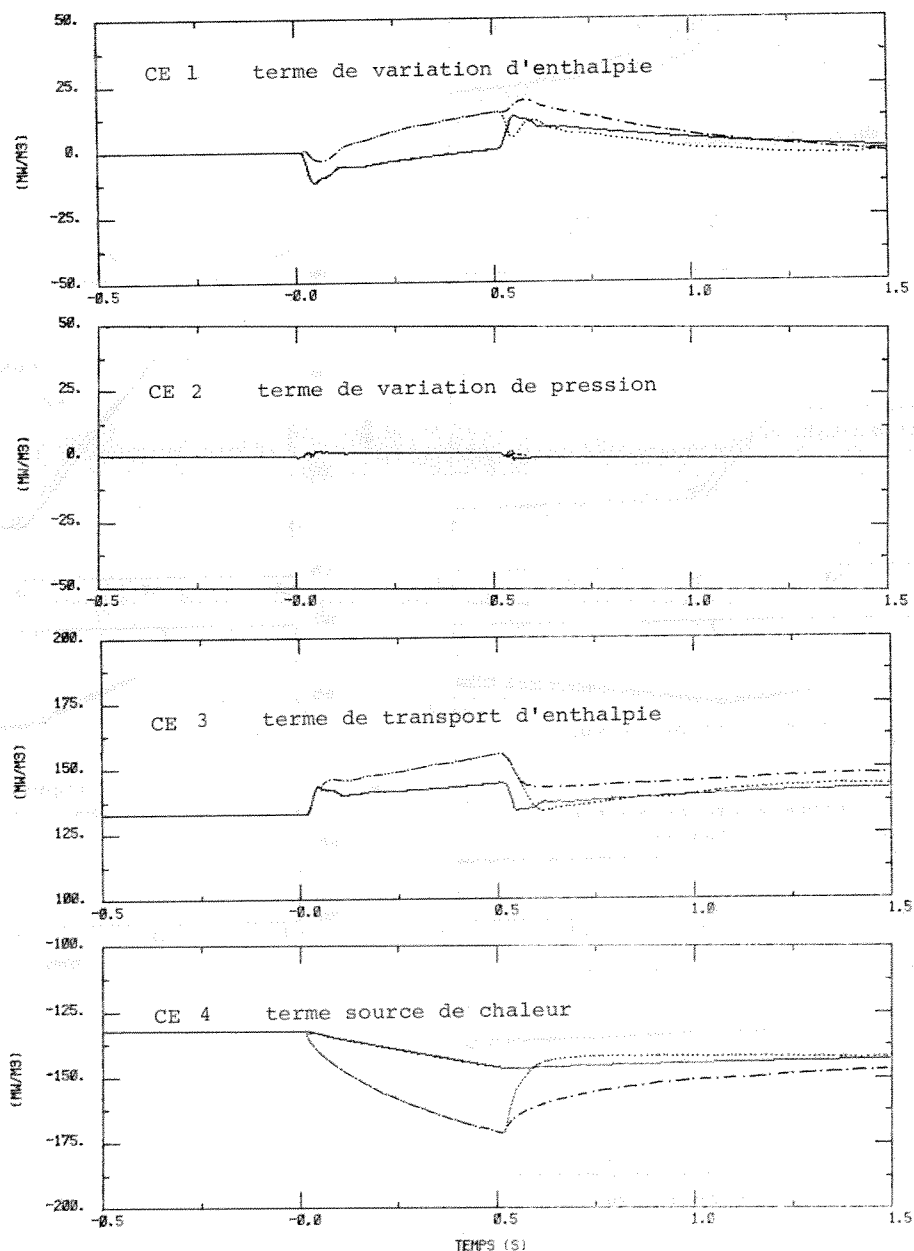
$$\underbrace{\rho \frac{\partial i}{\partial t}}_{\text{CE 1}} - \underbrace{\frac{\partial p}{\partial t}}_{\text{CE 2}} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial z} (\rho v_{m1} i)}_{\text{CE 3}} - \underbrace{\frac{i}{A} \frac{\partial \dot{m}}{\partial z}}_{\text{CE 4}} - \dot{q} = 0 \quad \text{au noeud 7, } z = 9,6 \text{ m}$$

CE 1 CE 2

CE 3

CE 4

—  $\dot{Q}_{p2}$  non modifié  
 - - -  $\dot{Q}_{p2}$  modifié selon formule pour paroi plane  $1/2 \infty$   
 .....  $\dot{Q}_{p2}$  modifié selon formule pour paroi plane finie

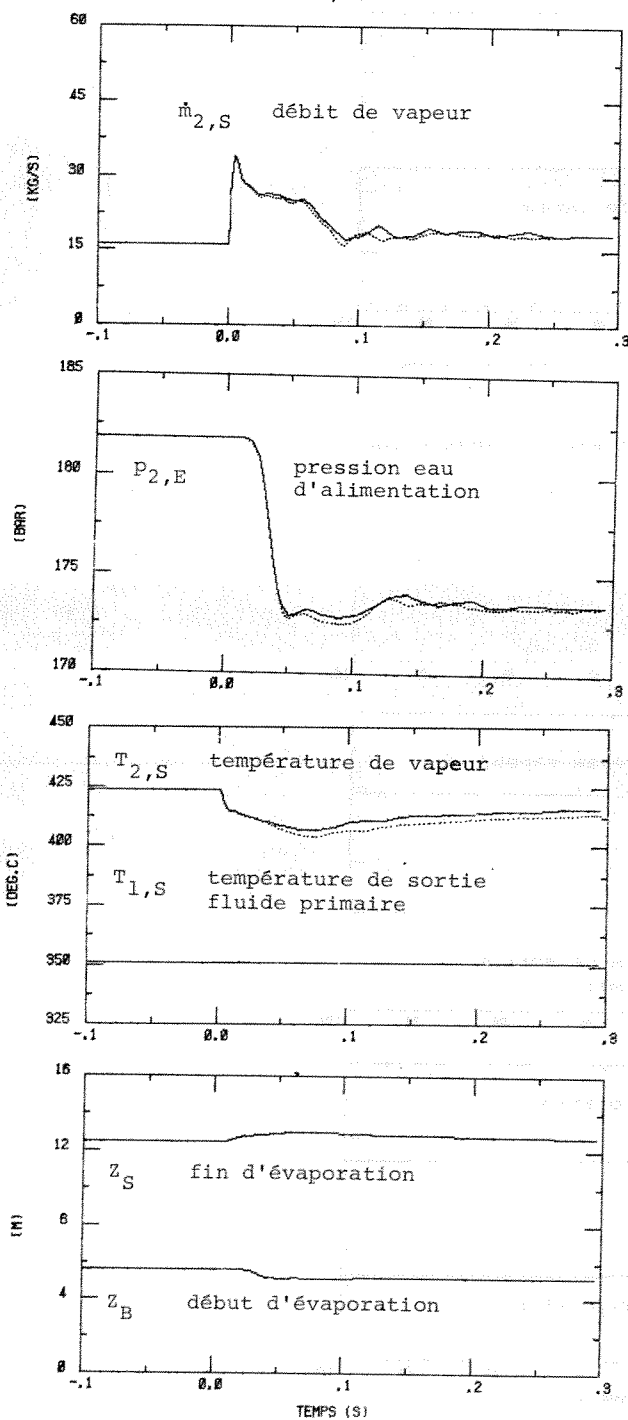


REponses A UN SAUT NEGATIF DE LA PRESSION DE VAPEUR DE 178.9 A 170 BAR (-8,9 BAR)

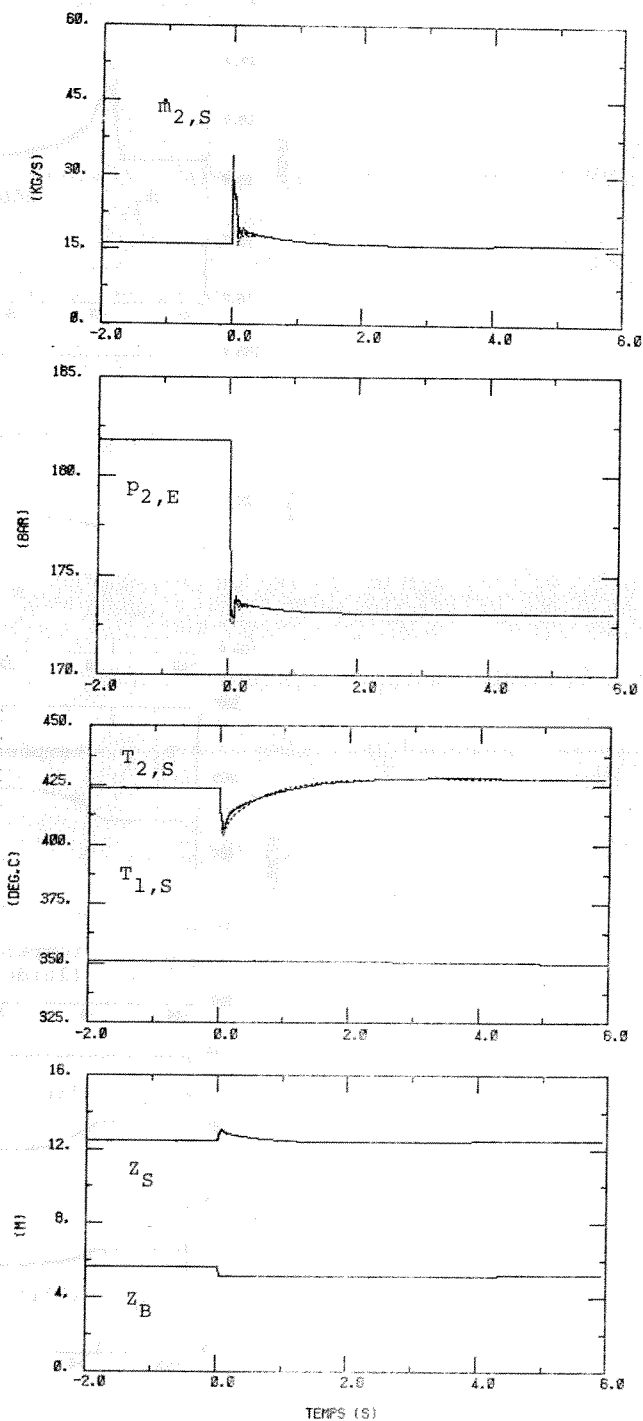
influence de l'inertie thermique de la paroi

—— avec inertie thermique  
 ..... sans inertie thermique

détails 0 - 0,3s



transitoire 0 - 6s

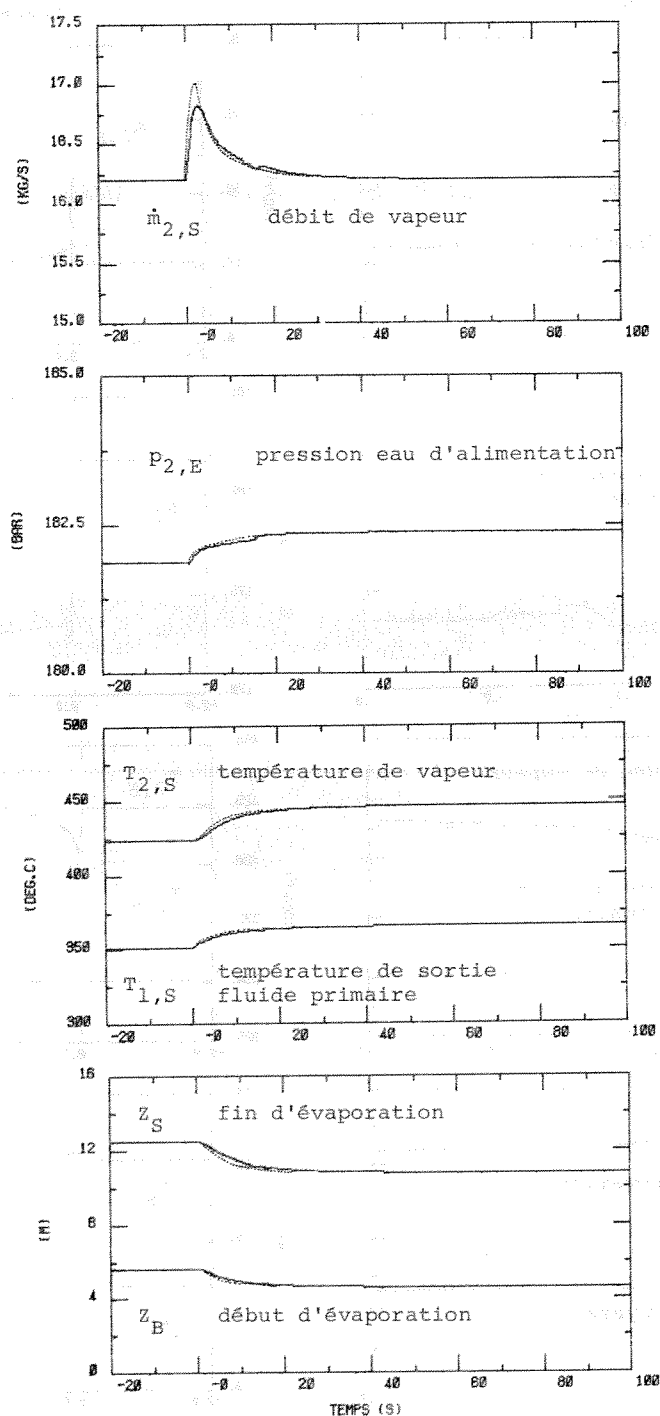


REPOSES A UN SAUT POSITIF DU DEBIT DU FLUIDE PRIMAIRE DE 100 A 120 %

influence de l'inertie thermique de la paroi

— avec  
..... sans

inertie thermique

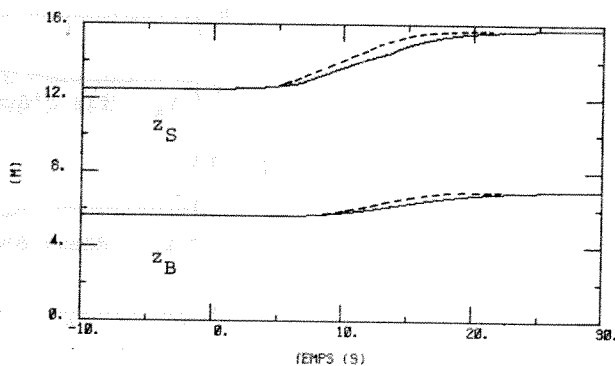
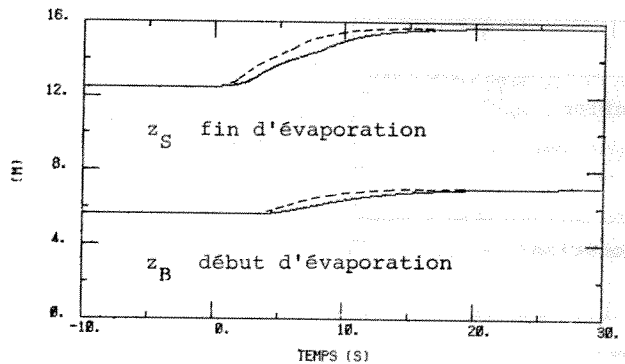
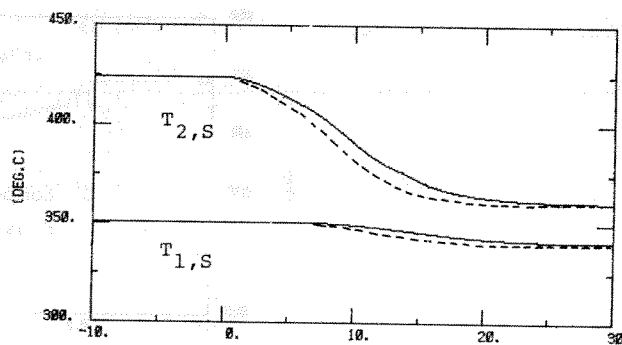
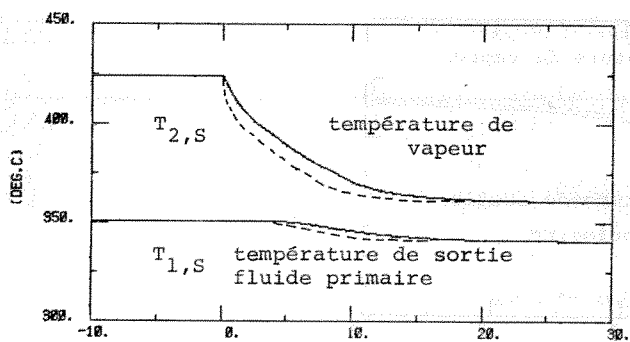
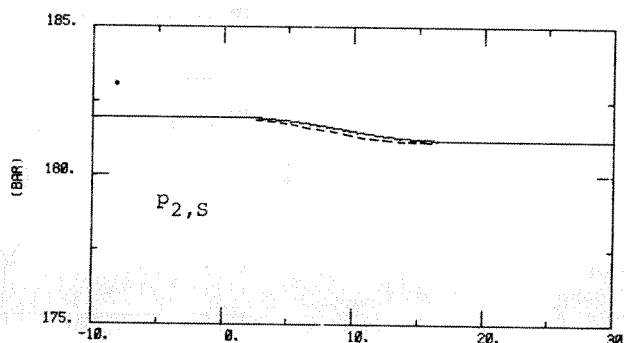
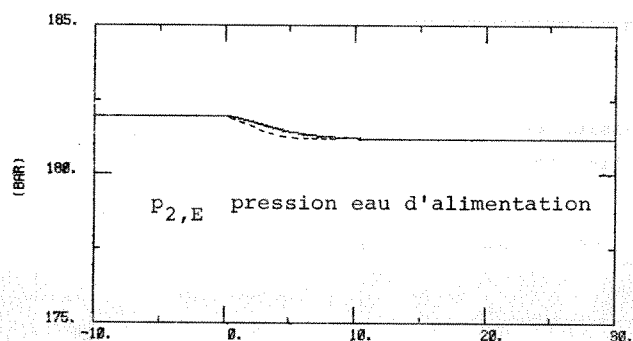
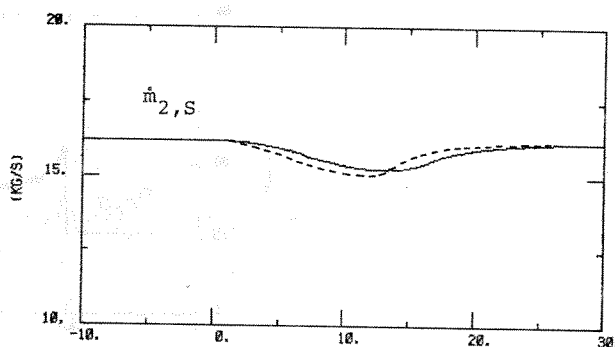
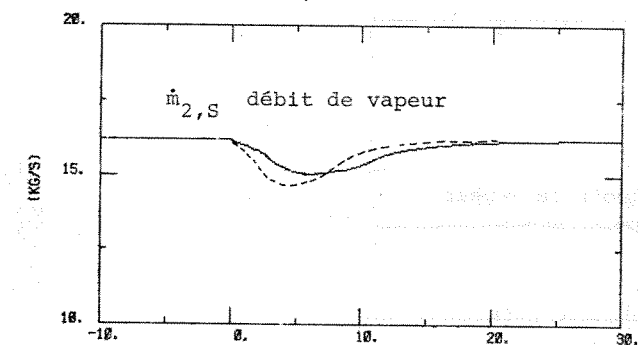


REponses A UN SAUT NEGATIF DE LA TEMPERATURE D'ENTREE DU FLUIDE PRIMAIRE DE

466 A 430 °C (-36 °C)

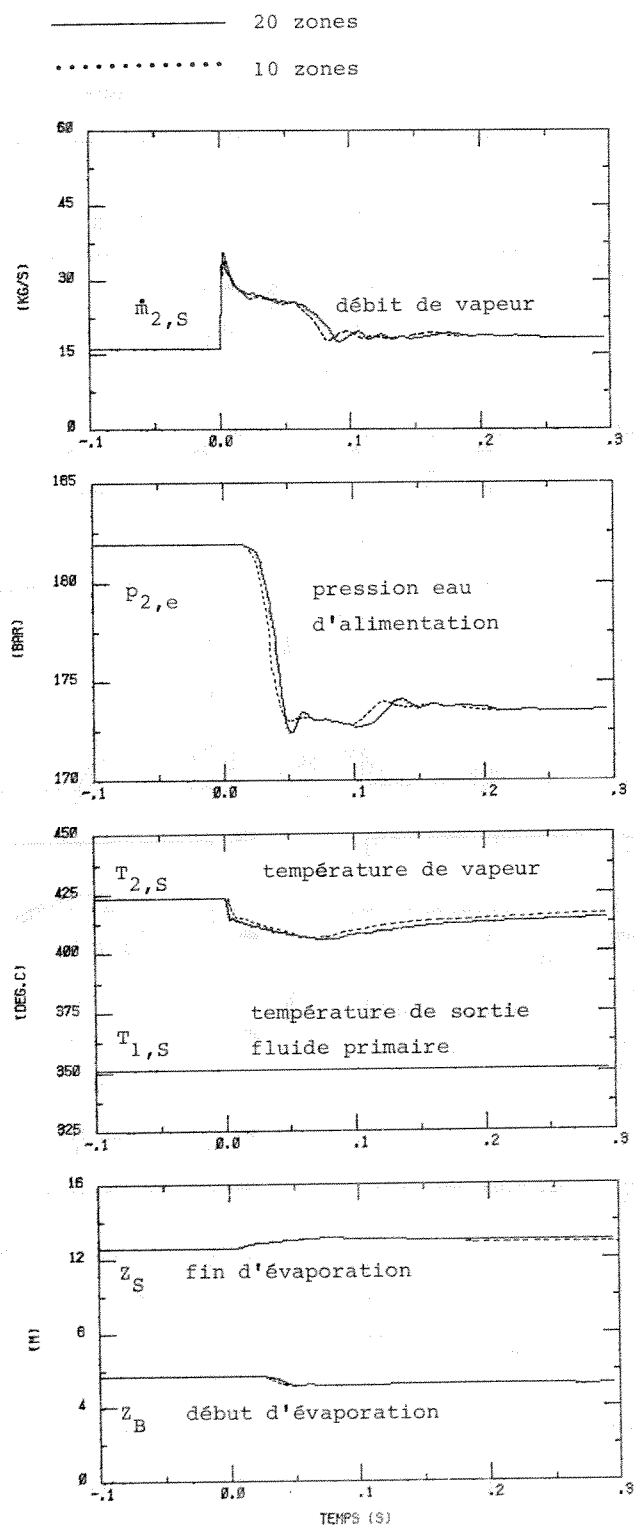
influence de l'inertie thermique de la paroi

— avec inertie thermique  
 - - - sans inertie thermique

saut de  $T_{1,E}$ rampe de  $T_{1,E}$  en 10 s

REPONSES A UN SAUT NEGATIF DE LA PRESSION DE VAPEUR DE 178,9 A 170 BAR  
(-8,9 BAR).

influence du nombre de zones de discrétisation spatiale





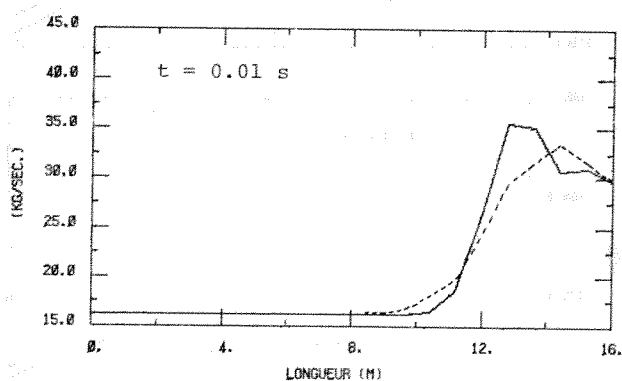
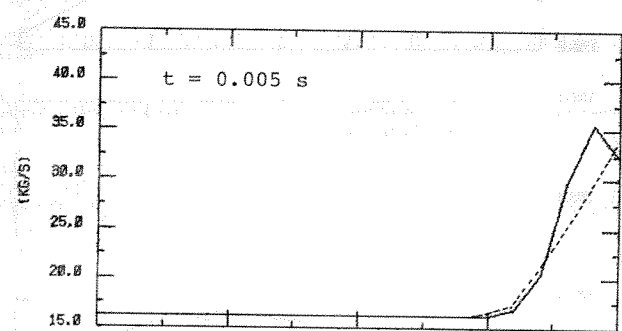
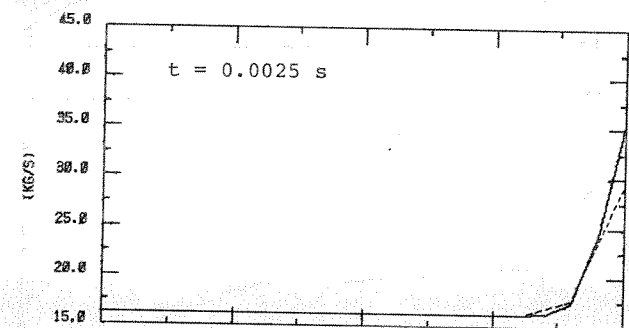
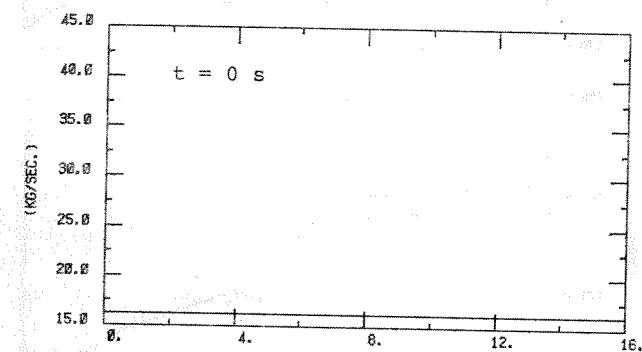
REPONSES A UN SAUT NEGATIF DE LA PRESSION DE VAPEUR DE 178.9 A 170 BAR (-8.9BAR)

influence du nombre de zones de discrétisation spatiale

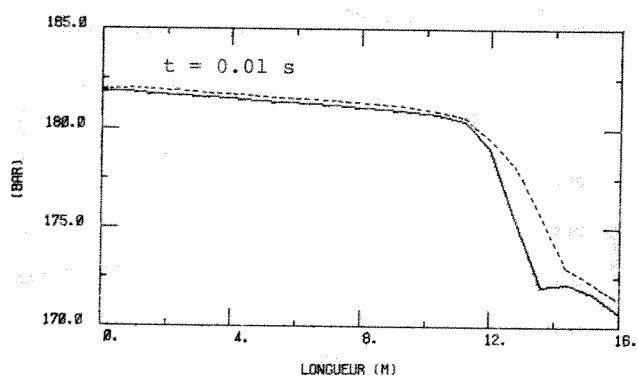
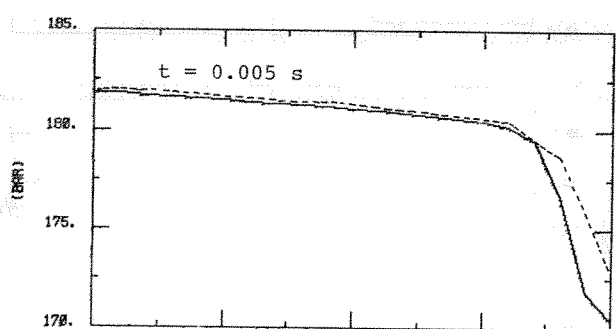
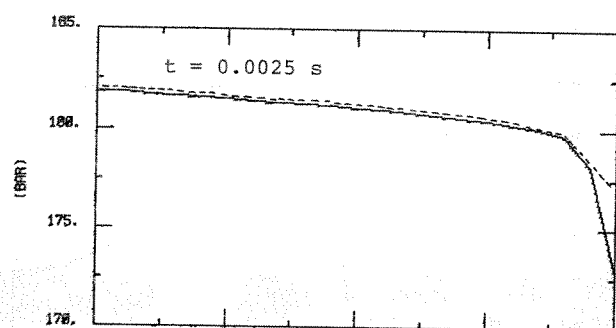
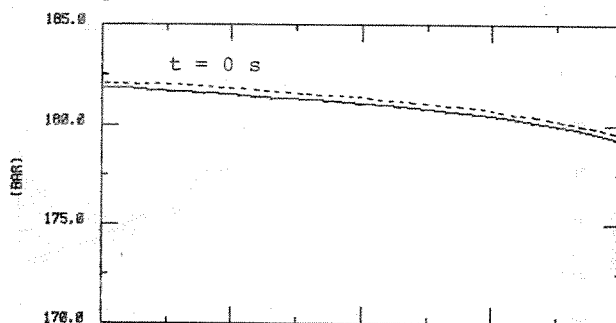
— 20 zones

- - - 10 zones

évolution du profil spatial de débit



évolution du profil spatial de la pression

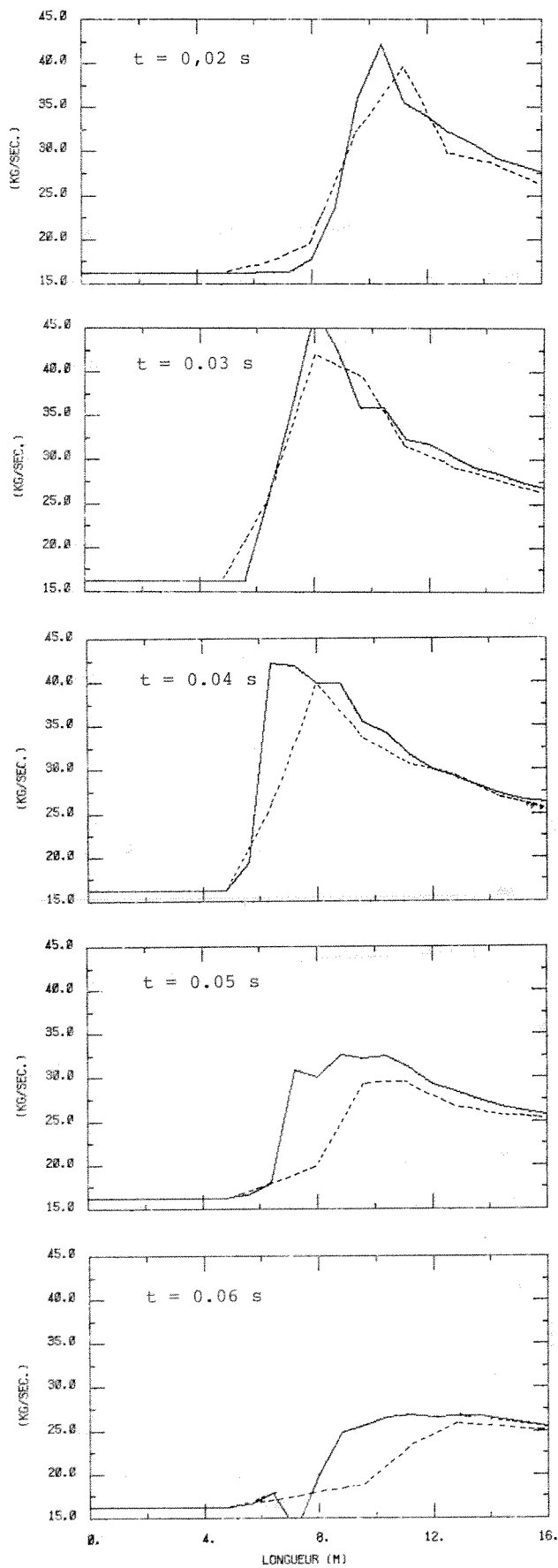


suite →

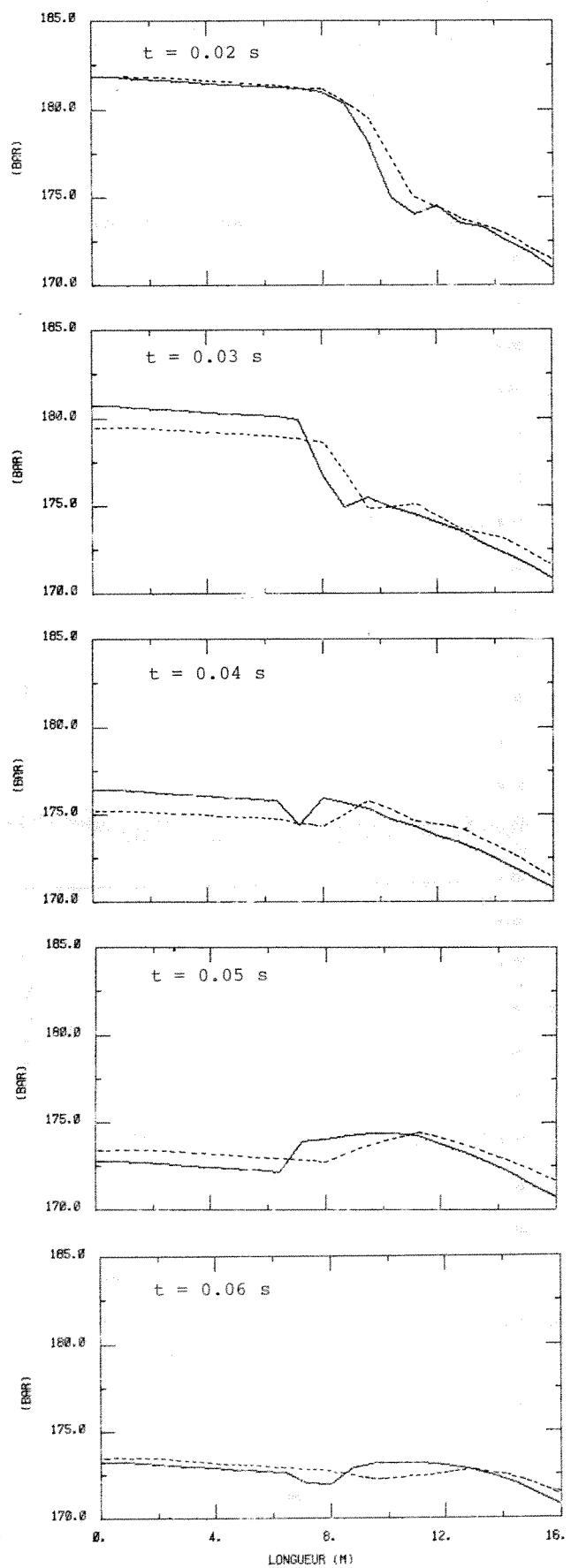
FIG. 30a

(suite)

profils du débit



profils de la pression



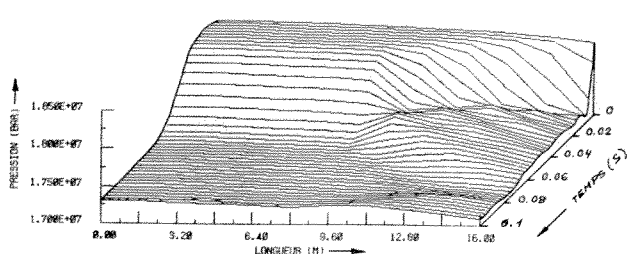
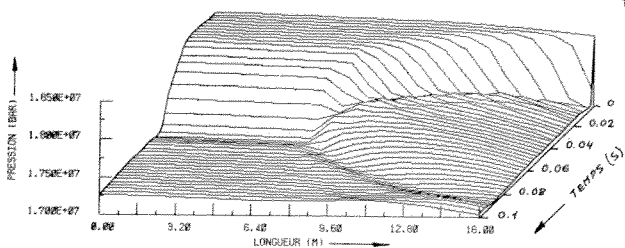
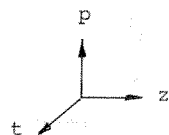
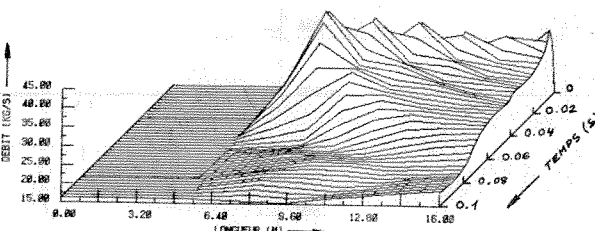
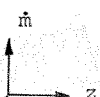
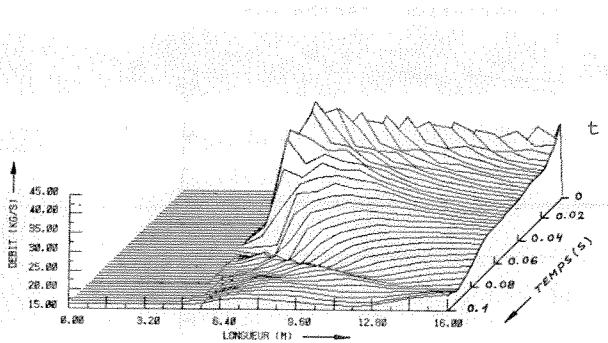
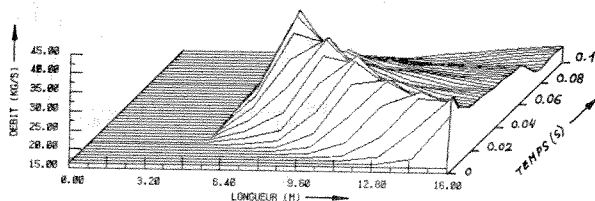
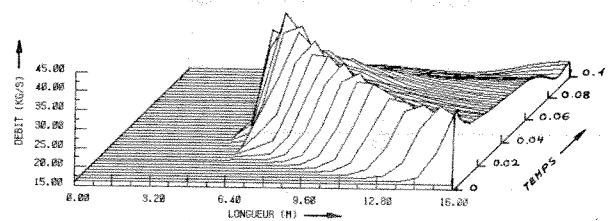
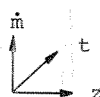
REPONSES A UN SAUT NEGATIF DE LA PRESSION DE VAPEUR DE 178.9 A 170 BAR (-8.9 BAR)

influence du nombre de zones de discrétisation spatiale

représentation perspective de l'évolution des profils spatiaux du débit et de la pression

20 zones

10 zones



EXPERIENCE NUMERIQUE N°24

FIG. 31a

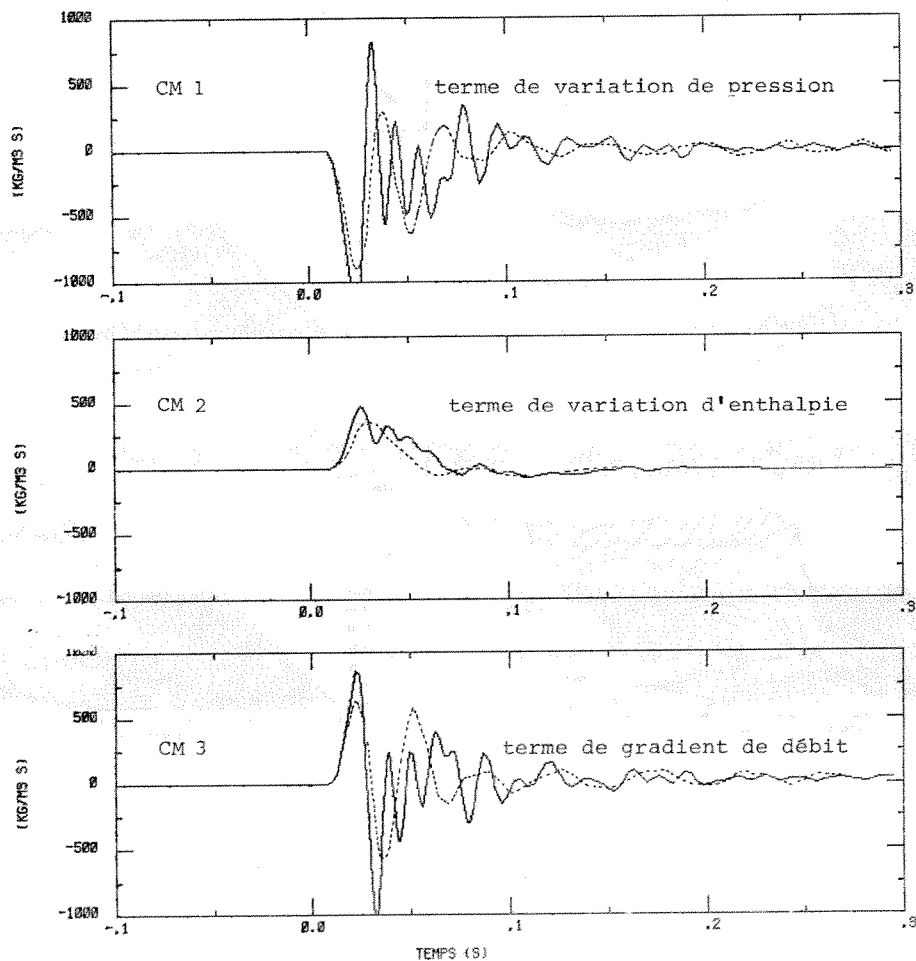
REponses A UN SAUT NEGATIF DE LA PRESSION DE VAPEUR DE 178,9 A 170 BAR

(-8,9 BAR)

influence du nombre de zones de discrétisation spatiale sur le  
comportement des termes de l'équation de conservation de masse

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} - \frac{1}{A} \frac{\partial \dot{m}}{\partial z} = 0 \quad \text{ou} \quad \underbrace{\frac{\partial \rho}{\partial p} \frac{\partial p}{\partial t}}_{\text{CM 1}} + \underbrace{\frac{\partial \rho}{\partial i} \frac{\partial i}{\partial t}}_{\text{CM 2}} - \underbrace{\frac{1}{A} \frac{\partial \dot{m}}{\partial z}}_{\text{CM 3}} = 0$$

————— discrétisation à 20 zones, noeud 13 } z=9,6 m  
..... discrétisation à 10 zones, noeud 7 }

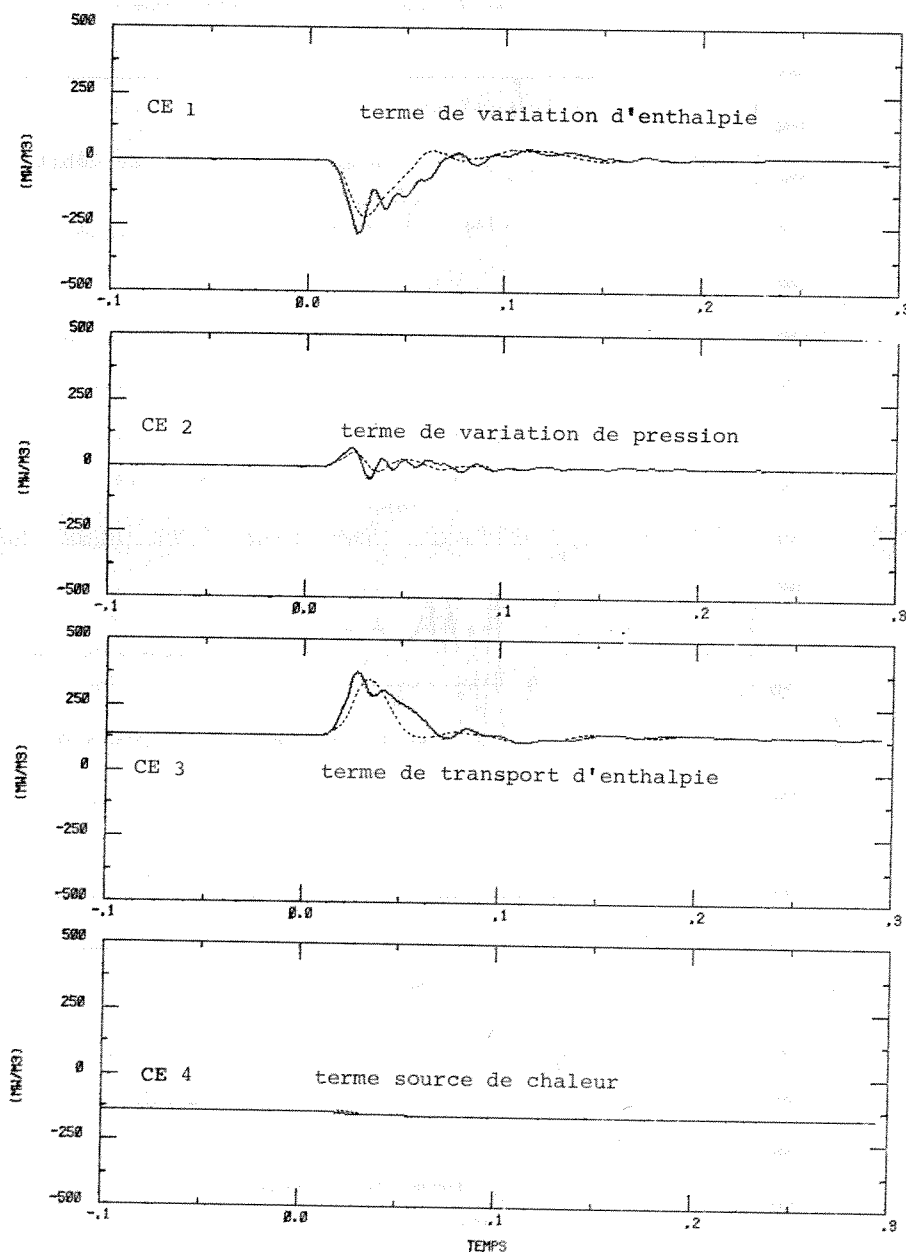


REPONSES A UN SAUT NEGATIF DE LA PRESSION DE VAPEUR DE 178,9 A 170 BAR  
(-8,9 BAR)

influence du nombre de zones de discrétisation spatiale sur le  
comportement des termes de l'équation de conservation d'énergie

$$\underbrace{\rho \frac{\partial i}{\partial t}}_{\text{CE 1}} - \underbrace{\frac{\partial p}{\partial t}}_{\text{CE 2}} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial z} (\rho v_{ml} i)}_{\text{CE 3}} - \underbrace{\frac{i}{A} \frac{\partial \dot{m}}{\partial z}}_{\text{CE 4}} - \dot{q} = 0$$

— discrétisation à 20 zones, noeud 13 } z=9,6 m  
..... discrétisation à 10 zones, noeud 7

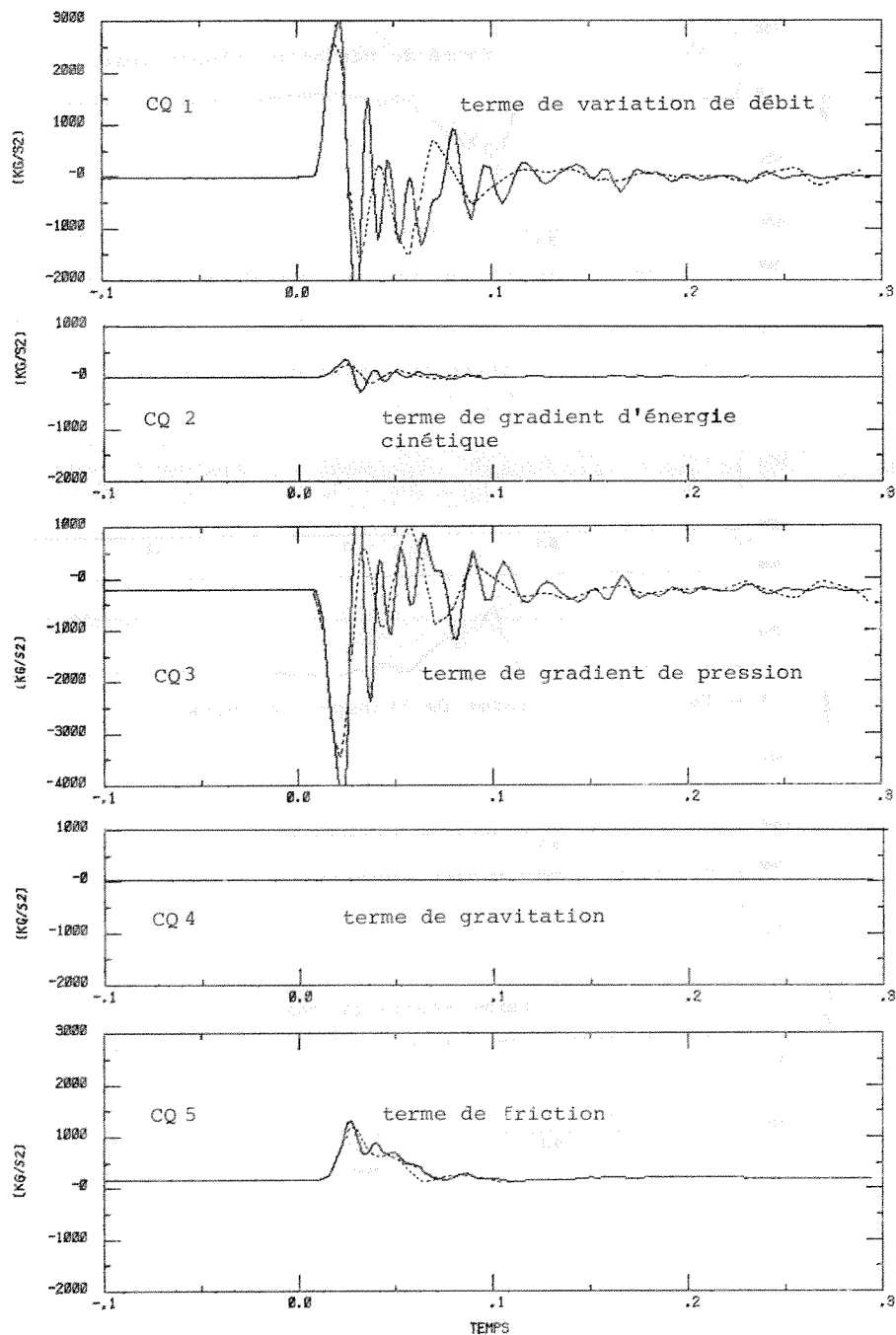


REPONSES A UN SAUT NEGATIF DE LA PRESSION DE SORTIE DE 178,9 BAR (-8,9 BAR).

influence du nombre de zones de discrétisation spatiale sur le comportement des termes de l'équation de conservation de quantité de mouvement

$$\underbrace{\frac{\partial \dot{m}}{\partial t}}_{CQ\ 1} + A \underbrace{\frac{\partial}{\partial z} (\rho v^2)}_{CQ\ 2} + A \underbrace{\frac{\partial p}{\partial z}}_{CQ\ 3} + A \underbrace{p \cos \theta}_{CQ\ 4} + A \underbrace{\frac{\partial p_{fr}}{\partial z}}_{CQ\ 5} = 0$$

— discrétisation à 20 zones, noeud 13 } z=9,6 m  
 ..... discrétisation à 10 zones, noeud 7 }

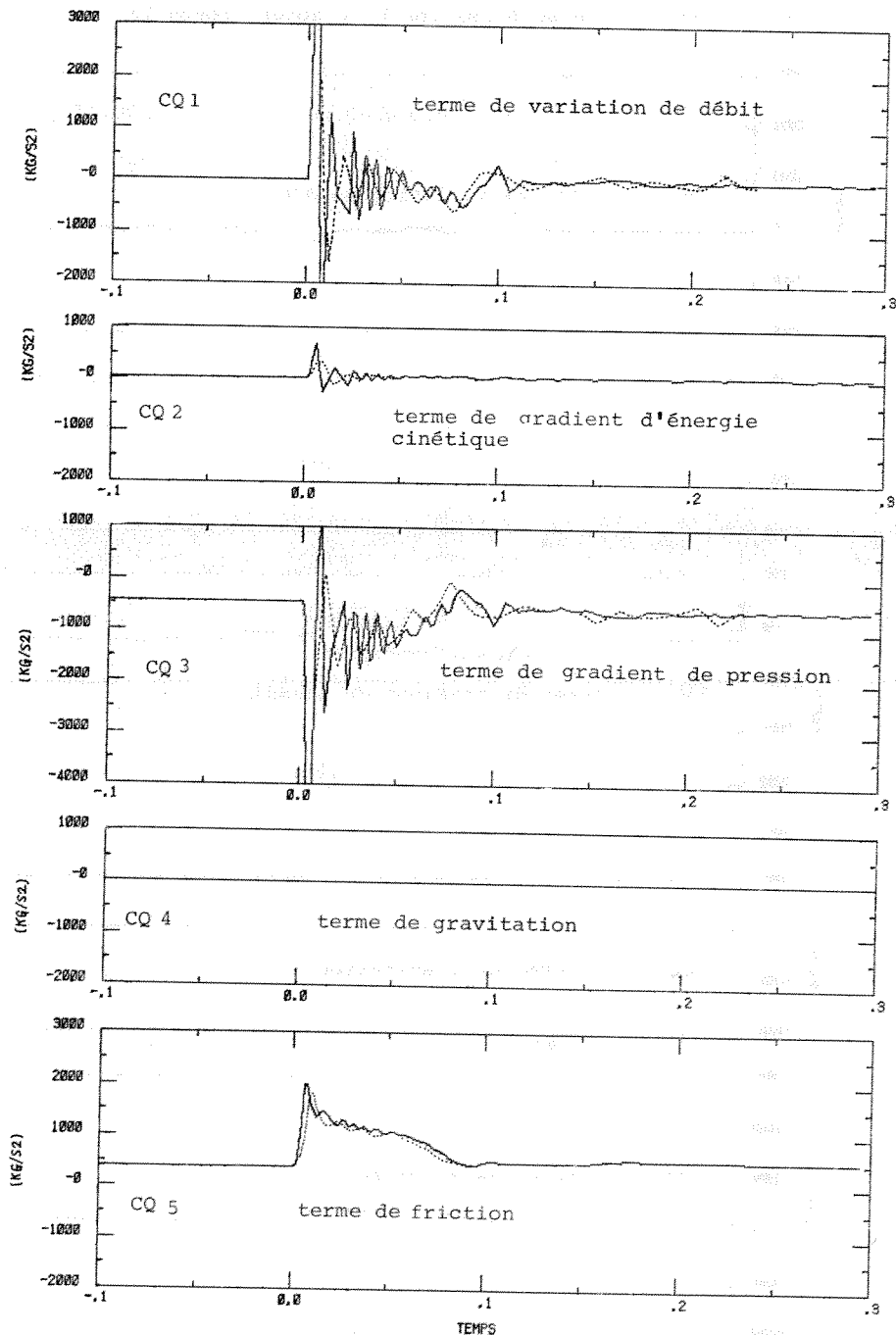


REPONSES A UN SAUT NEGATIF DE LA PRESSION DE VAPEUR DE 178,9 A 170 BAR  
(- 8,9 BAR).

influence du nombre de zones de discrétisation spatial sur le  
comportement des termes de l'équation de conservation de quantité  
de mouvement

$$\underbrace{\frac{\partial \dot{m}}{\partial t}}_{\text{CQ 1}} + \underbrace{A \frac{\partial}{\partial z} (\rho v^2_{m2})}_{\text{CQ 2}} + \underbrace{A \frac{\partial p}{\partial z}}_{\text{CQ 3}} + \underbrace{A \rho g \cos \theta}_{\text{CQ 4}} + \underbrace{A \frac{\partial p_{fr}}{\partial z}}_{\text{CQ 5}} = 0$$

— discrétisation à 20 zones, noeud 19 } z=14,4 m  
..... discrétisation à 10 zones, noeud 10 }

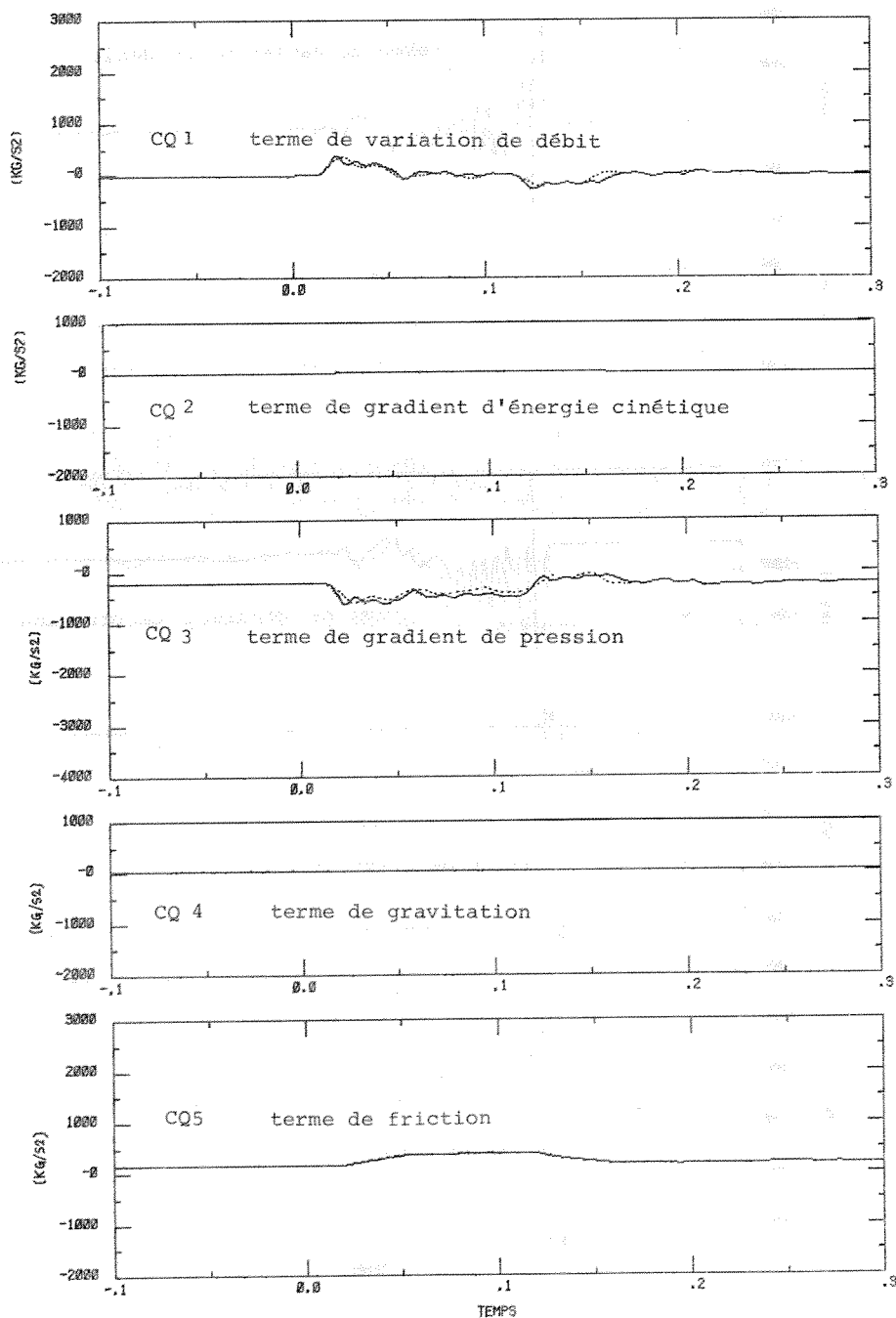


REponses A UNE RAMPE NEGATIVE DE LA PRESSION DE VAPEUR DE 178,9 A 170 BAR  
(8,9 BAR) EN 0,1 S.

influence du nombre de zones de discrétisation spatiale sur le  
comportement des termes de l'équation de conservation de quantité  
de mouvement

$$\underbrace{\frac{\partial \dot{m}}{\partial t}}_{\text{CQ 1}} + A \underbrace{\frac{\partial}{\partial z} (\rho v^2_{m2})}_{\text{CQ 2}} + A \underbrace{\frac{\partial p}{\partial z}}_{\text{CQ 3}} + A \underbrace{p \cos \theta}_{\text{CQ 4}} + A \underbrace{\frac{\partial p_{fr}}{\partial z}}_{\text{CQ 5}} = 0$$

— discrétisation à 20 zones, noeud 7 }  $z=9,6 \text{ m}$   
..... discrétisation à 10 zones, noeud 13 }



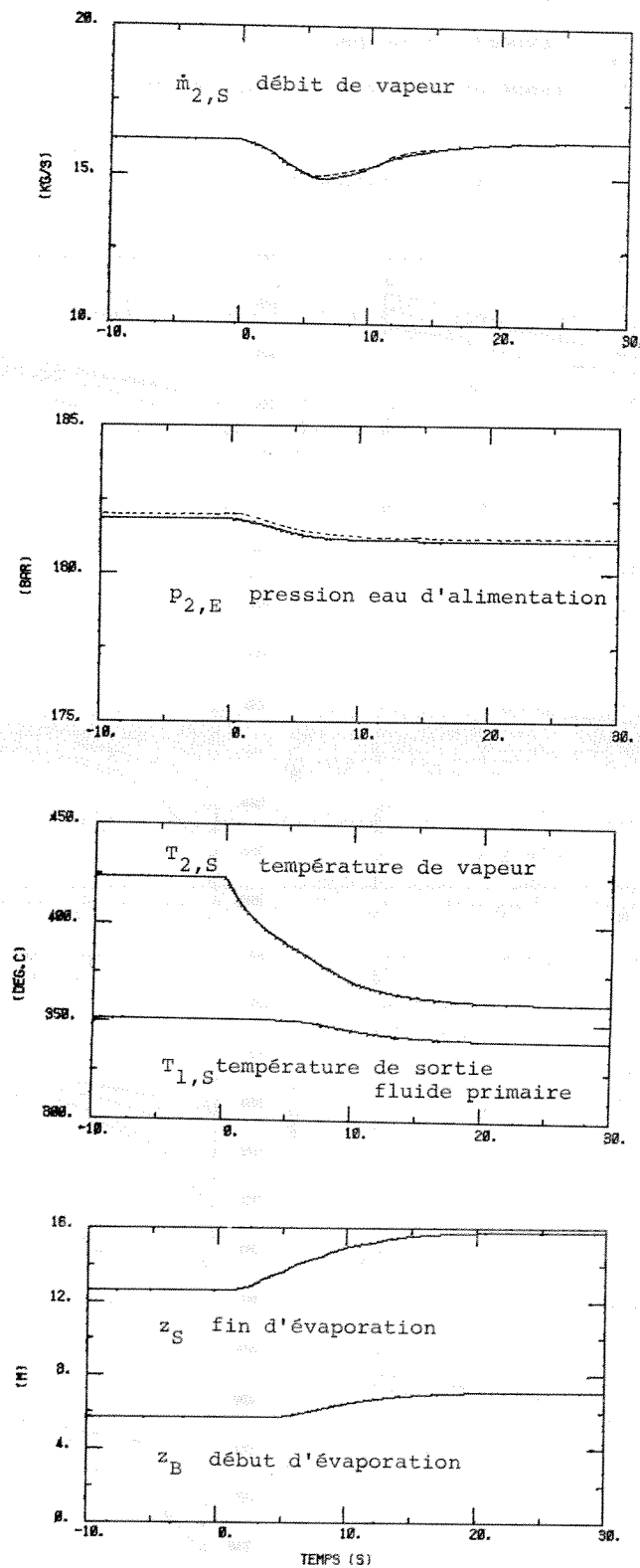


REPNSES A UN SAUT NEGATIF DE LA TEMPERATURE D'ENTREE DU FLUIDE  
PRIMAIRE DE 466 A 430 °C (-36°C)

influence du nombre de zones de discrétisation spatiale

— 20 zones

- - - 10 zones



REPONSES A UN SAUT NEGATIF DE LA TEMPERATURE D'ENTREE DU FLUIDE PRIMAIRE  
DE 466 A 430 °C (-36 °C)

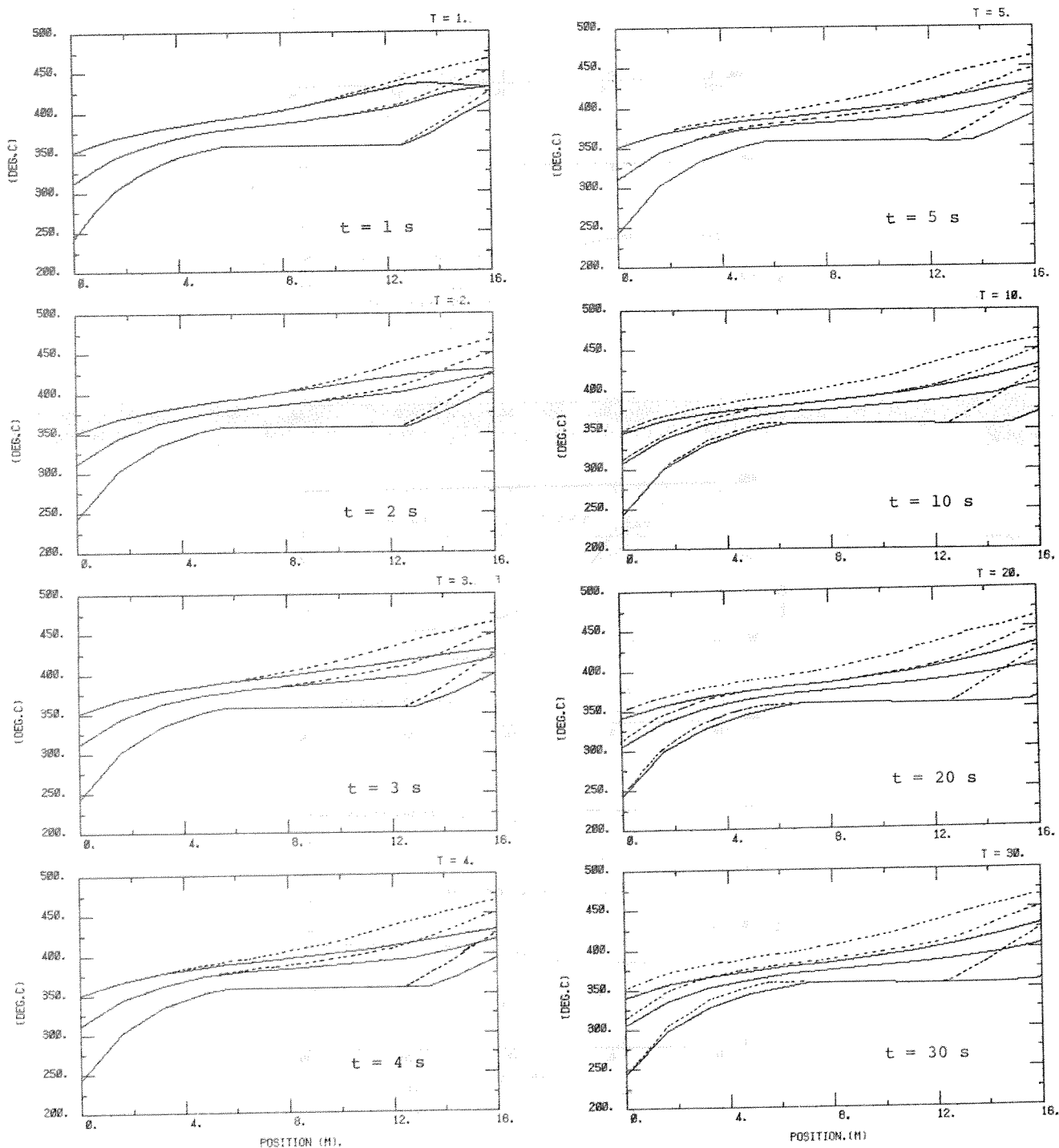
évolution des profils spatiaux des températures

$T_1$  = température fluide 1 (sodium liquide)

$T_p$  = température de paroi

$T_2$  = température fluide 2 (diphase)

----- état stationnaire initial



APPENDICE 1Discrétisation spatiale du modèle de référence

APPENDICE 1Discrétisation spatiale du modèle de référence

	<u>page</u>
1. Discrétisation spatiale de l'hydrodynamique diphasique	A1-3
1.1 Choix des différences finies	A1-3
1.2 Equations discrétisées	A1-8
1.3 Détermination des points de début et de fin d'évaporation	A1-15
2. Discrétisation des équations du fluide primaire	A1-18
3. Discrétisation des équations de la paroi et du transfert de chaleur	A1-20
3.1 Choix de la position des noeuds	A1-22
3.2 Détermination de la densité de puissance thermique $\dot{q}$ dans une zone en fonction des flux thermiques $\dot{Q}$ aux noeuds adjacents	A1-24
A. Critères	A1-24
B. 1 <sup>ère</sup> méthode	A1-27
C. 2 <sup>e</sup> méthode	A1-30
D. 3 <sup>e</sup> méthode	A1-33
E. Méthode choisie	A1-39
3.3 Détermination du flux thermique aux noeuds entre la paroi et l'écoulement diphasique	A1-40
4. Remarques	A1-42

## APPENDICE 1

Discrétisation spatiale du modèle de référence

On donne ici les schémas de discrétisation spatiale appliqués pour les expériences numériques. On ne donne que les schémas du modèle de référence, ceux des modèles simplifiés s'en déduisant sans difficulté.

1. Discrétisation spatiale de l'hydrodynamique diphasique1.1 Choix des différences finies

Les équations différentielles de conservations ont été mises sous la forme (chap. 3.2.1.7-B, table 8) suivante:

$$\frac{\partial}{\partial t} i = \frac{1}{D_{\rho i} + \rho D_{\rho p}} \left\{ D_{\rho p} \left[ \frac{i}{A} \frac{\partial \dot{m}}{\partial z} - \frac{\partial}{\partial z} (\rho v_{m1} i) + \dot{q} \right] - \frac{1}{A} \frac{\partial \dot{m}}{\partial z} \right\} \quad (59)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} p = \rho \frac{\partial}{\partial t} i - \frac{i}{A} \frac{\partial \dot{m}}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial z} (\rho v_{m1} i) - \dot{q} \quad (57)$$

↑  
selon (59)

$$\frac{\partial}{\partial t} \dot{m} = - A \left\{ \frac{\partial}{\partial z} (\rho v_{m2}^2 + p) + \rho g \cos \theta + \frac{\partial p_{fr}}{\partial z} \right\} \quad (46)$$

$$\text{avec: } \left. \begin{aligned} D_{\rho i} &= \frac{\partial}{\partial i} \rho(p, i) \\ D_{\rho p} &= \frac{\partial}{\partial p} \rho(p, i) \end{aligned} \right\} \begin{aligned} &\text{fonctions tirées} \\ &\text{des tables de} \\ &\text{vapeur} \\ &\text{(voir appendice 5)} \end{aligned}$$

Il s'agit de choisir le type adéquat de différences finies (différences en arrière (93), centrales (94) ou en avant (95), chap. 3.4.1) à utiliser pour exprimer chacun des gradients spatiaux apparaissant dans ces équations de conservation. Ce choix n'est pas indifférent et va être conditionné par les exigences suivantes:

- 1) les perturbations des variables soniques ( $p$ ,  $\dot{m}$ ) doivent pouvoir se propager aussi bien dans le même sens que dans le sens inverse du courant. Numériquement cela se traduit par le fait que:

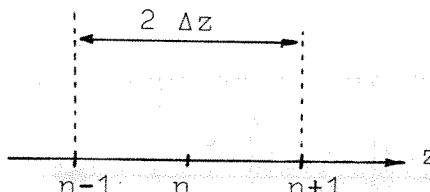
- le gradient de  $\dot{m}$  dans l'équation de  $\partial p / \partial t$  doit faire intervenir des valeurs de  $\dot{m}$  situées à l'amont et à l'aval du point où est calculé la dérivée de la pression  $\partial p / \partial t$
- de même le gradient de  $p$  dans l'équation de  $\partial \dot{m} / \partial t$  doit faire intervenir des valeurs de  $p$  situées à la fois à l'amont et à l'aval du point où est calculé  $\partial \dot{m} / \partial t$

Ceci implique en principe des différences centrales pour exprimer les gradients  $\partial \dot{m} / \partial z$  et  $\partial p / \partial z$  des équations (46) et (57).

- 2) les perturbations des variables thermiques  $i$  et  $T$  ne doivent se propager que dans le sens du courant: ceci implique une différence en arrière pour l'expression des gradients  $\partial \dot{m} / \partial z$  et  $\partial (\rho v_{m1} i) / \partial z$  dans l'équation de  $\partial i / \partial t$ .
- 3) le système algébrique obtenu en remplaçant tous les gradients spatiaux par des différences finies et en annu-

lant toutes les dérivées dans le temps ne doit pas être singulier et posséder une et une seule solution (état stationnaire).

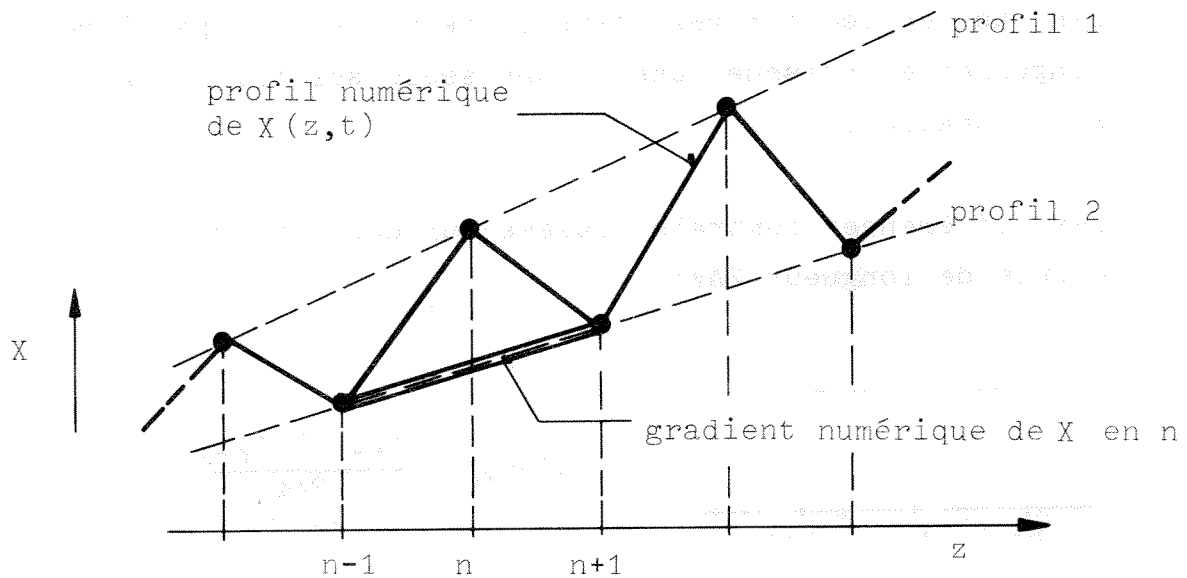
- 4) les différences centrales basées sur des intervalles double de longueur  $2\Delta z$ :



$$\left( \frac{\partial X}{\partial z} \right)_n = \frac{X_{n+1} - X_{n-1}}{2\Delta z}$$

sont à éviter car elles présentent deux difficultés:

- elles ne peuvent être appliquées que pour les points intérieurs du tube moyen simulé. Aux extrémités, les points amont pour l'entrée et aval pour la sortie n'existant pas, il faut utiliser des différences en arrière, respectivement en avant.
- elles ne s'aperçoivent pas de certaines situations anormales. L'exemple typique concerne le cas où le profil spatial d'une des variables serait devenue, au cours du calcul, en "dents de scie":

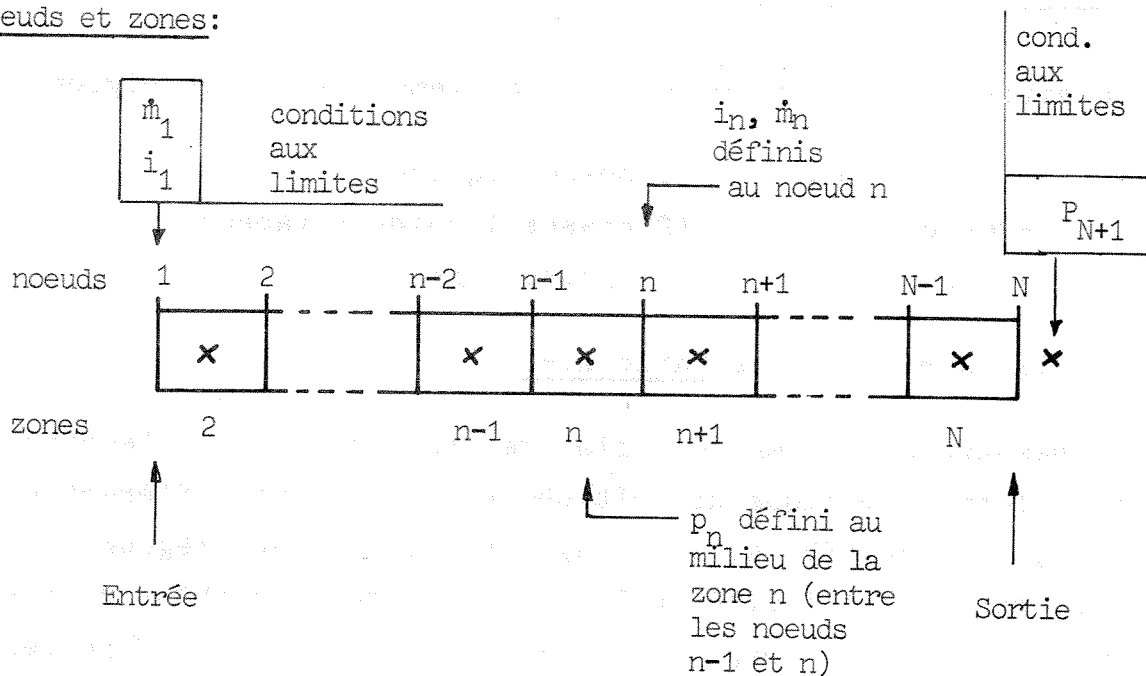


les différences centrales ne rendent compte que des profils 1 et 2 et ne "voient" pas le profil réel liant deux points consécutifs. Cet effet est en principe atténué par le fait qu'aux extrémités, les différences n'étant plus centrales, un profil tel celui illustré ci-dessus va être lissé. Les profils stationnaires seront en principe correct, mais en régime dynamique fortement perturbé il n'est pas sain numériquement que le gradient local ne s'aperçoive pas directement des déformations locales du profil spatial.

L'exigence 4) entre en conflit avec l'exigence 1). La solution appliquée ici consiste à décaler d'un demi-pas de discrétisation  $0.5 \Delta z$  les points où sont définies les pressions et de n'utiliser ensuite que des différences portant sur des points consécutifs selon le schéma de la table A1-1.

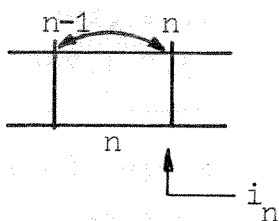


Table A1-1 Discrétisation spatiale de l'écoulement diphasique (I)

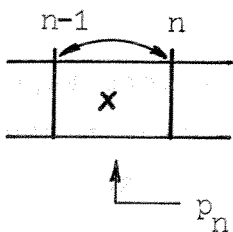
Noeuds et zones:Expressions numériques des principaux gradients:

$\dot{m} > 0$

gradient du courant d'enthalpie - différence en arrière

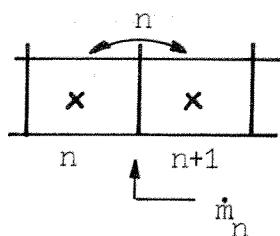


$$G_{pvi} = \frac{\partial i}{\partial z} = \frac{i_n - i_{n-1}}{\Delta z} \quad \text{dans} \quad \frac{di_n}{dt}$$



gradient de débit - différence centrale

$$G_{\dot{m}} = \frac{\partial \dot{m}}{\partial z} = \frac{\dot{m}_n - \dot{m}_{n-1}}{\Delta z} \quad \text{dans} \quad \frac{dp_n}{dt}$$



gradient de pression - différence centrale

$$G_p = \frac{\partial p}{\partial z} = \frac{p_{n+1} - p_n}{\Delta z} \quad \text{dans} \quad \frac{d\dot{m}_n}{dt}$$

## 1.2 Equations discrétisées

La division de l'ensemble de l'écoulement en trois régions:

- économiseur (1 phase liquide)
- évaporateur (2 phases liquide + vapeur)
- surchauffeur (1 phase vapeur)

est illustrée dans la table A1-2.

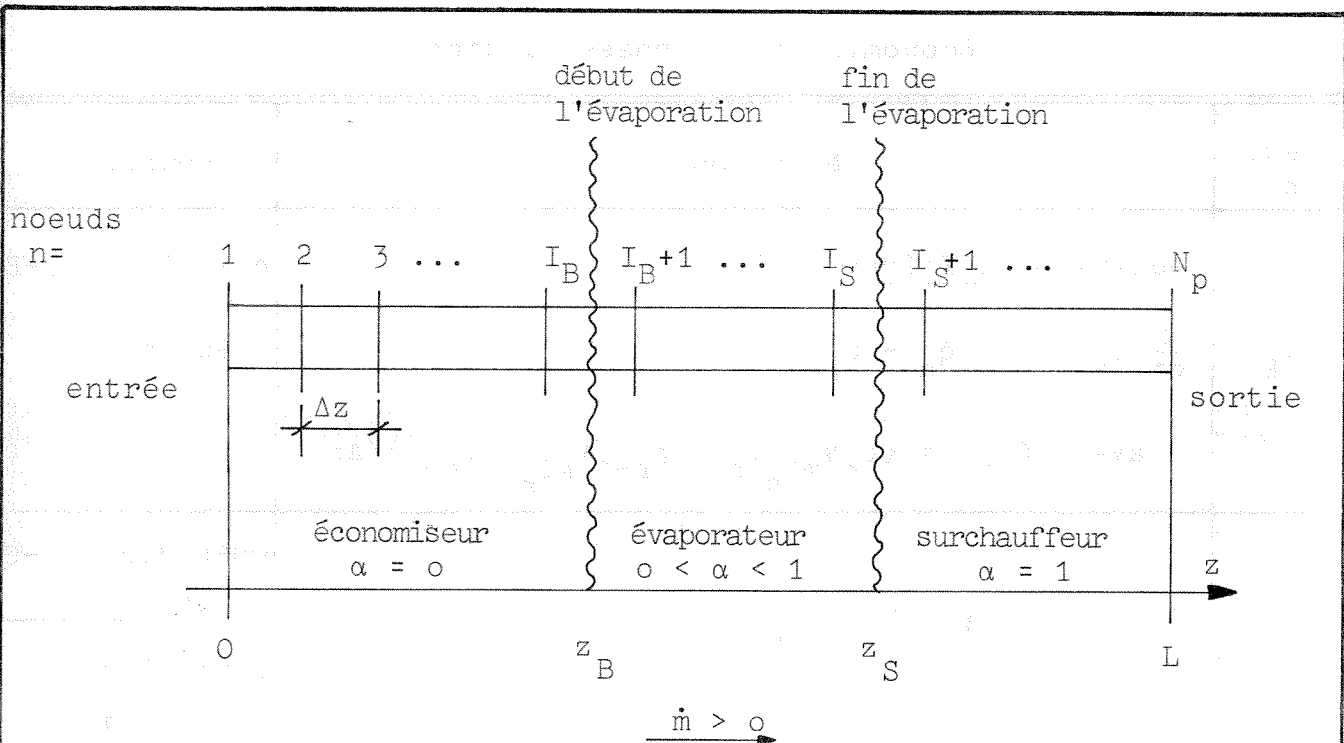
Le passage d'une région à l'autre, en particulier l'écriture sous forme numérique discrétisée des équations différentielles (46), (57) et (59) au voisinage des limites des régions ne pose pas de difficultés grâce au choix des variables différentielles (voir chap. 3.2.1.7-A)  $i$ ,  $p$  et  $\dot{m}$  qui sont, elles et leurs gradients, définies dans toutes les régions. Les principales différences qui apparaissent entre les régions au niveau des équations numériques concernent:

- a) la disparition des 2 équations différentielles pour  $p_n$  et  $\dot{m}_n$  dans l'économiseur (écoulement incompressible), remplacées par des équations algébriques (selon 3.2.1.7-B),
- b) les équations algébriques, en particulier les équations d'état, qui s'adaptent à l'état thermodynamique de chaque région.

L'écriture sous forme numérique discrète des équations algébriques se déduit simplement par addition d'un indice  $n$  dans les équations du modèle mathématique de référence (table 9, chap. 3.2.1.7-C).

La forme discrétisée finale des équations différentielles et algébriques est donnée dans la table A1-3.

Table A1-2 Discretisation spatiale de l'écoulement diphasique (II)

Notations:

- $I_B$  = indice du dernier noeud avant  $z_B$
- $I_S$  = indice du dernier noeud avant  $z_S$
- $L$  = longueur active du tube
- $N_p$  = indice du dernier noeud (nombre total de noeuds)
- $z_B$  = abscisse du point de début de l'évaporation
- $z_S$  = abscisse du point de fin de l'évaporation
- $\Delta z$  = pas de discrétisation spatiale

Table A1-3 Equations discrétisées pour l'hydrodynamique  
du fluide diphasique

Economiseur (1 phase liquide)		
noeud n	équations	source
2 → I <sub>B</sub>	<p><u>équations différentielles:</u></p> $\frac{d}{dt} i_n = \frac{1}{\rho_n} (\dot{q}_n - G_{pvi})$ <p>avec <math>G_{pvi} = (\rho_n v_{m1n} i_n - \rho_{n-1} v_{m1n-1} i_{n-1}) / \Delta z</math></p>	<p>chap. 3.2.1.7-B</p> <p>éq.(60)</p>
1 I <sub>B</sub> → 1	<p><math>i_1 = i_1(p_1, T_{\text{entrée}})</math></p> <p><math>\dot{m}_n = \dot{m}_{\text{entrée}}</math></p> <p><math>p_n = p_{n+1} + g \rho_{n+1} \Delta z + \tau_n \Delta z</math></p> <p><math>\alpha_n = 0</math></p> <p><math>X_n = 0</math></p> <p><math>\rho_n = \rho_n(p_n, i_n)</math></p> <p><math>T_n = T_n(p_n, i_n)</math></p> <p><math>v_{\ell n} = v_{m1n} = v_{m2n} = \dot{m}_n / (A \cdot \rho_n)</math></p> <p><math>\tau_n = \xi_{n+1} \frac{\dot{m}_n^2}{2 D_h A^2 \rho_{n+1}}</math></p> <p>avec</p> <p><math>\xi_n = \xi_n(Re_n, X_{\text{rug}})</math></p> <p><math>Re_n = \rho_n v_{\ell n} D_h / \mu_n</math></p> <p><math>\mu_n = \mu_n(p_n, i_n)</math></p> <p><math>\dot{q}_n = \dot{q}_{2n}</math> voir chap. 3.2.3, table 21</p>	<p>chap. 3.2.1.7-C + table 10</p> <p>cond. lim. cond. lim.</p> <p>éq.(61)</p> <p>tab.vap.</p> <p>tab.vap.</p> <p>def.</p> <p>cor.emp.(36)</p> <p>MOODY</p> <p>def.</p> <p>tab.vap.</p>

suite 1 →

Table A1-3 (suite 1)

Evaporateur (2 phases)		
noeud n	équations	source
$I_{B+1}$ $\rightarrow I_S$	<u>équations différentielles:</u>	chap. 3.2.1.7-B et table 8
	$\frac{d}{dt} i_n = \frac{1}{D_{\rho i_n} + \rho_n D_{\rho p_n}} \left\{ D_{\rho p_n} \left[ \frac{i_n}{A} G_{\dot{m}} - G_{\rho vi} + \dot{q}_n \right] - \frac{1}{A} G_{\dot{m}} \right\}$	éq.(59)
	$\frac{d}{dt} p_n = \rho \frac{d}{dt} i_n - \frac{i_n}{A} G_{\dot{m}} + G_{\rho vi} - \dot{q}_n$	éq.(57)
	$\frac{d}{dt} \dot{m}_n = -A \left\{ G_p + G_{\rho v^2} + \rho_n g + \tau_n \right\}$ <p>avec les gradients:</p> $G_p = (p_{n+1} - p_n) / \Delta z$ $G_{\dot{m}} = (\dot{m}_n - \dot{m}_{n-1}) / \Delta z$ $G_{\rho vi} = (\rho_n v_{m1_n} i_n - \rho_{n-1} v_{m1_{n-1}} i_{n-1}) / \Delta z$ $G_{\rho v^2} = (\rho_n v_{m2_n}^2 - \rho_{n-1} v_{m2_{n-1}}^2) / \Delta z$	éq.(46)
$I_{B+1}$  si $I_S = N_p$  $I_{B+1}$ $\rightarrow I_S$	<u>équations algébriques:</u>	chap. 3.2.1.7-C et table 9
	$\dot{m}_{I_{B+1}} = \dot{m}_{\text{entrée}}$	cond. lim.
	$p_{N_p} = p_{\text{sortie}}$	cond. lim.
	$\rho_{\ell_n}, \rho_{g_n}, i_{\ell_n}, i_{g_n}, T_n = f(p_n)$	tab.vap.

suite 2  $\rightarrow$

Table A1-3 (suite 2)

noeud n	équations	source
$I_{B+1} \rightarrow I_S$	$\rho_n = \frac{\rho_{l_n} \cdot \rho_{g_n} (i_{l_n} - i_{g_n})}{(\rho_{g_n} - \rho_{l_n}) i_n + \rho_{l_n} i_{l_n} - \rho_{g_n} i_{g_n}}$	éq.(63)
"	$\alpha_n = (\rho_{l_n} - \rho_n) / (\rho_{l_n} - \rho_{g_n})$	éq.(62)
"	$v_{l_n} = \frac{\dot{m}_n}{A \rho_{l_n} (1 - \alpha_n) + \rho_{g_n} \alpha_n S_n}$ avec	éq.(64)
"	$S_n = S_n(p_n, \alpha_n) = \frac{v_{l_n}}{v_{g_n}}$	cor. emp. (42a) chap. 3.2.1.4-C
"	$v_{g_n} = S_n \cdot v_{l_n}$	def.(42)
"	$X_n = \frac{\alpha_n \rho_{g_n} v_{g_n}}{(1 - \alpha_n) \rho_{l_n} v_{l_n} + \alpha_n \rho_{g_n} v_{g_n}}$	def.(35)
"	$v_{m1} = \frac{(1 - \alpha_n) \rho_{l_n} v_{l_n} i_{l_n} + \alpha_n \rho_{g_n} v_{g_n} i_{g_n}}{\rho_n i_n}$	def.(24) table 4
"	$v_{m2} = \sqrt{\frac{(1 - \alpha_n) \rho_{l_n} v_{l_n}^2 + \alpha_n \rho_{g_n} v_{g_n}^2}{\rho_n}}$	def.(25) table 4
"	$\tau_n = \xi_n \frac{\rho_n v_{m2_n}  v_{m2_n} }{2D_h}$ avec	cor. emp.(36)
	$\xi_n = \xi_n(Re_n, X_{rug})$	MOODY cor. emp.(10)
	$Re_n = \dot{m}_n D_h / (A \cdot \mu_n)$	def.(37)
	$\mu_n = \mu_n(p_n, i_n)$	tab. vap.

Table A1-3 (suite 3)

noeud n	équations	source
$I_B + 1$ $\rightarrow I_S$	$\dot{q}_n = \dot{q}_{2n}$ voir table A1-6, p. A1-34 $D_{\rho i_n} = \frac{\partial \rho}{\partial i} / \begin{matrix} p = p_n \\ i = i_n \end{matrix}$ $D_{\rho p} = \frac{\partial \rho}{\partial p} / \begin{matrix} p = p_n \\ i = i_n \end{matrix}$	tiré des tab.vap.  approx. num. en appendice 3
Surchauffeur (1 phase gazeuse)		
$I_S + 1$ $\rightarrow N_p$	<u>équations différentielles:</u>  identiques à celles de l'évaporateur	
$N_p$  $I_S + 1$ $\rightarrow N_p$  "	<u>équations algébriques:</u>  $p_{N_p} = p_{\text{sortie}}$  $T_n = T_n(p_n, i_n)$  $\rho_n = \rho_n(p_n, i_n)$  $v_{g_n} = \dot{m}_n / (A \cdot \rho_n)$	chap. 3.2.1.7 + table 10  cond. lim.  tab.vap.  tab.vap.  def.

Table A1-3 (suite 4)

noeud n	équations	source
$I_{S+1}$ $\rightarrow N_p$	$v_{m1_n} = v_{m2_n} = v_{g_n}$ $\tau_n = \xi_n \frac{\rho_n v_{m2_n}  v_{m2_n} }{2D_h}$ <p>avec</p> $\xi_n = \xi_n (Re_n, X_{rug})$ $Re_n = \dot{m}_n D_h / (A \cdot \mu_n)$ $\mu_n = \mu_n(p_n, i_n)$ <p><math>\dot{q}_n = \text{voir table A1-6, p. A1-34}</math></p>	<p>def.</p> <p>cor.emp.(36)</p> <p>MOODY cor.emp.(10)</p> <p>def.(37)</p> <p>tab.vap.</p>



### 1.3 Détermination des points de début et de fin d'évaporation

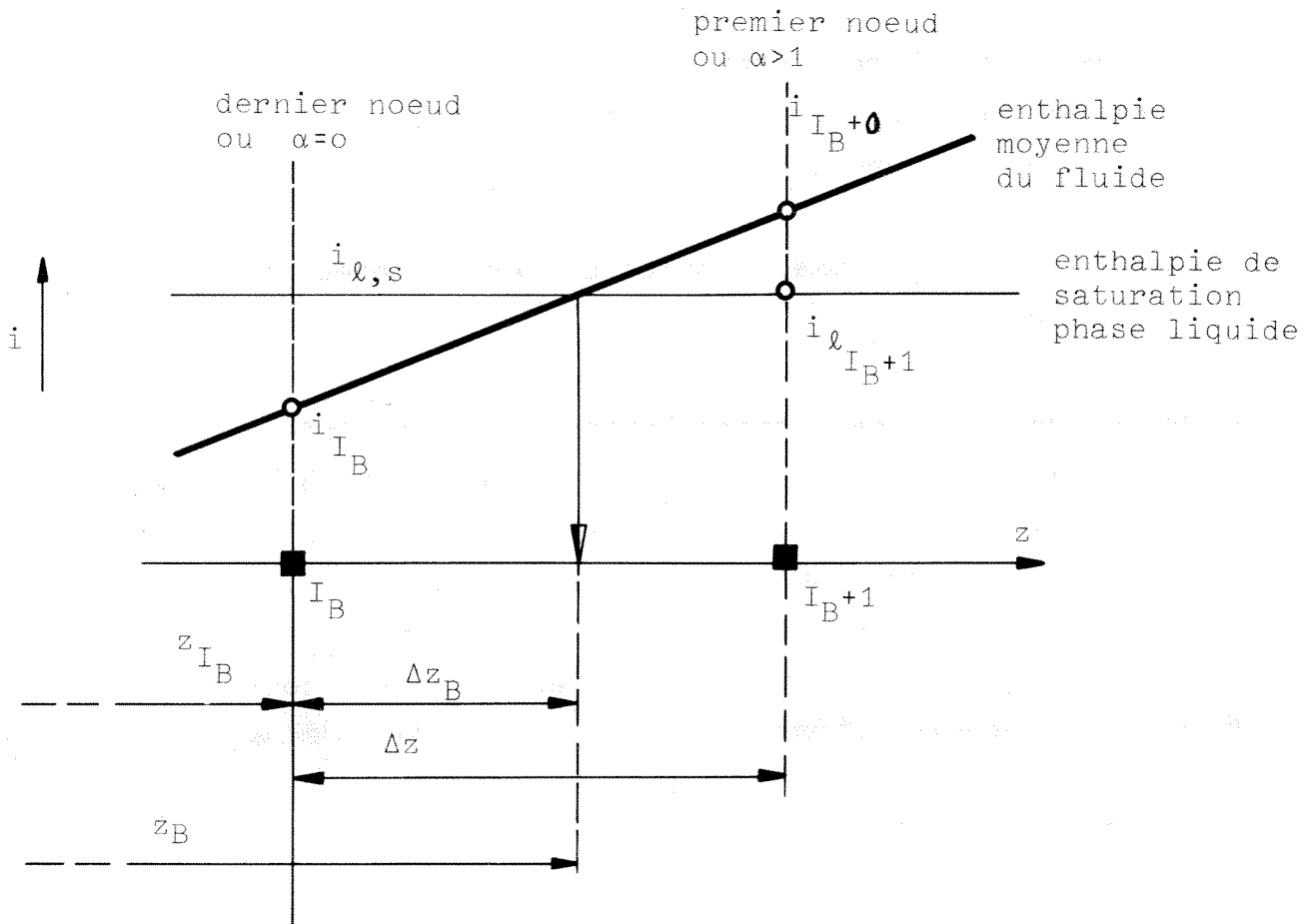
L'abscisse  $z_B$  du point de début d'évaporation (table A1-2) se détermine de la manière suivante:

- 1°) on admet connaître l'état du système au temps  $t$  considéré, en particulier les taux de vide  $\alpha_n$ , les enthalpies  $i_n$  et les pressions  $p_n$  en chaque noeud.
- 2°) on détermine  $I_B$  comme l'indice du dernier noeud où  $\alpha$  est encore nul.
- 3°) on détermine  $z_B$  par interpolation de l'enthalpie entre les noeuds  $I_B$  et  $I_B + 1$  comme le point où l'enthalpie moyenne du fluide devient égale à l'enthalpie de saturation de la phase liquide  $i_{l,s}$ . Cette procédure est illustrée par la figure A1-1. Les relations géométriques qui y apparaissent donnent la formule suivante:

$$\left. \begin{aligned} z_B &= z_{I_B} + \Delta z_B \\ \Delta z_B &= \Delta z \cdot \frac{i_{l,s} - i_{I_B}}{i_{I_B+1} - i_{I_B}} \end{aligned} \right\} \quad (A1-1)$$

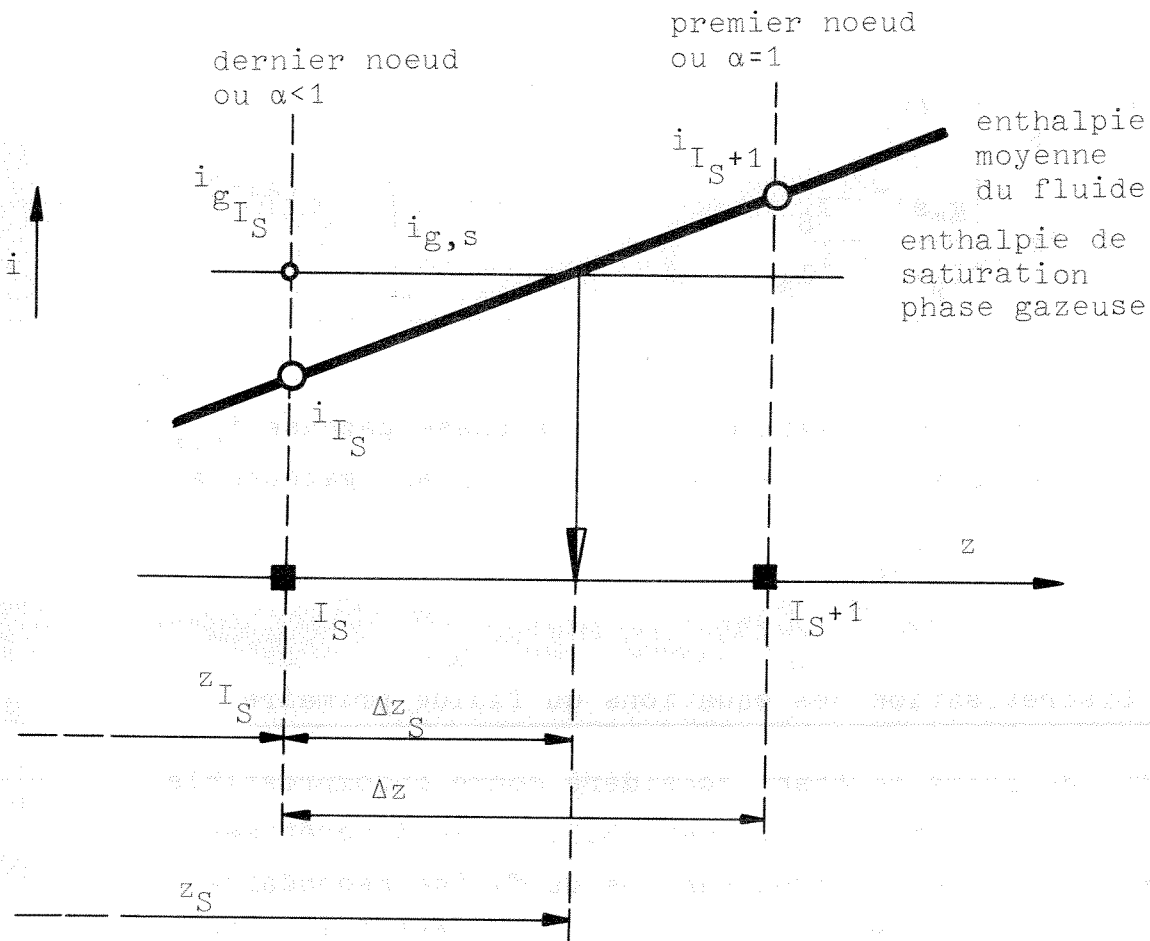
pour l'enthalpie de saturation  $i_{l,s}$  on prend en pratique l'enthalpie de la phase liquide au noeud  $I_B + 1$ . Cette dernière correspond en fait à la pression  $p_{I_B+1}$  du noeud  $I_B + 1$  et on admet que la variation de l'enthalpie de saturation due au gradient local de pression entre  $z_B$  et  $z_{I_B+1}$  est négligeable, ce d'autant que la formule (A1-1) est déjà une approximation (interpolation linéaire de l'enthalpie).

Fig. A1-1 Détermination du point  $z_B$  de début de l'évaporation



$$z_B = z_{I_B} + \Delta z_B$$

$$\Delta z_B = \Delta z \cdot \left. \frac{i_{l,s} - i_{I_B}}{i_{I_{B+1}} - i_{I_B}} \right\} \quad (A-1-1)$$

Fig. A1-2. Détermination du point  $z_S$  de fin d'évaporation

$$\left. \begin{aligned} z_S &= z_{I_S} + \Delta z_S \\ \Delta z_S &= \Delta z \cdot \frac{i_{g,s} - i_{I_S}}{i_{I_S+1} - i_{I_S}} \end{aligned} \right\} \quad (A1-2)$$

L'abscisse  $z_S$  du point de fin d'évaporation se détermine de manière analogue comme le point entre les noeuds  $I_S$  et  $I_{S+1}$  où l'enthalpie moyenne du fluide (interpolée) atteint la valeur de saturation  $i_{g,s}$  de la phase gazeuse. La procédure est illustrée à la fig. A1-2 qui conduit aux formules:

$$\left. \begin{aligned} z_S &= z_{I_S} + \Delta z_S \\ \Delta z_S &= \Delta z \frac{i_{g,s} - i_{I_S}}{i_{I_{S+1}} - i_{I_S}} \end{aligned} \right\} \quad (A1-2)$$

Pour l'enthalpie de saturation de la phase gazeuse  $i_{g,s}$  on prend en pratique l'enthalpie de la phase gazeuse au noeud  $I_S$  soit  $i_{g_{I_S}}$ .

## 2. Discrétisation des équations du fluide primaire

Le fluide primaire étant considéré comme incompressible, ses équations (table 14, chap. 3.2.2.) se discrétisent comme celles de l'hydrodynamique du fluide secondaire dans l'économiseur. L'espace  $Z$  est discrétisé avec les mêmes noeuds. Le résultat est donné dans la table A1-4. Les termes d'entrée et de sortie sont toujours relatifs au sens d'écoulement du fluide considéré (ici le fluide primaire). Le fluide primaire circulant à contre courant et l'axe  $z$  étant orienté selon l'écoulement du fluide secondaire, les directions  $\dot{m}_1 > 0$  et  $z > 0$  sont donc opposées, ce qui affecte l'écriture du gradient de température  $G_T$  pour lequel une différence finie du type "en arrière" (par rapport à l'écoulement) a été aussi choisie.

Table A1-4 Discrétisation des équations du fluide primaire

<p>noeuds n = 1 2 3 ... n n+1 ... N<sub>p</sub></p> <p>entrée <span style="margin-left: 100px;">Δz</span> <span style="margin-left: 100px;">sortie</span></p> <p style="text-align: center;"><math>\dot{m} &gt; 0</math> <math>z &gt; 0</math></p>		
noeud n	équations	source
1 → N <sub>p</sub> - 1	<p><u>équations différentielles:</u></p> $\frac{d}{dt} T_{1_n} = \kappa \frac{\dot{m}_1}{\rho_{1_n} A_1} G_T^- - \frac{\kappa}{\rho_{1_n} C_{p1}} \dot{q}_{1_{n+1}}$ <p>avec: <math>G_T = \frac{T_{1_{n+1}} - T_{1_n}}{\Delta z}</math></p> <p><u>équations algébriques:</u></p>	<p>chap. 3.2.2.1 table 14</p> <p>éq.(75)</p>
N <sub>p</sub>	$T_{1_{N_p}} = T_{1_{\text{entrée}}}$	cond. lim.
1 → N <sub>p</sub>	$\dot{m}_1 = \dot{m}_{\text{primaire}}$	cond. lim.
"	$p_1 = p_{\text{primaire}}$	cond. lim.
"	$\rho_{1_n} = \rho_{1_n}(p_1, T_{1_n})$	éq.d'état
"	$C_{p1_n} = C_{p1_n}(p_1, T_{1_n})$	
1 → N <sub>p</sub> - 1	$\dot{q}_{1_{n+1}} = \text{voir table A1-6}$	

Rem: indice de  $\dot{q}_1$   
la dérivée de  $T_1$  au noeud  $n$  est déterminée par le flux de chaleur dans la zone amont, comprise pour le fluide 1 entre les noeuds  $n$  et  $n+1$ .  $\dot{q}_1$  prend donc l'indice de cette zone qui est  $n+1$  par convention.

### 3. Discrétisation des équations de la paroi et du transfert de chaleur

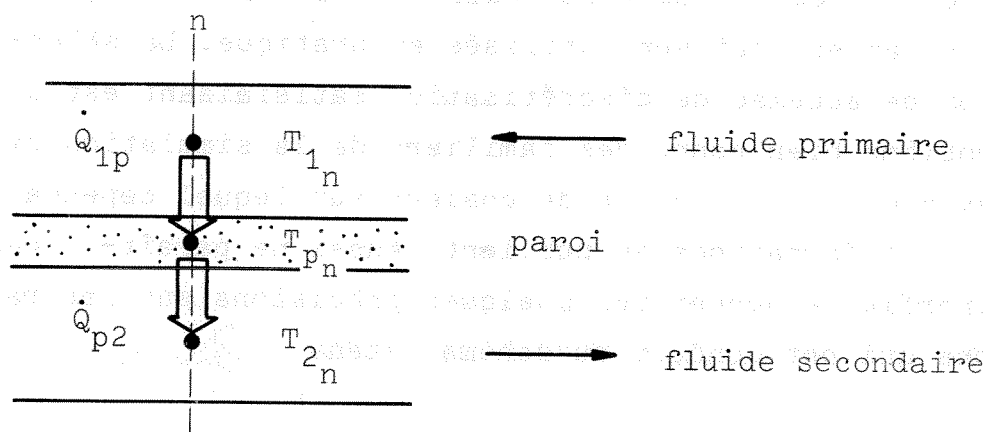
La mise sous forme discrète des bilans d'énergie dans la paroi et dans les fluides primaire et secondaire est très simple dans son principe, puisqu'il suffit théoriquement de mettre un indice  $n$  à toutes les variables des équations des tables 12, 13 et 15. Ainsi, au noeud  $n$ , les expressions des flux de chaleur

fluide primaire  $\rightarrow$  paroi  
et  
paroi  $\rightarrow$  fluide secondaire

ainsi que de la dérivée de la température de la paroi s'expriment selon la table A1-5. Remarquons que le terme de conduction axiale  $G_T^2$  est une expression numérique de la dérivée seconde de  $T$  par rapport à  $z$ .

Les difficultés apparaissent dès qu'il s'agit d'exprimer les densités de source de chaleur (termes  $\dot{q}$ ) qui apparaissent dans les bilans d'énergie du fluide primaire et du fluide secondaire en fonction des flux surfaciques définis aux noeuds  $n$  et donnés dans la table 20. C'est un problème typique de la dynamique numérique des échangeurs de chaleur qui est lié au fait qu'il faut coupler des gradients axiaux avec des gradients radiaux de température, ceci pour coupler les flux d'énergie transportés par les fluides avec les flux d'énergie transférés entre le primaire et le secondaire. Or, il y a de nombreuses possibilités d'écrire et de combiner les diverses dif-

Table A1-5 Discretisation des équations de la paroi et  
du transfert de chaleur au noeud n



$$\frac{d}{dt} T_{pn} = \frac{1}{\rho_p c_{pp}} \left[ c_{1p} \dot{Q}_{1pn} - c_{p2} \dot{Q}_{p2n} + \lambda_p G_{Tp}^2 \right]$$

$$\text{avec } G_{Tp}^2 = \frac{T_{pn-1} - 2T_{pn} + T_{pn+1}}{\Delta z^2}$$

selon éq. (88), table 15

$$\dot{Q}_{1pm} = \frac{T_{1n} - T_{pn}}{R_{1pn}} \quad \text{selon éq. (69), table 12}$$

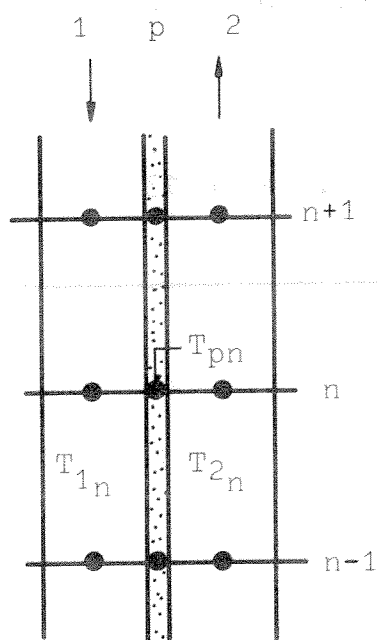
$$\dot{Q}_{p2n} = \frac{T_{pn} - T_{2n}}{R_{p2n}} \quad \text{selon éq. (72), table 13}$$

férences finies qui approximent ces gradients, et si toutes ces possibilités sont en principe équivalentes pour un pas de discrétisation spatiale  $\Delta z$  infiniment petit, elles ne conduisent cependant pas toutes à un comportement numérique sain pour les  $\Delta z$  finis, parfois larges, qui sont utilisés en pratique. La sélection de schémas de discrétisation satisfaisant est un problème bien connu des familiers de la simulation dynamique des échangeurs de chaleur sur lequel cependant peu d'informations se publient. Aussi ne paraît-il pas superflu de donner ici quelques précisions sur les raisons qui ont conduit au schéma retenu.

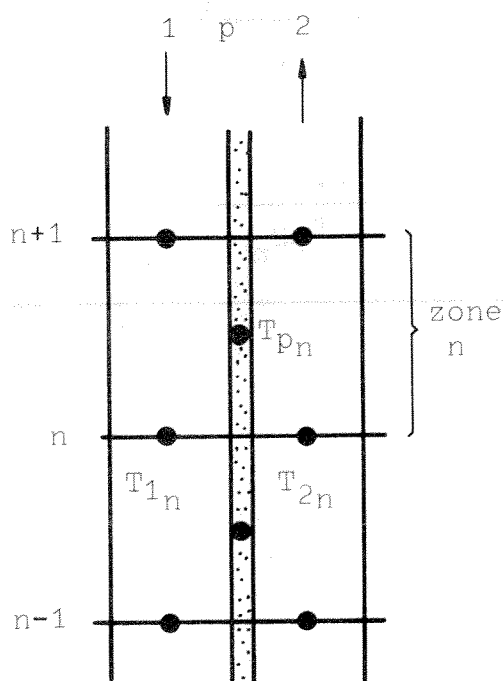
### 3.1 Choix de la position des noeuds

Dans le schéma de la table A1-5, on a implicitement choisi une position des noeuds identique pour la paroi et les fluides. En fait, on a les deux possibilités suivantes:

noeuds identiques dans la paroi et les fluides:



noeuds décalés dans la paroi par rapport aux fluides:



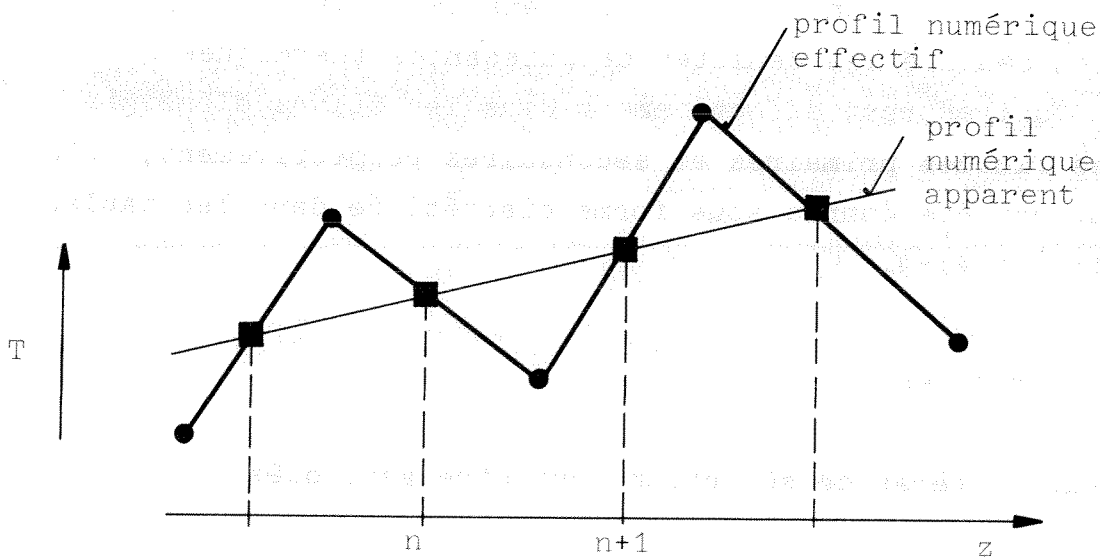


Le schéma avec décalage des noeuds oblige à déterminer par interpolation une température de paroi aux noeuds des fluides pour être en mesure d'y exprimer le flux de chaleur radial. On prendrait, par ex. :

$$T'_{p_n} = \frac{1}{2} (T_{p_{n-1}} + T_{p_n})$$

$$\dot{Q}_{1p_n} = \frac{T_{1n} - T'_{p_n}}{R_{1p_n}}$$

L'inconvénient de ce schéma est qu'un profil en "dents de scie" de la paroi peut donner un profil parfaitement lisse des températures interpolées:



● Températures aux noeuds décalés

■ Températures interpolées aux noeuds des fluides

Ainsi le décalage des noeuds peut conduire à une représentation numérique qui fausse la réalité, aussi seul le schéma avec des noeuds identiques pour la paroi et les fluides a-t-il été retenu.

Précisons, à propos du schéma, que par définition la zone n est la zone comprise entre les noeuds n-1 et n quel que soit le sens d'écoulement du fluide, les notions de zone et de noeuds allant jouer un rôle important par la suite.

### 3.2 Détermination de la densité de puissance thermique $\dot{q}$ dans une zone en fonction des flux thermiques $\dot{Q}$ aux noeuds adjacents

Les flux thermiques surfaciques radiaux aux noeuds, notés  $\dot{Q}_{1p_n}$  et  $\dot{Q}_{2p_n}$ , ont été définis dans la table A1-5. Il s'agit d'en déduire les densités de puissances thermiques  $\dot{q}_{1n+1}$  et  $\dot{q}_{2n}$  qui entrent effectivement dans les bilans d'énergie des fluides primaires et secondaires respectivement, bilans qui ont été donnés sous forme discrétisée dans les tables A1-3 et A1-4.

#### A. Critères

Deux critères de sélection vont être appliqués:

1er critère: en régime stationnaire, les bilans d'énergie doivent être équilibrés zone par zone. Autrement dit: la puissance thermique cédée par le fluide primaire entre deux noeuds doit être égale à la puissance thermique reçue par le fluide secondaire entre les mêmes noeuds.

2e critère: en régime dynamique, les tendances exprimées par les dérivées dans le temps doivent rester physiquement correctes, quelles que soient les déformations que subissent les profils spatiaux des températures.

Ces critères découlent du simple bon sens. Avant de les appliquer, précisons les conditions sous lesquelles un régime stationnaire est possible:

- a) les distributions spatiales des variables doivent être telles que toutes les dérivées dans le temps des variables différentielles deviennent nulles.
- b) en annulant au noeud n les dérivées de la température du fluide primaire (table A1-4), de la température de paroi (table A1-5) et de l'enthalpie du fluide secondaire diphasique (table A1-3), on obtient successivement:

primaire:

$$\dot{m}_1 C_{p1} (T_{1_{n+1}} - T_{1_n}) = A_1 \Delta z \dot{q}_{1_n} \quad (A1-3)$$

paroi:

$$C_{1p} \dot{q}_{1p_n} = C_{p2} \dot{q}_{p2_n} \quad (A1-4)$$

secondaire:

$$A_2 (\rho_n v_{m1_n} i_n - \rho_{n-1} v_{m1_{n-1}} i_{n-1}) = A_2 \Delta z \dot{q}_{2_n} \quad (A1-5)$$

Dans (A1-4)  $C_{1p}$  représente le rapport entre la surface d'échange de chaleur de la paroi côté primaire et le volume de la paroi. De même pour  $C_{p2}$  du côté secondaire. En posant:

$$\left. \begin{aligned} S_{EZ1} &= \text{surface totale d'échange de chaleur de la paroi} \\ &\quad \text{sur une longueur de zone } \Delta z, \text{ côté primaire.} \\ S_{EZ2} &= \text{idem, côté secondaire} \end{aligned} \right\} \quad (A1-6)$$

on a:

$$C_{1p} = \frac{S_{EZ1}}{A_p \cdot \Delta z}$$

$$C_{p2} = \frac{S_{EZ2}}{A_p \cdot \Delta z}$$

avec

$$A_p = \text{section totale de la paroi}$$

L'égalité (A1-4) devient alors:

$$S_{EZ1} \dot{Q}_{1p_n} = S_{EZ2} \dot{Q}_{p2_n} \quad (A1-4')$$

Les égalités (A1-4) ou (A1-4') ont été obtenues en ne tenant pas compte du terme de conduction axiale dans le bilan d'énergie de la paroi. On n'en tiendra en fait pas compte dans les raisonnements qui vont suivre car ceux-ci, de même que les critères ci-dessus, doivent rester valables en absence de conduction axiale.

c) les termes des égalités (A1-3), (A1-4') et (A1-5) sont des puissances thermiques exprimées en (W). L'égalité (A1-3) signifie physiquement que la puissance thermique perdue par le fluide primaire entre les noeuds  $n$  et  $n+1$  ( $\dot{m}_1 C_{p1} [T_{1n+1} - T_1]$ ) est égale à la puissance thermique transférée à la paroi ( $A_1 \Delta z \dot{q}_{1n+1}$ ) dans cette même zone  $n+1$ . De même avec (A1-5) pour le fluide secondaire. L'égalité (A1-4') signifie physiquement que la puissance thermique reçue du primaire par la paroi est égale à la puissance thermique cédée par la paroi au secondaire en chaque noeud  $n$ .

Ces constatations préliminaires faites, voyons trois méthodes d'exprimer les  $\dot{q}_1$  et  $\dot{q}_2$  et les difficultés qu'elles peuvent présenter pour satisfaire les critères ci-dessus.

#### B. 1ère méthode

Elle consiste à admettre que la puissance thermique échangée dans une zone est déterminée par le flux de chaleur au noeud aval, ce qui revient à poser:

$$\left. \begin{aligned} \dot{q}_{1n+1} &= C_1 \dot{q}_{1p_n} \\ \dot{q}_{2n} &= C_2 \dot{q}_{2p_n} \end{aligned} \right\} \quad (A1-7)$$

Ces relations se déduisent directement en ajoutant un indice  $n$  aux équations de base données dans les tables 13 et 14. Rappelons que  $C_1$  et  $C_2$  sont des constantes géométriques qui représentent le rapport entre la surface

d'échange de chaleur de la paroi et le volume du fluide, côté primaire et secondaire respectivement.  $C_1$  et  $C_2$  peuvent donc s'écrire, en utilisant les définitions (A1-6):

$$\left. \begin{aligned} C_1 &= \frac{S_{EZ1}}{A_1 \Delta z} \\ C_2 &= \frac{S_{EZ2}}{A_2 \Delta z} \end{aligned} \right\} \quad (A1-8)$$

En remplaçant dans (A1-7) et en introduisant le résultat dans les conditions d'équilibre (A1-3), (A1-4') et (A1-5), il vient la chaîne d'égalités:

$$\left. \begin{aligned} m_1 C_{p1} (T_{1_{n+1}} - T_{1_n}) &= S_{EZ1} \dot{Q}_{1p_n} \\ S_{EZ1} \dot{Q}_{1p_n} &= S_{EZ2} \dot{Q}_{p2_n} \\ A_2 (\rho_n v_{m1_n} i_n - \rho_{n-1} v_{m1_{n-1}} i_{n-1}) &= S_{EZ2} \dot{Q}_{p2_n} \end{aligned} \right\} \quad (A1-9)$$

On constate que la puissance thermique cédée par le fluide primaire entre les noeuds  $n$  et  $n+1$ , soit:

$$m_1 C_{p1} (T_{1_{n+1}} - T_{1_n})$$

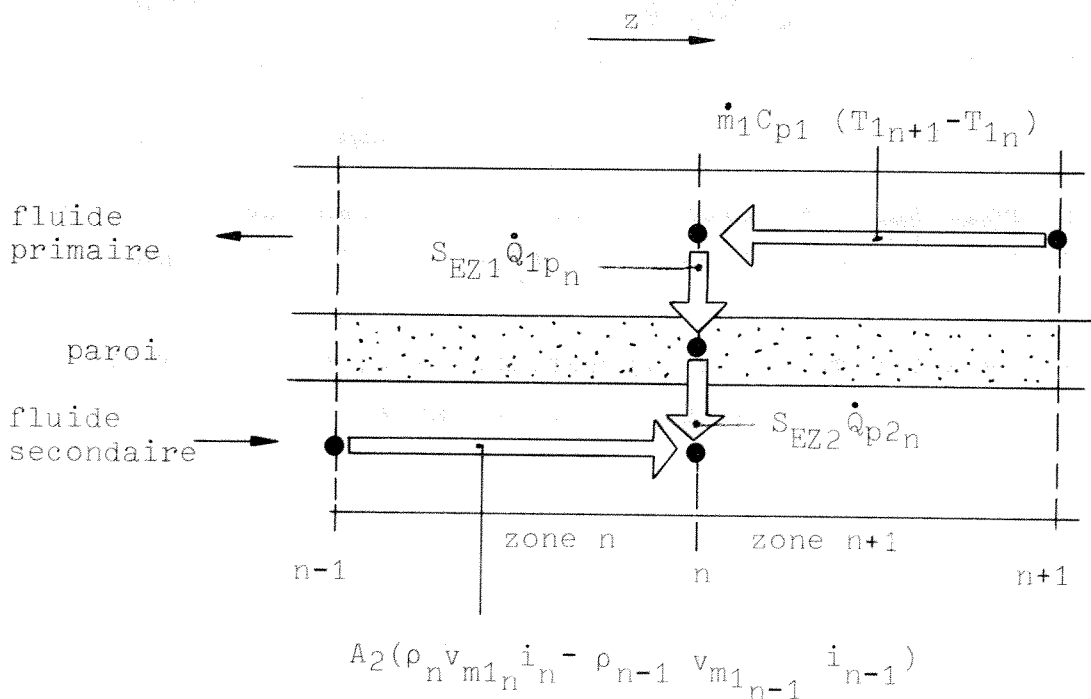
est égale à la puissance thermique reçue par le fluide secondaire entre les noeuds  $n-1$  et  $n$ , soit:

$$A_2 (\rho_n v_{m1_n} i_n - \rho_{n-1} v_{m1_{n-1}} i_{n-1})$$

Il y a donc égalité des puissances thermiques mais à un décalage des zones près. Ainsi, le 1er critère qui exige une égalité dans chaque zone n'est pas satisfait. Ceci est dû à la conjonction des trois faits suivants:

- les gradients axiaux d'enthalpie dans les fluides sont exprimés par des différences finies "en arrière" par rapport à leur sens d'écoulement.
- les puissances thermiques cédées ou reçues ( $\dot{q}$ ) dans chaque zone sont calculées sur la base du flux de chaleur radial au noeud aval (éq. A1-7).
- les fluides circulent à contre-courant.

Ce qui peut s'illustrer par le schéma suivant:



Les égalités (A1-9) correspondent à l'égalité des 4 flèches du schéma, les flèches parallèles à l'écoulement représentent les puissances thermiques transportées par les fluides et les flèches perpendiculaires les puissances thermiques transférées radialement. On constate le décalage des flèches parallèles.

### C. 2e méthode

Le défaut de la 1ère méthode suggère de déterminer les puissances thermiques transférées ( $\dot{q}$ ) sur la base d'une moyenne des flux thermiques radiaux aux noeuds amont et aval de la zone considérée. Ainsi, pour la zone  $n+1$ , comprise entre les noeuds  $n$  et  $n+1$ , on pose:

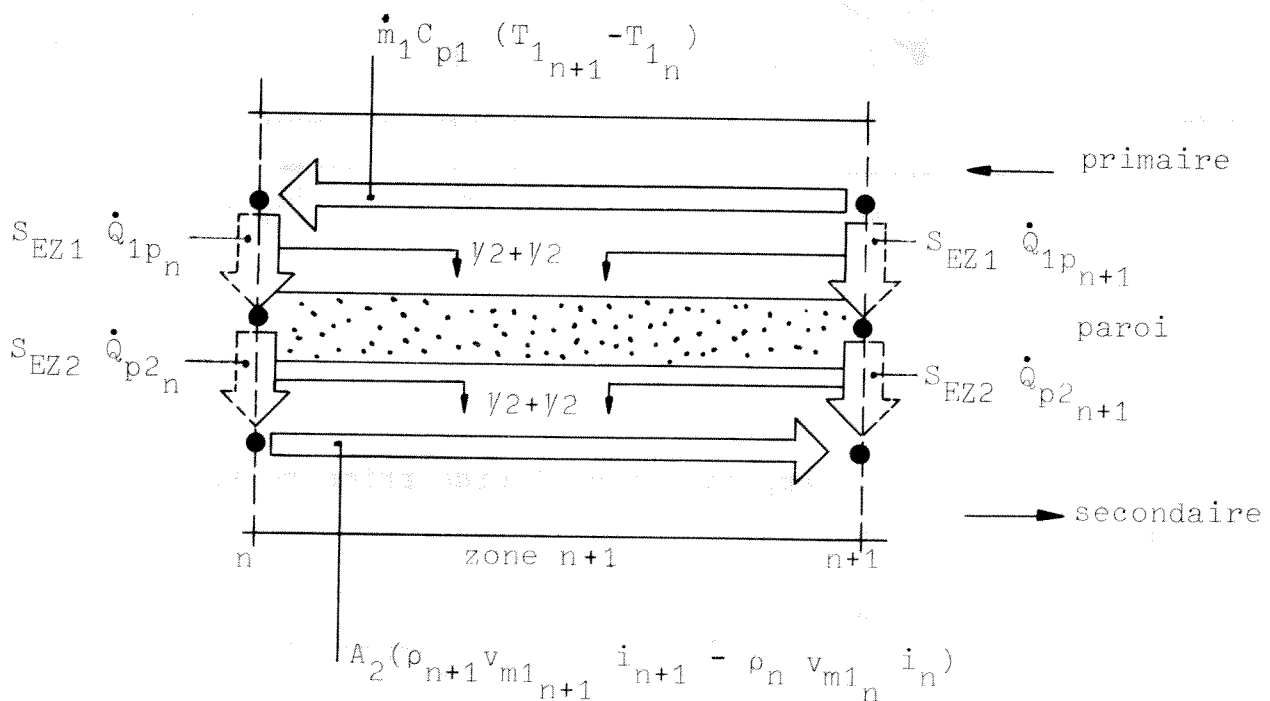
$$\left. \begin{aligned} \dot{q}_{1_{n+1}} &= C_1 \cdot 0.5 (\dot{Q}_{1p_n} + \dot{Q}_{1p_{n+1}}) \\ \dot{q}_{2_{n+1}} &= C_2 \cdot 0.5 (\dot{Q}_{p2_n} + \dot{Q}_{p2_{n+1}}) \end{aligned} \right\} \quad (A1-10)$$

En introduisant les expressions (A1-10) dans les conditions d'équilibre (A1-3), (A1-4') et (A1-5) — (A1-4') étant écrite aux noeuds  $n$  et  $n+1$  et (A1-5) entre les noeuds  $n$  et  $n+1$  — et en tenant compte des expressions de  $C_1$  et  $C_2$  données par (A1-8), on obtient les égalités suivantes:

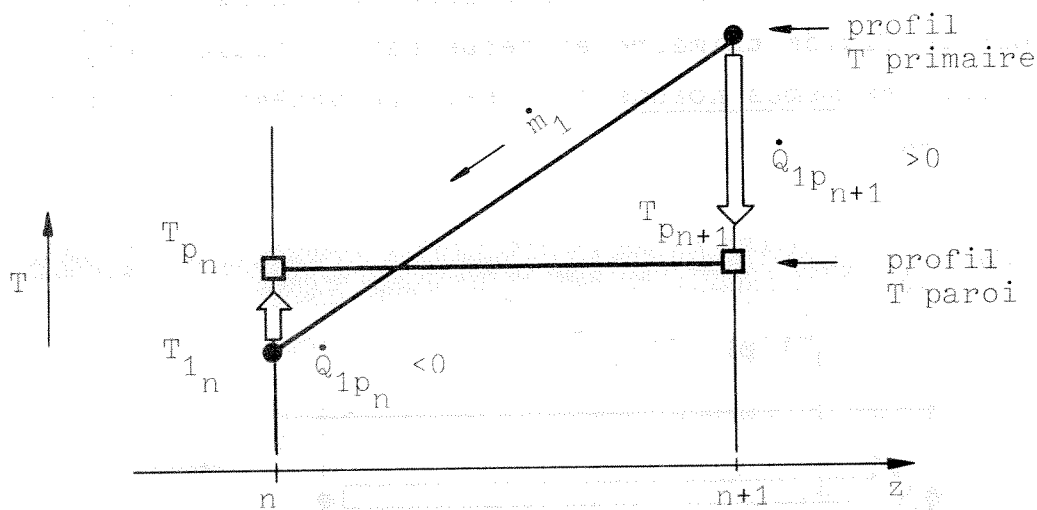


$$\left. \begin{aligned}
 m_1 C_{p1} (T_{1n+1} - T_{1n}) &= S_{EZ1} 0.5 (\dot{Q}_{1p_n} + \dot{Q}_{1p_{n+1}}) \\
 S_{EZ1} \dot{Q}_{1p_n} &= S_{EZ2} \dot{Q}_{p2_n} \\
 S_{EZ1} \dot{Q}_{1p_{n+1}} &= S_{EZ2} \dot{Q}_{p2_{n+1}} \\
 A_2 (\rho_{n+1} v_{m1_{n+1}} i_{n+1} - \rho_n v_{m1_n} i_n) &= S_{EZ2} 0.5 (\dot{Q}_{p2_n} + \dot{Q}_{p2_{n+1}})
 \end{aligned} \right\} (A1-11)$$

On vérifie qu'il y a égalité des puissances thermiques cédée par le fluide primaire et reçue par le fluide secondaire entre les mêmes noeuds n et n+1. Le schéma est cette fois le suivant:



Le 1er critère est ainsi satisfait. Par contre, ce schéma est en défaut dans certaines circonstances vis-à-vis du 2e critère: il y a en effet des situations dynamiques où il va conduire à un comportement physiquement incorrect des dérivées. L'exemple caractéristique est celui où le signe du gradient radial de température n'est pas le même aux noeuds aval et amont, soit en prenant pour illustration la paroi et le fluide primaire:



La dérivée de la température du fluide primaire au point  $n$  s'écrit (table A1-4):

$$\frac{d}{dt} T_{1n} = \kappa \frac{\dot{m}_1}{\rho_{1n} A_1} \frac{T_{1n+1} - T_{1n}}{\Delta z} - \frac{\kappa}{\rho_{1n} c_{p1}} \dot{q}_{1n+1}$$

Si, comme sur le dessin ci-dessus, le flux de chaleur radial au noeud  $n+1$  est plus intense qu'au noeud  $n$ , le flux moyen et par conséquent la puissance thermique  $\dot{q}_{1n+1}$  aura le même signe que  $\dot{Q}_{1p_{n+1}}$  qui est positif. Le résultat est que le terme  $\dot{q}_{1n+1}$  dans l'équation différentielle ci-dessus contribuera à faire baisser la température  $T_{1n}$ . Or, celle-ci, au noeud  $n$ , est en contact avec une paroi  $n$  plus chaude!

On vérifie que si on exprimait  $\dot{q}_{1n+1}$  selon la 1ère méthode, soit  $\dot{q}_{1n+1} \sim \dot{Q}_{1p_n} < 0$ , la contribution à la dérivée de  $T_{1n}$  serait physiquement correcte et le 2e critère ne serait pas violé.

#### D. 3<sup>e</sup> méthode

La troisième méthode tente de combiner les deux méthodes déjà décrites en appliquant tout à tour celle qui, pour les circonstances du moment, présente ses qualités sans ses défauts. Pour rendre aussi progressif que possible le passage de l'une à l'autre et pour tenir compte des profils non-linéaires des températures, on remplace la moyenne arithmétique de la 2e méthode par une moyenne logarithmique et on introduit certaines astuces pour lisser le comportement des termes  $\dot{q}$  en fonction des flux radiaux  $\dot{Q}$  aux noeuds amont et aval.

Dans le détail, la procédure est décrite dans la table A1-6. Elle fait appel à des flux thermiques radiaux moyens par zone désignés par:

Table A1-6 Calcul des densités de puissance thermique  $\dot{q}$  à partir des flux thermiques radiaux  $\dot{Q}$  aux noeuds

primaire:

$$\dot{q}_{1n} = C_1 \dot{Q}_{1p_n}$$

$$\dot{Q}_{1p_n} = f(\dot{Q}^+, \dot{Q}^-) \text{ où } \begin{cases} \dot{Q}^+ = \dot{Q}_{1p_{n-1}} \\ \dot{Q}^- = \dot{Q}_{1p_{n+1}} \end{cases}$$

avec  $f(\dot{Q}^+, \dot{Q}^-)$  donnée dans la table A1-7

$\dot{Q}_{1p_n}, \dot{Q}_{1p_{n-1}}$  donnés dans la table A1-5

$$C_1 = \frac{\text{surf. éch. chal. paroi côté 1}}{\text{vol. fluide 1}}$$

secondaire:

$$\dot{q}_{2n} = C_2 \dot{Q}_{p2_n}$$

$$\dot{Q}_{p2_n} = f(\dot{Q}^+, \dot{Q}^-) \text{ où } \begin{cases} \dot{Q}^+ = \dot{Q}_{p2_n} \\ \dot{Q}^- = \dot{Q}_{p2_{n-1}} \end{cases}$$

avec  $f(\dot{Q}^+, \dot{Q}^-)$  donnée dans la table A1-7

$\dot{Q}_{p2_n}, \dot{Q}_{p2_{n-1}}$  donnés dans la table A1-5

$$C_2 = \frac{\text{surf. éch. chal. paroi côté 2}}{\text{vol. fluide côté 2}}$$

$\dot{Q}_{1p_n}$  = flux de chaleur radial moyen entre le fluide primaire (1) et la paroi (p) dans la zone n

$\dot{Q}_{p2_n}$  = flux de chaleur radial moyen entre la paroi (p) et le fluide secondaire diphasique (2) dans la zone n

Ces flux moyens sont déterminés à partir des flux aux noeuds à l'aide d'une fonction auxiliaire:

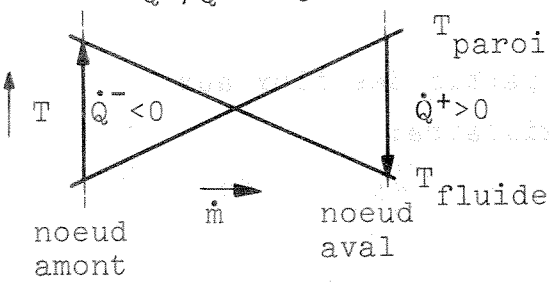
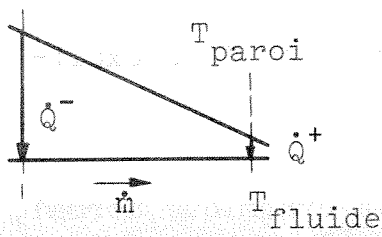
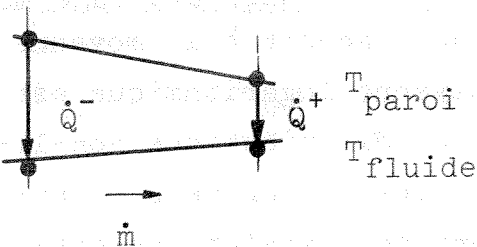
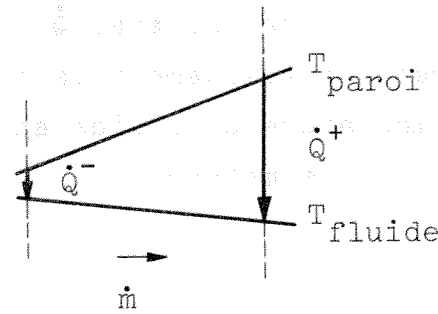
$f(\dot{Q}^+, \dot{Q}^-)$

donnée dans la table A1-7

Cette procédure, en particulier la fonction  $f$ , s'explique de la manière suivante:

- a) en régime stationnaire ou en régime dynamique normal, arbitrairement délimité par un rapport des flux radiaux amont et aval compris entre 1/4 et 4,  $f$  correspond à appliquer la 2<sup>e</sup> méthode, éq. (A1-10), mais avec une moyenne logarithmique. L'avantage par rapport à la moyenne arithmétique est que 1<sup>o</sup>) la moyenne logarithmique est une moyenne exacte même pour des distributions non-linéaires des températures, du moins en régime stationnaire et lorsque le coefficient de transfert de chaleur est constant dans l'espace et 2<sup>o</sup>) qu'elle s'annule lorsqu'un des termes s'annule: ceci permet à  $\dot{q}$  de s'annuler automatiquement lorsque le flux radial aval  $\dot{Q}$  s'annule, ce qui maintient correcte physiquement la contribution à la dérivée de la température du fluide en ce noeud en évitant le défaut de la 2<sup>e</sup> méthode.

Table A1-7 Fonction auxiliaire  $f(\dot{Q}^+, \dot{Q}^-)$  pour le calcul d'un flux de chaleur radial moyen dans une zone à partir des flux aux noeuds amont (-) et aval (+)

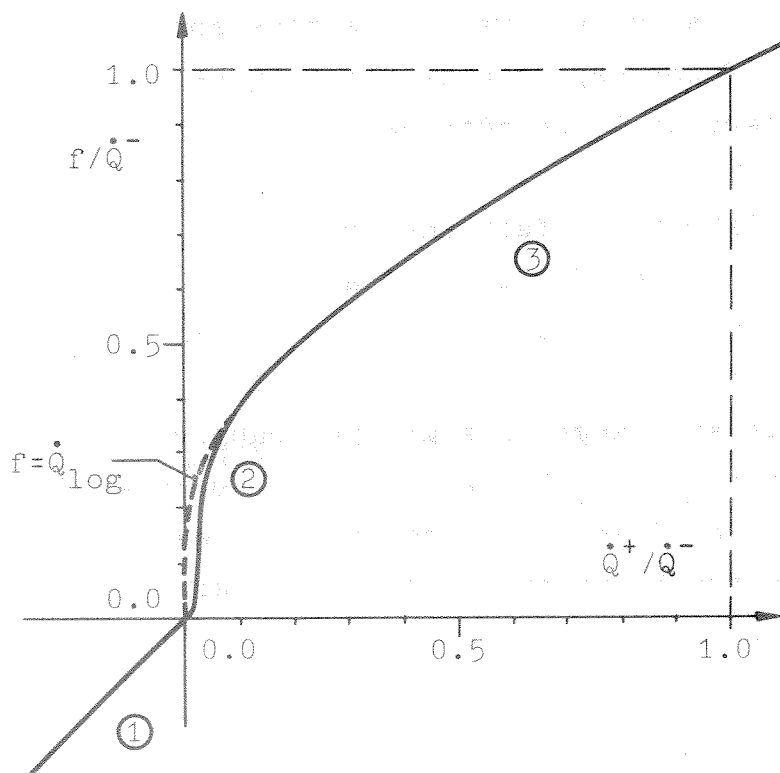
Cas	$f(\dot{Q}^+, \dot{Q}^-)$
<p><math>\dot{Q}^+/\dot{Q}^- &lt; 0</math></p> 	$f = \dot{Q}^+$
<p><math>0 &lt; \dot{Q}^+/\dot{Q}^- &lt; 0.25</math></p> 	$f = (1-a_1)\dot{Q}_{\log} + a_1 \dot{Q}^+$ <p>avec</p> $a_1 = e^{-900(\dot{Q}^+/\dot{Q}^-)^2}$
<p><u>cas normal</u></p> <p><math>0.25 &lt; \dot{Q}^+/\dot{Q}^- &lt; 4</math></p> 	$f = \dot{Q}_{\log}$ <p>avec</p> $\dot{Q}_{\log} = \frac{\dot{Q}^+ - \dot{Q}^-}{\ln \dot{Q}^+/\dot{Q}^-}$
<p><math>\dot{Q}^+/\dot{Q}^- &gt; 4</math></p> 	$f = (1-a_2)\dot{Q}_{\log} + a_2 \dot{Q}^+$ <p>avec</p> $a_2 = e^{-900(\dot{Q}^-/\dot{Q}^+)^2}$

- b) Dans le cas où les flux amont et aval d'une zone sont de signes contraires,  $f$  correspond à la 1ère méthode pour éviter le défaut de la 2e méthode.
- c) Dans les cas intermédiaires, on fait une transition progressive entre  $f = \dot{Q}_{\log}$  et  $f = \dot{Q}^+$  à l'aide des fonctions auxiliaires  $a1$  ou  $a2$ . Ceci permet d'éviter soit une irrégularité de la fonction  $f$  lorsque le flux aval  $\dot{Q}^+$  s'annule et change de signe par rapport au flux amont  $\dot{Q}^-$  (voir fig. A1-3, haut), soit une discontinuité de la fonction  $f$  lorsqu'au contraire c'est le flux amont  $\dot{Q}$  qui s'annule et change de signe par rapport au flux aval  $\dot{Q}^+$  (fig. A1-3, bas).

#### Remarques

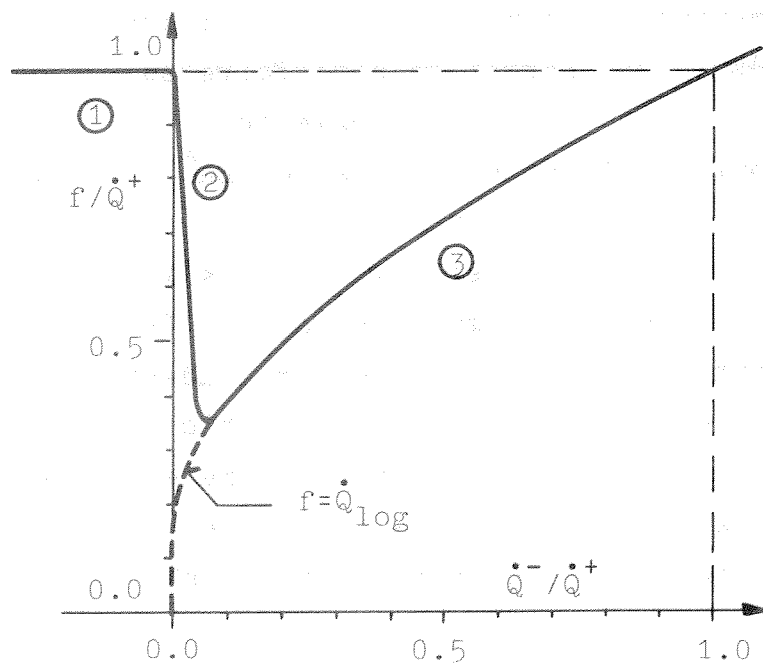
- La fonction  $f(\dot{Q}^+, \dot{Q}^-)$  est symétrique, c'est-à-dire qu'elle prend la même valeur si on permute  $\dot{Q}^+$  et  $\dot{Q}^-$  dans ce qui a été désigné comme le cas normal, c'est-à-dire lorsque  $f$  correspond à une moyenne logarithmique pure. C'est cette symétrie qui permet de satisfaire au 1er critère, à savoir que les bilans d'énergie sont équilibrés zone par zone en régime stationnaire. La fonction  $f$  n'est par contre plus symétrique en dehors du cas normal, c'est-à-dire lorsque soit  $\dot{Q}^+ / \dot{Q}^- < 1/4$ , soit  $\dot{Q}^+ / \dot{Q}^- > 4$ , la dissymétrie augmentant avec l'éloignement de ces limites. Il faut donc rester prudent dans l'utilisation de  $f$  et s'assurer qu'elle fonctionne dans sa partie symétrique en régime stationnaire et pour un assez vaste domaine de situations dynamiques. Au besoin, on peut ajuster les fonctions  $a1$  et  $a2$  en conséquence. Il faut que  $f$  ne devienne dissymétrique

Fig. A1-3 Comportement de la fonction  $f(\dot{Q}^+, \dot{Q}^-)$  définie dans la table A1-7



Cas où le flux de chaleur aval  $\dot{Q}^+$  s'annule et change de signe

- ①  $f = \dot{Q}^+$
- ②  $f = (1-a_1)\dot{Q}_{\log} + a_1\dot{Q}^+$
- ③  $f = \dot{Q}_{\log}$



Cas où le flux de chaleur amont  $\dot{Q}^-$  s'annule et change de signe

- ①  $f = \dot{Q}^+$
- ②  $f = (1-a_2)\dot{Q}_{\log} + a_2\dot{Q}^+$
- ③  $f = \dot{Q}_{\log}$



que dans des situations dynamiques fortement perturbées et assez brèves pour qu'un défaut temporaire dans les bilans d'énergie soit négligeable.

- Si la capacité des ordinateurs permettait de prendre un nombre très élevé de noeuds, et donc un pas de discrétisation spatiale  $\Delta z$  très petit, la représentation discrète des profils spatiaux serait suffisamment précise pour qu'il n'y ait pas besoin de faire appel aux procédures spéciales décrites ici.

#### E. Méthode choisie

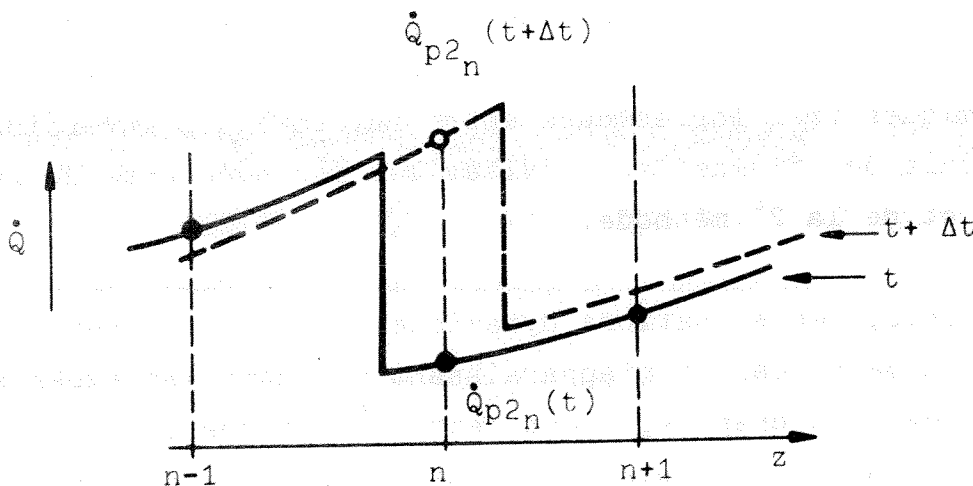
La 3<sup>e</sup> méthode a été utilisée avec succès pour la simulation de récupérateurs gaz-gaz et de refroidisseurs gaz-eau des cycles à turbine à gaz: son développement était motivé par la nécessité de simuler avec peu de zones des perturbations thermiques très fortes dues entre autres à des inversions de débit des fluides et d'éviter les inconvénients de la 1<sup>ère</sup> et de la 2<sup>e</sup> méthode.

Toutefois, les situations dynamiques qui peuvent mettre la 2<sup>e</sup> méthode en défaut n'apparaissant pas dans les expériences numériques du chap. 4, c'est cette 2<sup>e</sup> méthode qui a été finalement utilisée. Remarquons que ces situations dynamiques défavorables, à savoir l'inversion du signe de l'écart de température  $\Delta T$  entre paroi et fluide d'un noeud à l'autre, poserait des problèmes supplémentaires avec le fluide diphasique: il faudrait en effet rendre encore plus complexe le modèle de transfert de chaleur car les corrélations ne sont pas les mêmes selon que l'on chauffe (évaporation) ou que l'on refroidit (condensation).

### 3.3 Détermination du flux thermique entre paroi et fluide diphasique aux noeuds

L'écoulement diphasique présente des variations considérables du coefficient de transfert de chaleur entre les différents modes de ce transfert: convection, ébullition nucléée, etc.. Les profils spatiaux du coefficient de transfert de chaleur et du flux thermique étant très irréguliers, leur représentation numérique pose quelques difficultés dès que l'on cherche à limiter le nombre de noeuds de discrétisation.

Un exemple typique de ce genre de difficultés apparaît lorsque le point de crise de l'ébullition franchit un noeud en passant d'une zone dans l'autre:



Le flux thermique au noeud  $n$  subit instantanément une variation considérable, ce qui se répercute sur le flux moyen dans les zones adjacentes puisque selon la 2<sup>e</sup> méthode ce flux moyen est une moyenne des flux des noeuds voisins. Ainsi une variation même très petite de l'état du système, en l'occurrence le déplacement du point de crise d'ébullition

de part et d'autre d'un noeud, induit numériquement une perturbation de grande amplitude du flux de chaleur, ce qui n'est physiquement pas correct. Pour éviter ce genre de difficulté on a appliqué la procédure suivante:

- 1°) on détermine en chaque noeud du système le coefficient local de transfert de chaleur sur la base des conditions thermo-hydrodynamiques locales,
- 2°) on détermine les points intermédiaires où ont lieu des changements du mode de transfert de chaleur. On y détermine alors une valeur gauche et une valeur droite du coefficient local de transfert de chaleur,
- 3°) on détermine sur la base de 1°) et 2°) un profil spatial détaillé du coefficient de transfert de chaleur,
- 4°) sur la base du profil 3°) on détermine en chaque noeud une valeur moyenne du coefficient de transfert de chaleur, moyenne prise sur une portion de l'écoulement s'étendant sur une demi zone de part et d'autre du noeud en question,
- 5°) le flux de chaleur au noeud  $\dot{q}_{p2n}$  est calculé sur la base de ce coefficient moyen.

#### 4. Remarques

Le terme de "discrétisation spatiale" peut apparaître finalement bien flatteur pour une opération numérique qui, après avoir vu au long de cet appendice ce qu'elle recouvre dans le détail, semble mériter tout au plus le terme de "bricolage numérique".

Force est cependant de constater à propos de ce bricolage numérique que:

1°) il est inévitable dès qu'il s'agit de rendre opérationnels des schémas numériques théoriques et de résoudre jusque dans les derniers détails les difficultés posées par une réalité souvent très éloignée de la perfection mathématique (non linéarités, discontinuités, etc...). C'est un élément décisif des performances d'un modèle. Il est essentiellement provoqué par la nécessité de maintenir un bon fonctionnement des schémas numériques même pour des pas de discrétisation spatiale  $\Delta z$  très grand. Les astuces introduites n'empêchent cependant pas que les schémas numériques convergent vers les équations mathématiques de base lorsque l'on fait tendre  $\Delta z$  vers 0.

2°) l'aspect bricolage n'est pas en soi l'aspect gênant d'un procédé numérique. Ce qui est gênant, c'est que malgré son rôle décisif dans les performances d'un modèle, il reste généralement intransmissible et inutilisable pour d'autres utilisateurs, parce que caché derrière la technique de programmation et noyé dans le langage de l'ordinateur. Aussi a-t-il paru justifié d'essayer de décrire les principes des "bricolages" auxquels il a fallu recourir ici, surtout que ceux-ci s'appliquent d'une manière générale à la simulation dynamique de tous les échangeurs de chaleur.

## APPENDICE 2

### Méthode d'intégration numérique des équations différentielles

APPENDICE 2Méthode d'intégration numérique des équations différentielles

	page
1. Algorithme	A2-2
2. Modification du pas d'intégration $\Delta t$	A2-6
3. Re-calcul du jacobien et de son inverse	A2-7
4. La subroutine PASAPA	A2-7

1. Algorithme

Comme on l'a vu au chap. 3.4.1, le modèle numérique, après discrétisation de l'espace, prend la forme mathématique d'un système différentiel ordinaire

$$\frac{d}{dt} X_i = D_i (X_j, Y_k, t) \quad (96)$$

couplé à un système algébrique:

$$Y_k = A_k (X_j, t) \quad (97)$$

avec

$X_i$  = vecteur formé de l'ensemble des variables différentielles

$Y_k$  = vecteur formé de l'ensemble des variables algébriques

En remplaçant les variables algébriques dans les seconds membres  $D_i$  des équations différentielles par leurs valeurs  $A_k$  en fonction des variables différentielles, on obtient un système différentiel sous forme canonique:

$$\frac{d}{dt} X_i = D_i (X_j, t) \quad (A2-1)$$

avec

$$i = 1, \dots, i_{\max}$$

$$i_{\max} = \text{ordre du système différentiel}$$

#### Solution au temps $t + \Delta t$

On note  $X_i^t = X_i(t)$  l'état initial connu des variables au temps  $t$ . L'état  $X_i^{t+\Delta t}$  inconnu des variables au temps  $t + \Delta t$  est donné par la règle du trapèze qui correspond au système implicite suivant:

$$\frac{X_i^{t+\Delta t} - X_i^t}{\Delta t} = \frac{1}{2} (D_i^{t+\Delta t} + D_i^t) \quad (A2-2)$$

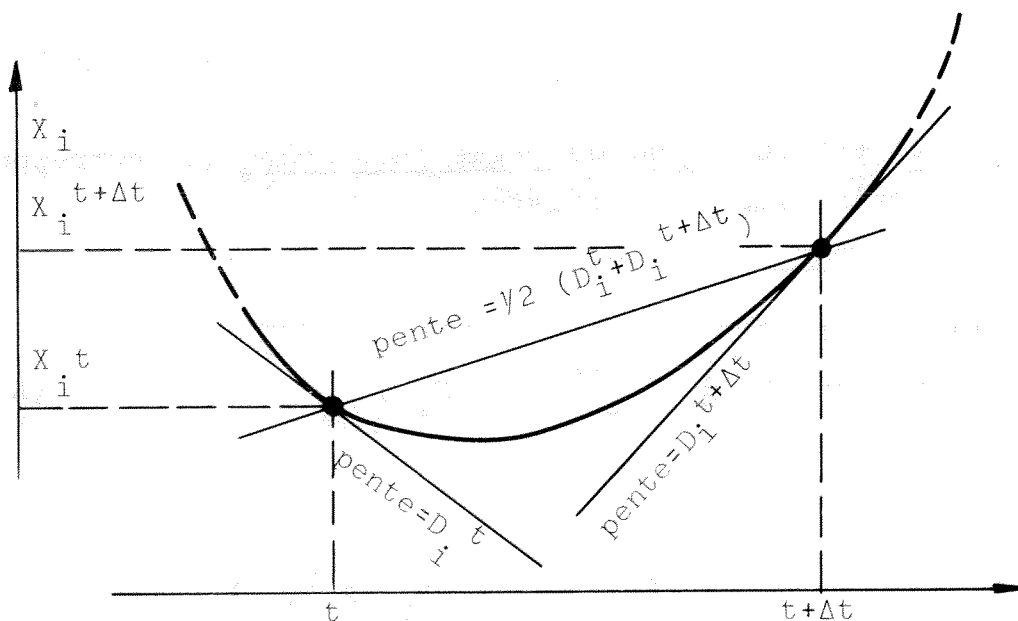
avec

$$D_i^t = D_i (X_j(t), t) = D_i (X_j^t, t)$$

$$D_i^{t+\Delta t} = D_i (X_j(t+\Delta t), t) = D_i (X_j^{t+\Delta t}, t)$$

Ce procédé d'intégration numérique est un cas particulier d'une méthode générale dont les principes et les propriétés ont été décrites par LINIGER et WILLOUGHBY /57/.

Le 1er membre de (A2-2) peut être considéré comme une approximation numérique au moyen de différences finies dans le temps (discrétisation du temps) de la dérivée  $\frac{d}{dt} X_i$  au temps  $t + \frac{1}{2} \Delta t$ . De même, le second membre de (A2-2) est une approximation de  $D_i$  au temps de  $t + \frac{1}{2} \Delta t$ . Graphiquement, le procédé de l'équation (A2-2) peut s'illustrer de la manière suivante:





La nouvelle valeur  $X_i^{t+\Delta t}$  cherchée doit être telle que la pente (dérivée) du segment joignant  $X_i^t$  à  $X_i^{t+\Delta t}$  soit égale à la moyenne des dérivées  $D_i^t$  et  $D_i^{t+\Delta t}$  au temps  $t$  et  $t + \Delta t$  respectivement.

On pose:

$$F_i = X_i^{t+\Delta t} - X_i^t - \frac{1}{2} \Delta t (D_i^{t+\Delta t} + D_i^t) \quad (\text{A2-3})$$

Le système d'équations (119) peut alors s'écrire:

$$F_i (X_1^{t+\Delta t}, \dots, X_{i_{\max}}^{t+\Delta t}) = 0 \quad (\text{A2-4})$$

Le système algébrique (A2-4) est implicite et non linéaire. Il est résolu, à chaque pas d'intégration par le procédé itératif dit de Newton:

$$X_{i, k+1}^{t+\Delta t} = X_{i, k}^{t+\Delta t} - \sum_{j=1}^{i_{\max}} F_j (J^{-1})_{ij} \quad (\text{A2-5})$$

$$i = 1, \dots, i_{\max}$$

avec  $k$  = indice d'itération

$J_{ij}$  = jacobien du système (A2-4)

$$J_{ij} = \left. \frac{\partial F_i}{\partial X_j} \right|_{X_j = X_{j, k}^{t+\Delta t}}$$

Comme valeur initiale pour le processus itératif (A2-5), on choisit:

$$x_{i,0}^{t+\Delta t} = x_i^t$$

Il y a convergence et arrêt des itérations dès que pour un  $\epsilon_z > 0$  choisit arbitrairement (généralement  $\epsilon_z = 10^{-4}$ ) on a:

$$\left| \frac{x_{i,k+1}^{t+\Delta t} - x_{i,k}^{t+\Delta t}}{x_{i,k+1}^{t+\Delta t}} \right| \leq \epsilon_z, \quad \forall i \quad (A2-6)$$

## 2. Modification du pas d'intégration $\Delta t$

Le principe est le suivant: on compte le nombre  $k$  d'itérations du processus (A2-5). Si  $k$  dépasse un nombre  $k_{\max}$  arbitrairement choisi (généralement  $k_{\max} = 10$ ), on considère qu'il n'y a pas convergence. On divise alors la longueur du pas d'intégration  $\Delta t$  par deux et on recommence l'itération (A2-5). Cette réduction du pas d'intégration est répétée, si nécessaire, jusqu'à ce qu'il y ait convergence, sous réserve que  $\Delta t$  reste dans les limites fixées ci-dessous.

Au contraire, si la convergence est très rapide, c'est-à-dire si le nombre d'itérations nécessaires pour satisfaire le critère (A2-6) est inférieur ou égal à un nombre petit  $k_{\min}$  arbitrairement choisi (généralement  $k_{\min} = 2$ ), alors on double le pas d'intégration  $\Delta t$ .

De plus  $\Delta t$  peut être astreint, au besoin, à varier à l'intérieur de limites données:

$$\Delta t_{\min} \leq \Delta t \leq \Delta t_{\max} \quad (\text{A2-7})$$

### 3. Recalcul du jacobien et de son inverse

Dans le processus itératif (A2-5), le jacobien est une matrice dont les éléments sont des fonctions des variables  $X_{i,k}^{t+\Delta t}$ . Il devrait donc en principe être recalculé et inversé à chaque itération de chaque pas d'intégration. Or, la précision du jacobien, si elle peut affecter la convergence du processus, n'affecte pas la qualité de la solution elle-même car si le processus converge, on aura de toute façon  $F_i = 0$ . Dans le but de réduire considérablement le temps de calcul (le calcul de  $J$  et son inversion sont très coûteux), on essaiera donc de continuer le calcul aussi longtemps que possible sans recalculer le jacobien et son inverse. On garde alors simplement la dernière valeur calculée. Un re-calcul a cependant lieu

- a) lorsque  $\Delta t$  est modifié ( $J$  dépend explicitement de  $\Delta t$ )
- b) lorsqu'une au moins des variables s'est écartée d'un facteur  $\epsilon_1$  donné (choisi entre 0.5 et 0.05) de la valeur qu'elle avait lors du dernier calcul du jacobien.

### 4. La subroutine PASAPA

Le processus d'intégration numérique est programmé dans une subroutine appelée PASAPA, écrite en FORTRAN, et d'application générale pour tout système différentiel mis sous la forme (A2-1). Une description de cette subroutine est donnée en /58/.

1. The first part of the document is a list of the

2. The second part of the document is a list of the

3. The third part of the document is a list of the

4. The fourth part of the document is a list of the

5. The fifth part of the document is a list of the

6. The sixth part of the document is a list of the

7. The seventh part of the document is a list of the

8. The eighth part of the document is a list of the

9. The ninth part of the document is a list of the

10. The tenth part of the document is a list of the

11. The eleventh part of the document is a list of the

12. The twelfth part of the document is a list of the

13. The thirteenth part of the document is a list of the

14. The fourteenth part of the document is a list of the

15. The fifteenth part of the document is a list of the

16. The sixteenth part of the document is a list of the

17. The seventeenth part of the document is a list of the

18. The eighteenth part of the document is a list of the

19. The nineteenth part of the document is a list of the

20. The twentieth part of the document is a list of the

21. The twenty-first part of the document is a list of the

22. The twenty-second part of the document is a list of the

23. The twenty-third part of the document is a list of the

24. The twenty-fourth part of the document is a list of the

25. The twenty-fifth part of the document is a list of the

26. The twenty-sixth part of the document is a list of the

27. The twenty-seventh part of the document is a list of the

28. The twenty-eighth part of the document is a list of the

29. The twenty-ninth part of the document is a list of the

30. The thirtieth part of the document is a list of the

### APPENDICE 3

#### Approximation numérique des dérivées partielles $D_{op}$ et $D_{pi}$

### APPENDICE 3

#### Approximation numérique des dérivées partielles

$$D_{\rho p} = \frac{\partial}{\partial p} \rho(p, i) \quad \text{et} \quad D_{\rho i} = \frac{\partial}{\partial i} \rho(p, i)$$

la procédure de calcul dépend des conditions de vapeur et on distingue deux cas: celui où les 2 phases eau-vapeur sont en présence et celui où l'on n'a que de la vapeur sèche.

Cas double-phase ( $i_l < i < i_g$ ):

l'expression de la densité moyenne  $\rho$  est (selon table 9, éq. (63), chap. 3.2.1.7-C):

$$\rho(p, i) = \frac{\rho_l \rho_g (i_l - i_g)}{(\rho_g - \rho_l)i + \rho_l i_l - \rho_g i_g} \quad (\text{A3-1})$$

où  $\rho_g$ ,  $\rho_l$ ,  $i_g$  et  $i_l$  sont les densités et enthalpies à saturation de chacune des phases et sont par conséquent des fonctions de la pression seulement.

En appliquant à (A3-1) les définitions de  $D_{\rho i}$  et  $D_{\rho p}$  on trouve, tous calculs faits:

$$D_{\rho i} = \frac{\rho_l \rho_g (i_g - i_l) (\rho_g - \rho_l)}{[(\rho_g - \rho_l)i + \rho_l i_l - \rho_g i_g]^2}$$

$$D_{pp} = \left\{ \left[ (\rho_g - \rho_\ell) i + \rho_\ell i_\ell - \rho_g i_g \right] \cdot \frac{\partial}{\partial p} \left[ \rho_\ell \rho_g (i_\ell - i_g) \right] \right. \\ \left. - \rho_\ell \rho_g (i_\ell - i_g) \left[ i \frac{\partial}{\partial p} (\rho_g - \rho_\ell) + \frac{\partial}{\partial p} (\rho_\ell i_\ell - \rho_g i_g) \right] \right\} \\ \cdot \frac{1}{\left[ (\rho_g - \rho_\ell) i + \rho_\ell i_\ell - \rho_g i_g \right]^2} \quad (A3-3)$$

Toutes les grandeurs qui entrent dans ces expressions de  $D_{pi}$  et  $D_{pp}$  sont déterminées par le modèle de l'écoulement diphasique à l'exception des dérivées partielles:

$$\frac{\partial}{\partial p} \left[ \rho_\ell \rho_g (i_\ell - i_g) \right]$$

$$\frac{\partial}{\partial p} (\rho_g - \rho_\ell)$$

$$\frac{\partial}{\partial p} (\rho_\ell i_\ell - \rho_g i_g)$$

qui doivent être approximées numériquement.

On approxime par un polynôme les fonctions de la pression (méthode des moindres carrés, programme DIFFIT /63/):

$$\rho_\ell \rho_g (i_\ell - i_g)$$

$$\rho_g - \rho_\ell$$

$$\rho_\ell i_\ell - \rho_g i_g$$

fonctions obtenues sur la base des programmes numériques /26/ à partir des tables de vapeur /6/. Les polynômes en  $p$  (pression) ainsi obtenus sont ensuite dérivés par rapport à  $p$  et l'on obtient:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial p} \left[ \rho_l \rho_g (i_l - i_g) \right] = & - 8.7794457018 \quad 10^{-5} \\ & + 3.282214098 \quad 10^{-11} \quad p \\ & - 5.702753076 \quad 10^{-18} \quad p^2 \\ & + 4.035617716 \quad 10^{-25} \quad p^3 \\ & - 1.0023497865 \quad 10^{-32} \quad p^4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial p} (\rho_g - \rho_l) = & - 4.891618668 \quad 10^2 \\ & - 3.730933206 \quad 10^{-3} \quad p \\ & + 8.311427505 \quad 10^{-10} \quad p^2 \\ & - 6.390604940 \quad 10^{-17} \quad p^3 \\ & + 1.6575115515 \quad 10^{-24} \quad p^4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial p} (\rho_l i_l - \rho_g i_g) = & + 4.721447579 \quad 10^1 \\ & + 4.307341082 \quad 10^{-6} \quad p \\ & - 3.603256782 \quad 10^{-12} \quad p^2 \\ & + 3.6029899936 \quad 10^{-19} \quad p^3 \\ & - 1.0648873400 \quad 10^{-26} \quad p^4 \end{aligned}$$

L'approximation polynômiale a été faite dans le domaine  $10 \text{ bar} \leq p \leq 220 \text{ bar}$ .



Cas vapeur sèche ( $i \geq i_g$ ):

1°) dans un calcul préliminaire la fonction

$$\rho(p, i)$$

a été tabulée dans le domaine

10 bar  $\leq p \leq$  220 bar avec un pas de 5 bar

$2.710^6$  J/kg  $\leq i \leq$   $3.710^6$  J/kg avec un pas de  $0.0510^6$  J/kg

en utilisant les programmes numériques /26/ basés sur les tables de vapeur /6/.

Les résultats ont ensuite été approximés par une fonction de la forme:

$$\rho(p, i) = \sum_{x=0}^{x_{\max}} \sum_{y=0}^{y_{\max}} a_{xy} p^x i^y \quad (\text{A3-4})$$

Ceci se fait à l'aide d'un programme numérique standard NORMZG /64/. On obtient alors les coefficients suivants:

matrice des coefficients  $a_{xy}$  ( $x_{\max} = y_{\max} = 3$ ):

$x \backslash y$	0	1	2	3
0	-1.20828338 $10^2$	1.16611884 $10^{-4}$	-3.42751464 $10^{-11}$	3.4992769 $10^{-18}$
1	1.51695800 $10^{-4}$	-1.24826869 $10^{-10}$	3.53795123 $10^{-17}$	-3.39132317 $10^{-24}$
2	-5.58351762 $10^{-12}$	5.16908034 $10^{-18}$	-1.58697236 $10^{-24}$	1.61744086 $10^{-31}$
3	1.64094336 $10^{-19}$	-1.53194079 $10^{-25}$	4.74746909 $10^{-32}$	-4.88700807 $10^{-39}$

2°) les dérivées partielles de  $\rho(p, i)$  sont ensuite obtenues en dérivant l'approximation (A3-4) soit:

$$D_{\rho i} = \frac{\partial}{\partial i} \rho(p, i) = \sum_{x=0}^{x_{\max}} \sum_{y=1}^{y_{\max}} y a_{xy} p^x i^{y-1}$$

$$D_{\rho p} = \frac{\partial}{\partial p} \rho(p, i) = \sum_{x=1}^{x_{\max}} \sum_{y=0}^{y_{\max}} x a_{xy} p^{x-1} i^y$$

APPENDICE 4Corrélations pour le transfert de chaleur

APPENDICE 4Corrélations pour le transfert de chaleur

	<u>page</u>
1. Transfert de chaleur paroi → fluide diphasique	A4-3
1.1 Modèle du référence (4 modes)	A4-3
1.2 Modèle partiellement simplifié (2 modes)	A4-6
1.3 Modèle très simplifié (1 mode)	A4-6
2. Transfert de chaleur sodium → paroi	A4-7
3. Conductibilité thermique de la paroi	A4-7

APPENDICE 4Corrélations pour le transfert de chaleur

Une synthèse des corrélations possibles avait été exposée dans le chap. 3.2.1.4-B. On donne ici les corrélations effectivement utilisées pour les expériences numériques du chap. 4.

1. Transfert de chaleur paroi  $\rightarrow$  fluide diphasique1.1 Modèle de référence (4 modes)

Les corrélations présentées ici ont été établies par HARTY /65/ sur la base des formulations habituelles. Certains coefficients ont été adaptés pour reproduire au mieux des résultats d'expérience obtenus sur un prototype de la firme Atomics International. Il s'agit d'un générateur du type "once through", dont un schéma est donné à la fig. 15, les caractéristiques essentielles étant celles de la table 18, chap. 4.1.3. Le fluide primaire est du sodium liquide.

Conditions de mesures:

diamètre intérieur des tubes:	1.0033 cm (0.395 in)
pression $H_2O$ :	165 - 180 bar
flux de chaleur:	315 - 470 $10^3$ w/m <sup>2</sup>
flux massique:	270 - 1300 kg/s m <sup>2</sup>

Zone de préchauffage:

valable pour un écoulement liquide sans ébullition nucléée  
la corrélation recommandée est celle de DITTUS-BOELTER:

$$Nu = 0.0244 Re^{0.8} Pr^{0.4} \quad (\text{mode DB})$$

Zone d'ébullition nucléée:

La corrélation recommandée est celle de JENS et LOTTES:

$$T_{p2} - T_{sat} = 0.791e^{-0.0161p} \dot{Q}^{0.25}$$

avec  $T_{p2}$  = température de surface des tubes  
côté secondaire [ $^{\circ}\text{C}$ ]

$T_{sat}$  = température de saturation de l'eau

$p$  = pression [bar]

$\dot{Q}$  = flux radial de chaleur [ $\text{W}/\text{m}^2$ ]

Comme cette corrélation conduit à un écart entre la température de surface des tubes et celle de saturation d'au plus  $1^{\circ}\text{C}$ , on a simplement posé:

$$T_{p2} = T_{sat} \quad (\text{mode NB})$$

dans ALEMBIC-4, ce qui correspond à négliger la résistance thermique paroi  $\rightarrow$  fluide diphasique

Zone d'ébullition en film

il s'agit d'un film de vapeur, ce régime intervenant au-delà de la crise de l'ébullition. Une corrélation adaptée de TONG /20/ est recommandée:

$$\text{Nu} = 0.035 \text{ Re} \text{ Pr}^{0.5} \quad (\text{mode FB})$$

Les propriétés du fluide sont à prendre à la température de surface des tubes et pour la phase vapeur. Le nombre Reynold est basé sur la vitesse moyenne des deux phases.

#### Zone de surchauffage:

la corrélation recommandée est celle de BISHOP /66/:

$$Nu = 0.0077 Re^{0.886} Pr^{0.61} \quad (\text{mode VC})$$

les propriétés du fluide doivent être évaluées à une température de film définie par

$$T_{\text{film}} = \frac{1}{2} (T_{p2} + T_{H_2O})$$

#### Crise de l'ébullition

les conditions de criticité sont données par la relation:

$$X_{\text{DNB}} = f(G) - 1.189 \cdot 10^{-6} \dot{Q}_{\text{cr}}$$

$$G = \text{flux massique} = \frac{\dot{m}}{A} \quad [\text{kg/m}^2\text{s}]$$

$$\dot{Q}_{\text{cr}} = \text{flux de chaleur critique} \quad [\text{w/m}^2]$$

la fonction  $f(G)$  est donnée par:

G [kg/s m <sup>2</sup> ]	271	407	543	678	814
f [-]	1.029	0.915	0.860	0.825	0.805

## 1.2 Modèle partiellement simplifié (2 modes)

selon le principe exposé au chap. 3.3.3, on ne simule que deux modes de transfert de chaleur:

- a) la convection forcée avec une corrélation selon DITTUS-BOELTER:

$$Nu = 0.023 Re^{0.8} \cdot Pr^{0.4}$$

- b) l'ébullition nucléée dont le fort coefficient de transfert est simplement simulé en multipliant par un facteur 10 le coefficient de convection forcée

La crise de l'ébullition est supposée apparaître pour un titre de vapeur

$$X_{DNB} = 0.3$$

## 1.3 Modèle très simplifié

Toujours selon 3.3.3 on ne simule qu'un mode de transfert de chaleur, soit la convection forcée avec une corrélation de DITTUS-BOELTER valant:

$$Nu = 0.3 \cdot Re^{0.8} \cdot Pr^{0.4}$$

### Remarque

Les coefficients numériques des modèles simplifiés sont ajustés pour que la puissance thermique totale échangée soit la même qu'avec le modèle de référence.



## 2. Transfert de chaleur sodium → paroi

La corrélation de GRABER et RIEGER /67/ est recommandée:

$$Nu = a + b Pe^n$$

avec:

$$a = 0.25 + 6.20 P/D$$

$$b = -0.007 + 0.032 P/D$$

$$n = 0.800 - 0.024 P/D$$

$$Pe = \text{nombre de Peclet} = Re \cdot Pr$$

$$P/D = \text{"pitch-to-diameter ratio"}$$

Dans le cas du prototype considéré

$$P/D = 1.885 \text{ ce qui donne:}$$

$$Nu = 11.94 + 0.0533 Pe^{0.755}$$

## 3. Conductibilité thermique de la paroi

il s'agit d'un acier 2 - 1/4 Cr - 1 Mo pour lequel AI recommande la formule suivante:

$$\lambda = 44.62 - 0.017107 T$$

$$\lambda = \text{conductibilité thermique en } [W/m^{\circ}C]$$

$$T = \text{température en } [^{\circ}C]$$

Les calculs dans ALEMBIC-4 ont été faits avec

$$\lambda = 35 \text{ ce qui correspond à une température de } 500^{\circ}C.$$

1. The first part of the document is a list of the names of the persons who have been named in the document.

2. The second part of the document is a list of the names of the persons who have been named in the document.

3. The third part of the document is a list of the names of the persons who have been named in the document.

4. The fourth part of the document is a list of the names of the persons who have been named in the document.

5. The fifth part of the document is a list of the names of the persons who have been named in the document.

6. The sixth part of the document is a list of the names of the persons who have been named in the document.

7. The seventh part of the document is a list of the names of the persons who have been named in the document.

8. The eighth part of the document is a list of the names of the persons who have been named in the document.

9. The ninth part of the document is a list of the names of the persons who have been named in the document.

10. The tenth part of the document is a list of the names of the persons who have been named in the document.

11. The eleventh part of the document is a list of the names of the persons who have been named in the document.

12. The twelfth part of the document is a list of the names of the persons who have been named in the document.

13. The thirteenth part of the document is a list of the names of the persons who have been named in the document.

14. The fourteenth part of the document is a list of the names of the persons who have been named in the document.

15. The fifteenth part of the document is a list of the names of the persons who have been named in the document.

16. The sixteenth part of the document is a list of the names of the persons who have been named in the document.

17. The seventeenth part of the document is a list of the names of the persons who have been named in the document.

18. The eighteenth part of the document is a list of the names of the persons who have been named in the document.

19. The nineteenth part of the document is a list of the names of the persons who have been named in the document.

20. The twentieth part of the document is a list of the names of the persons who have been named in the document.

## APPENDICE 5

### Approximations polynômiales pour les propriétés thermo-physiques du sodium liquide

## APPENDICE 5

# Approximations polynômiales pour les propriétés thermo-physiques du sodium liquide

Chaleur spécifique [J/kg °K] :

$$C_{p_{Na}}(T) = 1.436694337 \cdot 10^3 - 5.804687364 \cdot 10^{-1} \cdot T + 4.62700825 \cdot 10^{-4} \cdot T^2$$

Nombre de Prandtl [-] :

$$Pr_{Na}(T) = 1.314536319 \cdot 10^{-2} - 3.940209028 \cdot 10^{-5} \cdot T + 6.067017728 \cdot 10^{-8} \cdot T^2 - 3.318430733 \cdot 10^{-11} \cdot T^3$$

Viscosité dynamique [kg/ms] :

$$\mu_{Na}(T) = 8.399941355 \cdot 10^{-4} - 2.637965087 \cdot 10^{-6} \cdot T + 3.966908887 \cdot 10^{-9} \cdot T^2 - 2.210991108 \cdot 10^{-12} \cdot T^3$$

Conductibilité thermique [W/m °K] :

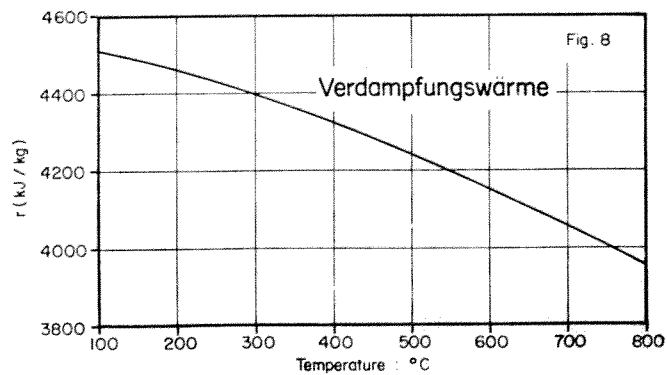
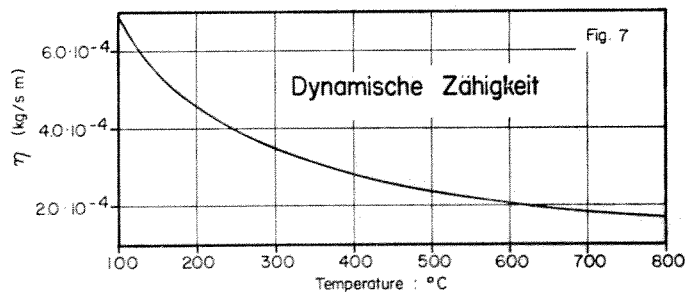
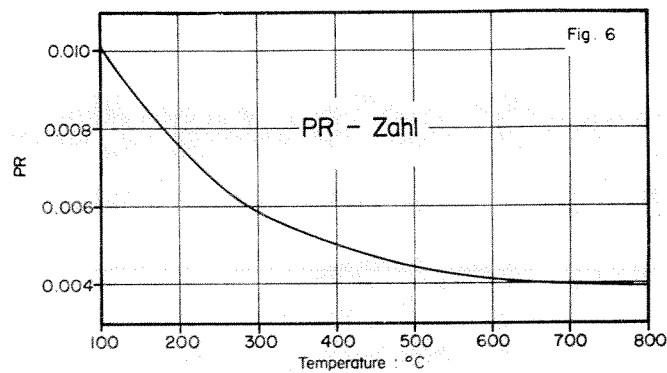
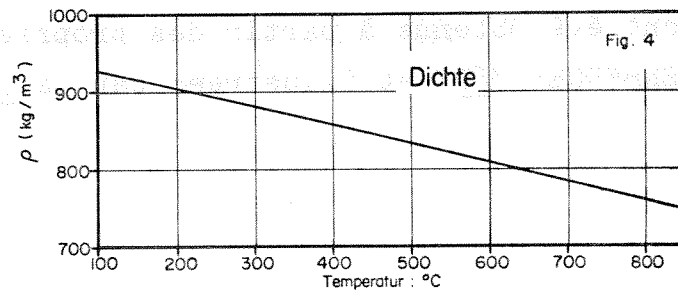
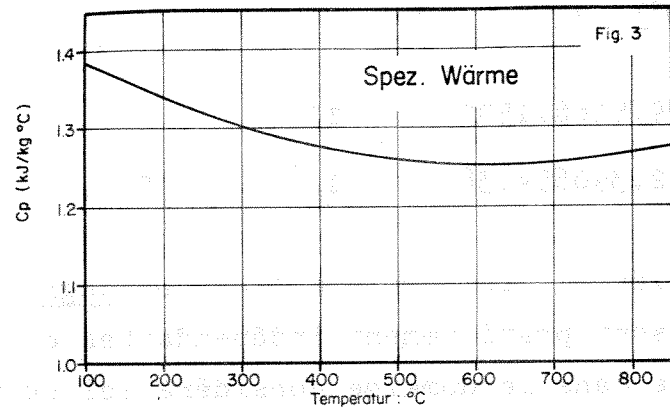
$$\lambda_{Na}(T) = 9.295129694 \cdot 10^{-1} - 5.808956321 \cdot 10^{-2} \cdot T + 1.172999066 \cdot 10^{-5} \cdot T^2$$

densité  $[\text{kg/m}^3]$  :

$$\rho_{\text{Na}}(T) = 9.516611590 \cdot 10^2 - 2.390654038 \cdot 10^{-1} T$$

Dans ces formules, la température  $T$  est en degrés Celsius.  
Ces grandeurs sont pratiquement indépendantes de la pression  $p$  du moins dans le domaine considéré ici ou  $p \leq 5$  bar.  
Ces polynômes ont été obtenus à partir des propriétés décrites par LEUENBERGER /62/ et illustrées par la fig. A5-1.

Fig. A5-1 Propriétés thermophysiques du sodium liquide  
(selon LEUENBERGER /62/).



APPENDICE 6

Profils spatiaux des principaux états  
stationnaires initiaux numériques

# APPENDICE 6

Profils spatiaux des principaux états stationnaires initiaux numériques.

## Liste des figures

Fig. no.	Etat stationnaire *)	Modèle **)			transf. chaleur
		hydr. 2-ph.	glissement		
A6-1	standard	3 éq. diff/n	$s = \begin{cases} \text{Bankoff} \\ 1 \end{cases}$		DB
A6-2	"	"	Bankoff		2 modes
A6-3	"	"	Bankoff		4 modes
A6-4	$X_s = 0.16$	3 éq. diff/n	$s = \begin{cases} \text{Bankoff} \\ 1 \end{cases}$		DB
A6-5	$p = 40 \text{ bar}$ $X_s = 0.45$	3 éq. diff/n	$s = \begin{cases} \text{Bankoff} \\ 1 \end{cases}$		DB

\*) voir § 4.1.3, table 19.

\*\*) voir § 4.1.1, table 17.



# Liste des variables

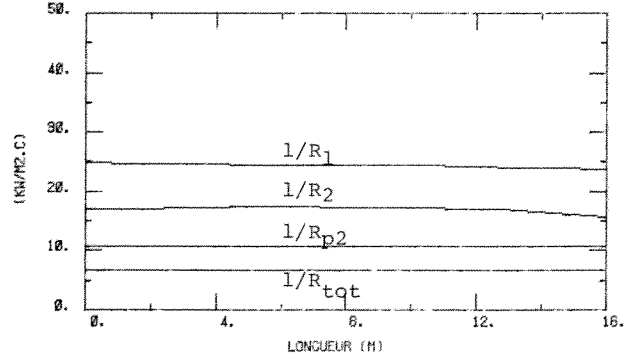
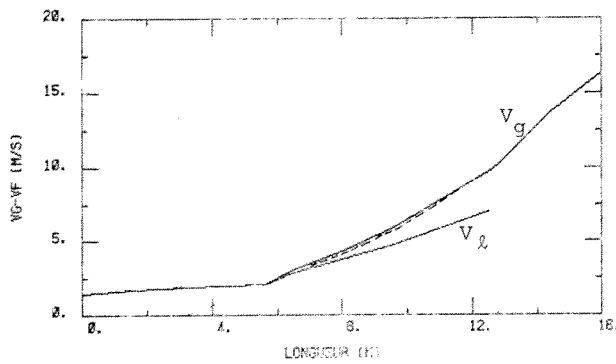
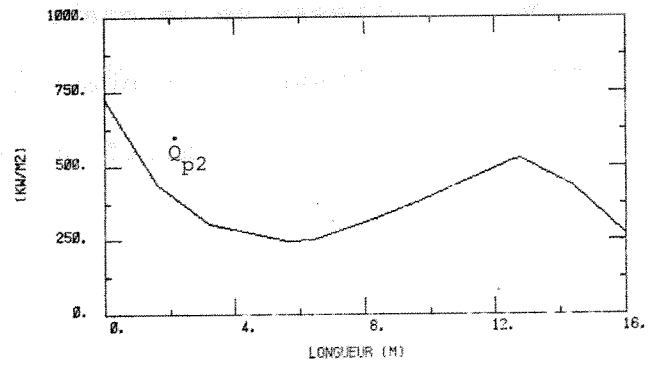
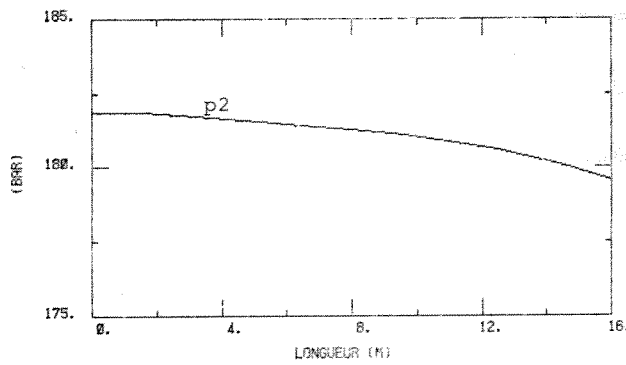
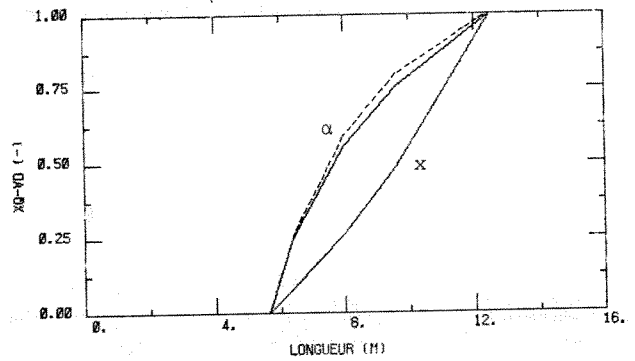
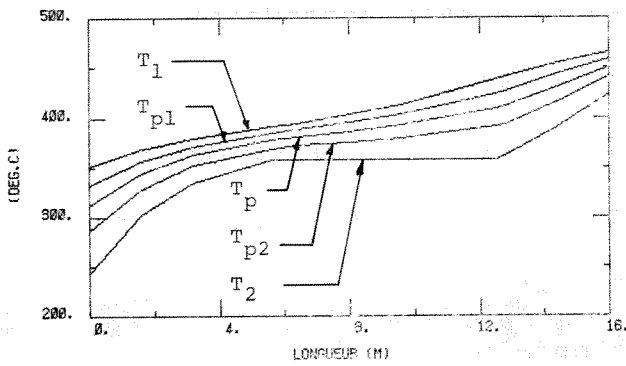
$P_2$	pression fluide secondaire (diphasique)
$\dot{Q}_{p2}$	flux de chaleur "paroi $\rightarrow$ fluide secondaire", relatif à la surface côté secondaire (intérieur des tubes)
$R_1$	résistance thermique du fluide primaire
$R_2$	résistance thermique du fluide secondaire
$R_{p2}$	résistance thermique 1/2 paroi + fluide secondaire
$R_{tot}$	résistance totale fluide primaire + paroi + fluide secondaire, relatif à la surface côté secondaire
$T_p$	température au milieu de la paroi
$T_{p1}$	température de surface de la paroi, côté primaire
$T_{p2}$	température de surface de la paroi, côté secondaire
$T_1$	température du fluide primaire
$T_2$	température du fluide secondaire
$v_g$	vitesse de la phase vapeur
$v_l$	vitesse de la phase liquide
$X$	titre ou qualité de vapeur
$\alpha$	taux de vide

ETAT STATIONNAIRE INITIAL STANDARD

FIG. A6-1

Modèle de transfert de chaleur : 1 mode (DB)

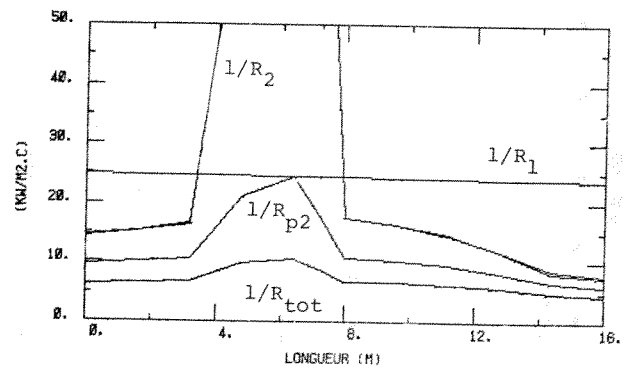
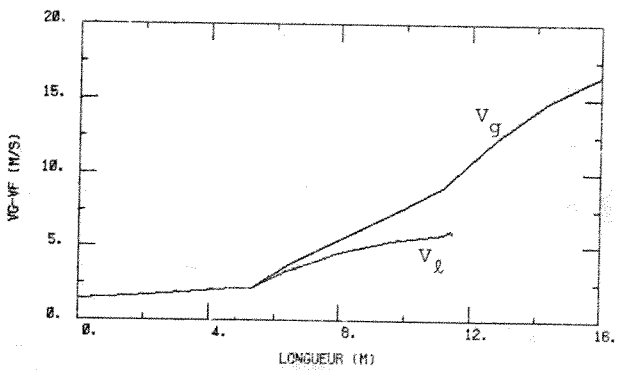
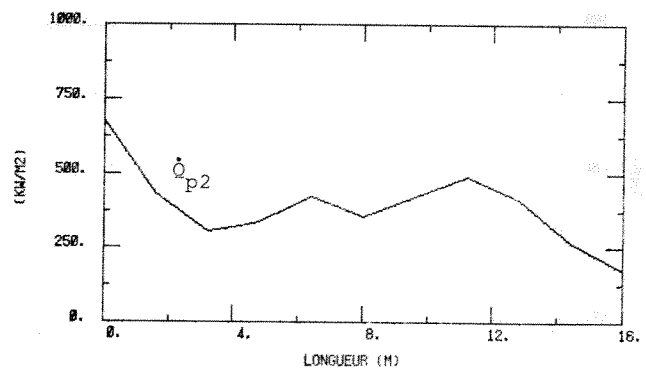
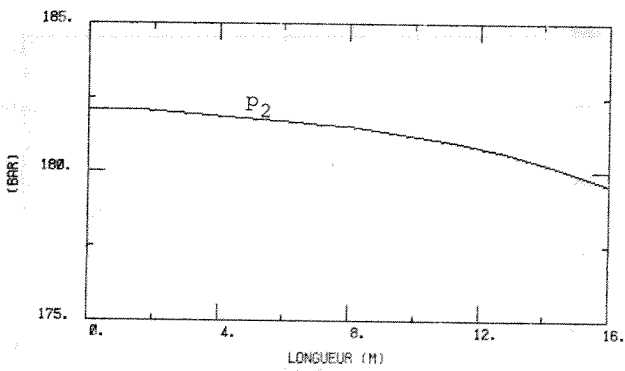
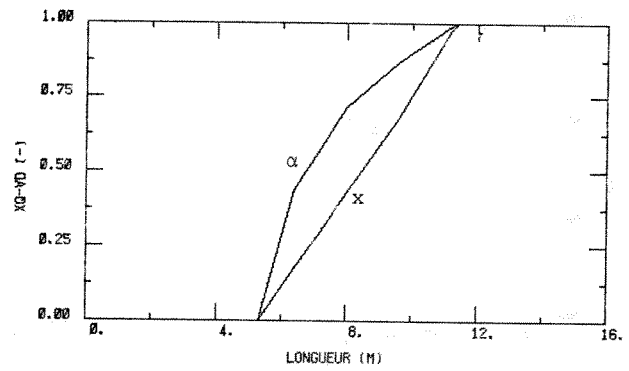
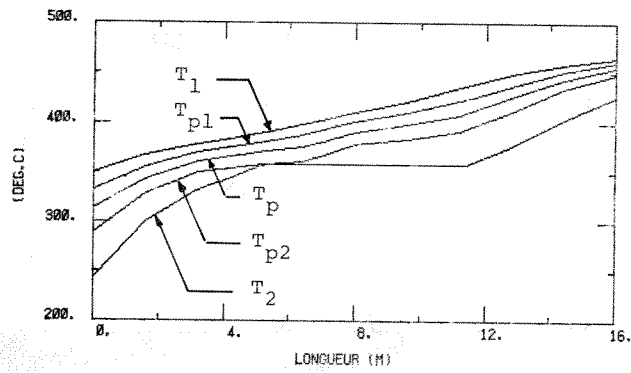
— glissement selon Bankoff  
 - - - pas de glissement



ETAT STATIONNAIRE INITIAL STANDARD

FIG. A6-2

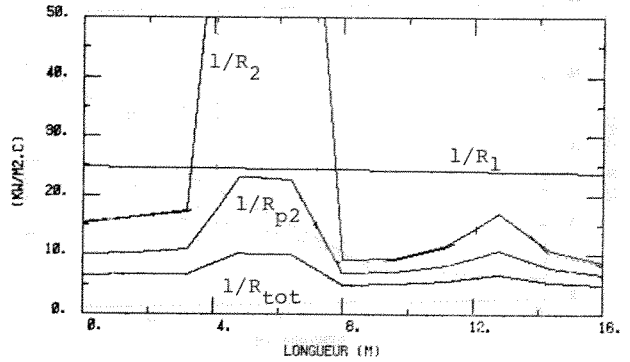
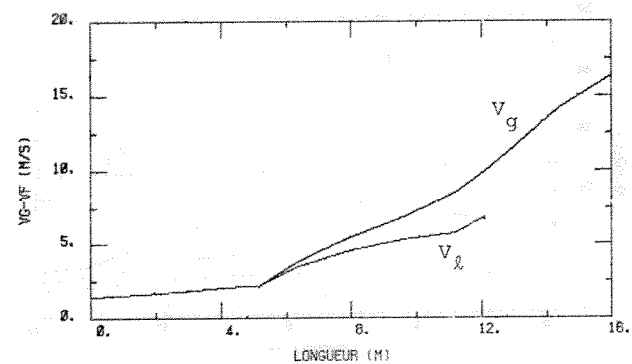
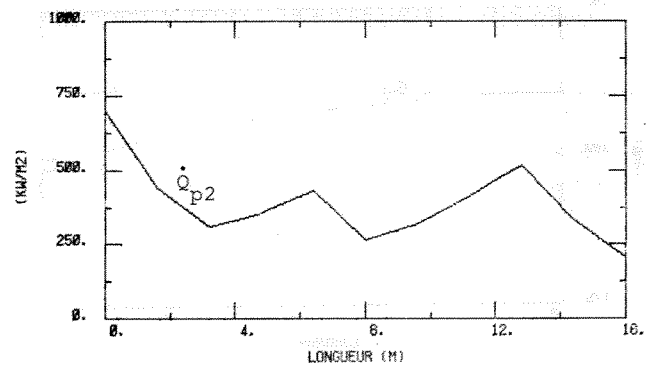
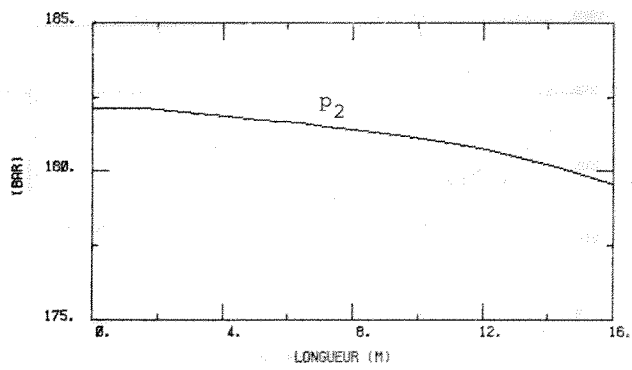
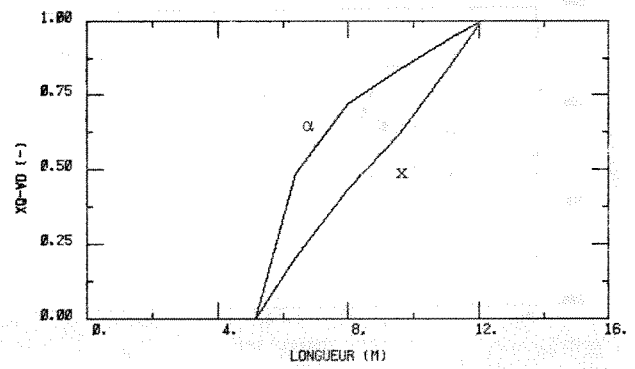
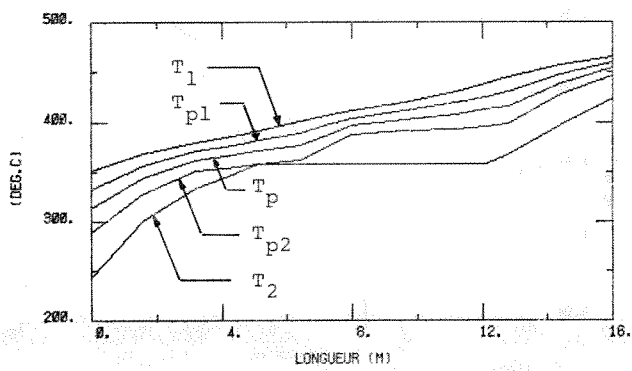
Modèle de transfert de chaleur : 2 modes



ETAT STATIONNAIRE INITIAL STANDARD

FIG. A6-3

Modèle de transfert de chaleur : 4 modes



ETAT STATIONNAIRE INITIAL  $X_S = 0.16$

FIG. A6-4

— glissement selon Bankoff  
 - - - pas de glissement

modèle de transfert de chaleur : 1 mode

